FLUJO DE FLUIDOS

INTERCAMBIO DE CALOR

FLUJO DE FLUIDOS E INTERCAMBIO DE CALOR

FLUJO DE FLUIDOS E INTERCAMBIO DE CALOR

O. Levenspiel

Oregon State University
Corvallis, Oregon

EDITORIAL REVERTÉ, S.A.
Barcelona-Bogotá-Buenos Aires-Caracas-México

Título de la obra original:
Engineering Flow and Heat Exchange

Edición original en lengua inglesa publicada po
Plenum Press, New York

Copyright © Plenum Press

Versión española por:
Dr. J. Costa López
Catedrático de Ingeniería Química
Universidad de Barcelona

CUCEI

Diseño cubierta: Anna Sánchez DE

Propiedad de:
EDITORIAL **REVERTÉ,** S.A.
Loreto, 13-15, Local
08029 Barcelona

Reservados todos los derechos. La reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos, queda rigurosamente prohibida, sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas por las leyes.

Edición en español

© EDITORIAL REVERTÉ, S.A., 1993

Impreso en España - Printed in Spain

ISBN - 84 - 291 - 7968 - 2
Depósito Legal: B - 17886 - 1993

Impreso por GERSA, Industria Gráfica
Tambor del Bruc, 6
08970 Sant Joan Despí (Barcelona)

PRÓLOGO

Este volumen presenta una visión panorámica del flujo de fluidos e intercambio de calor.

En sentido amplio, los fluidos son materiales que son capaces de fluir bajo las condiciones adecuadas. Estos incluyen todo tipo de cosas: gases, lodos de carbón, pasta de dientes, gases en sistemas de alto vacío, oro metálico, sopas y pinturas, y, por supuesto, aire y agua. Estos materiales son tipos muy diferentes de fluidos, y por tanto es importante conocer las 'diferentes" clasificaciones de los fluidos, cómo ha de analizarse cada uno (y estos métodos son bastante diferentes) y dónde encaja un determinado fluido en este amplio panorama.

Este libro trata los fluidos en este sentido amplio incluyendo la circulación en lechos rellenos y lechos fluidizados. Naturalmente, en un volumen tan pequeño, no se profundizará en el estudio de un tipo particular de flujo, sin embargo se mostrará cómo se empieza con cada uno. Se evitará el flujo supersónico y el tema complejo del flujo multifásico, donde cada una de las fases debe tratarse separadamente.

En este caso el programa difiere de la mayoría de libros de introducción sobre fluidos que se centran en los fluidos newtonianos y los tratan completamente, excluyendo todo lo demás. Creo que el estudiante de ingeniería o tecnología que se prepara para el mundo real debería iniciarse en estos otros temas.

Los libros de transmisión de calor de introducción están dedicados principalmente al estudio de los fenómenos cinéticos básicos de conducción, convección y radiación, mostrando cómo evaluar «*h*», «*U*», y «*k*» para ésta y aquélla geometría y situación. De nuevo, el programa de este libro es diferente. Se resumirán rápidamente las ecuaciones básicas de transmisión de calor, incluyendo las numerosas correlaciones para «*h*». A continuación se pasará directamente al problema de cómo pasar calor de aquí a allá y de una corriente a otra.

El recuperador (o intercambiador a través de la pared), el intercambiador de contacto directo, el acumulador con almacenamiento de calor (o regenerador) y el intercambiador que utiliza una tercera corriente intermedia- son maneras bastante -diferentes de transferir calor de una corriente a otra, y en esto es en lo que nos concentraremos. Es sorprendente cómo puede necesitarse mucha creatividad para

desarrollar un buen diseño para la transmisión de calor desde una corriente de partículas sólidas calientes a una corriente de partículas sólidas frías. La originalidad de esta presentación del intercambio de calor es la del extraordinario libro de Kern; ciertamente de manera más sencilla, pero al mismo tiempo con un programa más amplio.

El iniciarse con problemas es la clave para aprender y cada uno de los capítulos tiene ejemplos ilustrativos y un número de problemas prácticos. La enseñanza y el aprender deben ser interesantes, de modo que he incluido una amplia variedad de problemas, algunos fantásticos, otros tomados directamente de aplicaciones industriales. Normalmente la información dada en estos problemas prácticos se ha diseñado de modo que la solución corresponda a puntos singulares de los gráficos de diseño, haciendo el trabajo fácil para el estudiante y también para el instructor que ha de comprobar los detalles de la solución de un estudiante.

Pienso que este libro interesará al ingeniero o tecnólogo que desea una visión amplia del tema, o que teniendo un problema determinado a resolver, desea saber cómo enfocar la solución.

En la universidad podría bien constituir la base para un curso de ingeniería o de fluidos y transmisión de calor aplicados, después que se hayan introducido los principios en un curso de ingeniería básica tal como fenómenos de transporte. Actualmente, este tipo de curso se imparte raramente; sin embargo, pienso que debería ser una parte integral del currículum, como mínimo de un ingeniero químico y de un técnico de alimentación. ¡Quién sabe!, ¡algún día puede ser!

Finalmente, mi agradecimiento a las supermecanógrafas Laurie Campbell, Vi Campbell y Nancy Platz por su ilimitada paciencia con este escritor de medio espacio (subíndices, etc.), a Richard Turton, que consiguió «engatusar» a nuestro «tonto» ordenador para que dibujara los gráficos de diseño para este libro y a Eric Swenson, que tan amablemente consintió en poner su «habilidosa» mano en la creación de los dibujos y esquemas que animan y complementan el texto.

OCTAVE LEVENSPIEL

Corvallis, Oregon

ÍNDICE ANALÍTICO

Nomenclatura ..... *XIII*

PARTE 1: FLUJO DE FLUIDOS Y MEZCLAS

Capítulo 1 / ECUACIONES BÁSICAS PARA EL FLUJO DE FLUIDOS 3

Balance de energía total 3. Balance de energía mecánica 5. Energía y potencia de bombeo 6 Ejemplo 1.1: Hidrostática y manómetros 8. Ejemplo 1.2: Contar canarios al estilo italiano 9. Problemas de balances de energía ***ll.***

Capítulo 2 / FLUJO DE FLUIDOS NEWTONIANOS INCOMPRESIBLES EN TUBOS **17**

Ejemplo 2.1: Cultivo de tomates en ausencia 28. Ejemplo 2.2: Tubería de rebose para una presa 29. Problemas de flujo incompresible en tubos 32.

Capítulo 3 / FLUJO COMPRESIBLE DE GASES 39

Flujo adiabático en un tubo con fricción 40. Flujo isotermo en un tubo con fricción 43. Ecuaciones de trabajo para el flujo en tubos 45. Flujo a través de un orificio o boquilla 46. Tubería de descarga de un depósito de almacenamiento 48. Ejemplo 3.1: Nitrógeno para una planta de amoníaco 52. Ejemplo 3.2: Diseño de un medidor de caudal de orificio crítico 53. Ejemplo 3.3: Uso de los gráficos de diseño para el flujo de gases 54. Problemas de flujo de gases 55.

Capítulo 4 / FLUJO MOLECULAR 63

Ecuaciones para el caudal, conductancia y velocidad de bombeo 65. Método de calculo para sistemas de tuberías 73. Puesta en régimen de un sistema de vacío 75. Sistemas de vacío más completos 77. Comentarios 78. Ejemplo 4.1: Flujo de alto vacío en un tubo 78. Ejemplo 4.2: Condiciones en un sistema de vacío en estado estacionario 79. Ejemplo 4.3: Condiciones en otro sistema de vacío 82. Ejemplo 4.4: Evacuación de un sistema de vacío con fugas 83. Problemas de flujo en sistemas de vacío 84.

Capítulo 5 / FLUIDOS NO NEWTONIANOS 89

Clasificación de los fluidos 89. Esfuerzo cortante y viscosidad 91. Flujo en tubos 93. Determinación de las propiedades de flujo de los fluidos 99. Discusión sobre no newtonianos 104. Ejemplo 5.1: Flujo de un plástico de Bingham desde un tanque 106. Ejemplo 5.2: Transporte de carbón por tubería 108. Problemas sobre no newtonianos 110.

Capítulo 6 / FLUJO A TRAVÉS DE LECHOS RELLENOS 119

Caracterización de un lecho relleno 119. Pérdida fricciona1 para lechos rellenos 125. Balance de energfa mecánica para lechos rellenos 127. Ejemplo 6.1: Un experimento de laboratorio en un lecho relleno 129. Problemas sobre lechos rellenos 132.

Capítulo 7 / FLUJO EN LECHOS FLUIDIZADOS 135

El estado fluidizado 135. Pérdida fricciona1 y potencia necesaria de bombeo para fluidizar un lecho de sólidos 137. Velocidad mínima de fluidización, u_{mf} 138. Ejemplo 7.1: Potencia para hacer funcionar un incinerador fluidizado de basuras municipales 140. Problemas sobre lechos fluidizados 143.

Capítulo 8 / PARTÍCULAS SÓLIDAS QUE CAEN A TRAVÉS DE FLUIDOS 149

Esferas 149. Cualquier forma de sólidos 150. Ejemplo 8.1: Demanda contra los Estados Unidos por sus volcanes con mal comportamiento 153. Problemas sobre objetos que caen a través de un fluido 155.

Parte II: INTERCAMBIO DE CALOR

Capítulo 9 / LOS TRES MECANISMOS DE TRANSMISIÓN DEL CALOR: CONDUCCIÓN, CONVECCIÓN Y RADIACIÓN ..... 161.

Transmisión de calor por conducción *161.* Transmisión de calor por convección *165.* Transmisión de calor por radiación *178.*

Capítulo 10 / COMBINACIÓN DE RESISTENCIAS DE TRANSMISIÓN DE CALOR 191

Problemas sobre combinación de resistencias *198.*

Capítulo ll / CALENTAMIENTO Y ENFRIAMIENTO DE OBJETOS SÓLIDOS EN ESTADO NO ESTACIONARIO 203

Enfriamiento de un objeto cuando toda la resistencia está en su superficie (Bi= $hL/k_s \to 0$) 20.5. Enfriamiento de un objeto que tiene una resistencia en la superficie . despreciable (Bi= $hL/k_s \to \infty$) 207. Enfriamiento de un objeto cuando ambas resistencias al flujo de calor interna y en la superficie son importantes 209. Enfriamiento de un sólido semi-infinito para resistencia en la superficie despreciable (Bi = $hL/k_s \to \infty$) *219.* Enfriamiento de un cuerpo semi-infinito con resistencia en la superficie *221.* Pérdida de calor en objetos de tamaño *L* para tiempos cortos de enfriamiento 222. Enfriamiento de objetos finitos tales como cubos, cilindros cortos, paralelepípedos rectangulares, etc. 223. Intrusión de los efectos de radiación 223. Nota sobre el uso de los números de Biot y de Fourier 223. Ejemplo ll. 1: Verificación de una hipótesis clave en el análisis de intercambiadores de calor de lecho fluidizado 224. Ejemplo 11.2: Filetes de pescado fritos muy hechos 228. Problemas sobre calentamiento y enfriamiento de objetos sólidos en estado no estacionario *231.*

Capítulo 12 / INTRODUCCIÓN A LOS INTERCAMBIADORES DE CALOR ..... 237.

Recuperadores (intercambiadores a través de una pared sin almacenamiento de calor) 237. Intercambiadores de contacto directo sin almacenamiento de calor 238. Regeneradores (intercambiadores de contacto directo con almacenamiento de calor) 240. Intercambiadores de calor que utilizan una corriente de ida y vuelta *241.* Comentarios 243.

Capítulo 13 / RECUPERADORES: INTERCAMBIADORES A TRAVÉS DE LA PARED SIN ALMACENAMIENTO DE CALOR ..... 245.

Flujo en pistón en contracorriente y en paralelo *146.* Intercambiadores de carcasa y tubos *251.* Intercambiadores de flujo cruzado y compactos 259. Intercambiadores de

bayoneta 266. Intercambiadores con flujo mezclado de *L*/flujo en pistón de G 269. Intercambiadores con flujo mezclado de *L*/flujo mezclado de G 270. Calentamiento de una carga de fluido 271. Intercambiadores con carga uniformemente mezclada de *L*/flujo mezclado de G 271. Intercambiadores con carga uniformemente mezclada de *L*/flujo mezclado, isotermo, de G (condensación o ebullición) 273. Intercambiadores con carga uniformemente mezclada de *L*/flujo en pistón de G 274. Intercambiador externo con G isotermo/carga uniformemente mezclada de ***L* 275.** Intercambiador externo de carcasa y tubos con carga uniformemente mezclada de ***L* 276.** Comentarios finales 278. Ejemplo 13.1: Temperatura de salida de un recuperador 281. Ejemplo 13.2: Calentamiento de una carga de líquido 282. Problemas sobre diseño de recuperadores 283.

Capítulo 14 / INTERCANBIADORES DE CONTACTO DIRECTO GAS-SÓLIDO SIN ALMACENAMIENTO DE CALOR . . . .'.....291

Intercambiadores de calor de lecho fluidizado 291. Consideraciones preliminares 291. Flujo mezclado de G/flujo mezclado de *S*, o intercambiadores de lecho fluidizado de etapa única 293. Intercambiadores de lecho fluidizado de etapas múltiples con flujo en contracorriente 294. Intercambiadores de calor de lecho fluidizado de etapas con flujo cruzado 296. Intercambiadores de flujo en pistón en contracorriente 297. Flujo cruzado de gases y sólidos 299. Comentarios 302. Ejemplo 14.1: Intercambiador de lecho fluidizado de etapas múltiples con flujo en contracorriente 303. Ejemplo 14.2: Intercambiador de lecho fluidizado de etapas múltiples con flujo cruzado 304. Problemas de intercambiadores de contacto directo sin almacenamiento de calor 306.

Capítulo 15 / REGENERADORES DE CALOR: INTERCAMBIADORES DE CONTACTO DIRECTO CON ALMACENAMIENTO DE CALOR MEDIANTE UNA CARGA DE SÓLIDOS 309

Regeneradores de lecho relleno. Introducción 310. Regeneradores de lecho relleno. Modelo de frente plano 314. Regeneradores de lecho relleno. Modelo de dispersión 316. Regeneradores de lecho fluidizado 327. Ejemplo 15.1: El gran desastre de los pisapapeles 331. Problemas sobre regeneradores 334.

Capítulo 16 / POPURRÍ DE PROBLEMAS .....*..... 339

Problemas 16.1 y 16.2: "Congelación" de reacciones de alta temperatura 339. Problema 16.3: Calentadores solares de agua caliente 340. Problema 16.4: "Lavador" seco para gases cargados de polvo ***341.*** Problema 16.5: Agua geotérmica para calentar ciudades ***341.*** Problema 16.6: Placas distribuidoras obturadas 342. Problemas 16.7 y 16.8: Enfriamiento de pizarras gastadas 342-343. Problema 16.9: Sílice para células solares 343. Problema 16.10: Petróleo a partir de pizarras 344. Problema 16.11: Calor a partir de salmuera geotérrnica 345. Problema 16.12: Enfriamiento de seres humanos 346. Problema 16.13: Calentadores de agua caliente 346. Problema 16.14:

Intercanbiador de calor sólido-sólido de flujo en contracorriente 347. Problema 16.15: Calentamiento de sólidos con un gas 348. Problema 16.16: Producción de sílice muy pura 348. Problemas 16.17, 16.18 y 16.19: Intercanbio de calor sólido-sólido utilizando un tercer sólido 3.50. Problemas 16.20, 16.21 y 16.22: Intercanbio indirecto de calor entre un líquido y un sólido 351. Problema 16.23: Diseño de un reactor de combustión de lecho fluidizado atmosférico *351.*

Apéndice / DIMENSIONES, UNIDADES, CONVERSIONES, DATOS FISICOS Y OTRA INFORMACJOŃ UTÍL 353

Prefijos SI 353. Longitud 353. Volumen 354. Masa 354. Ley de Newton 354. Fuerza 354. Presión 355. Trabajo, calor y energía 355. Potencia 355. Peso molecular 356. Ley de los gases ideales 356. Densidad 356. Viscosidad 357. Viscosidad cinemática 259. Conductividad térmica 359. Calor específico 360. Difusividad térmica 360. Propiedades radiactivas térmicas *361.* Coeficiente de transmisión de calor *361.* Grupos adimensionales 362. Tablas de propiedades físicas de los materiales 364.

ÍNDICE DE AUTORES 367

ÍNDICE ALFABÉTICO 369

NOMENCLATURA

a	-superficie específica, superficie del sólido/volumen del recipiente [m^{-1}]
A	-área normal de flujo, área superficial exterior de una partícula, área de un intercambiador [m^2]
A_t	-área de la sección transversal de un conducto de flujo [m^2]
Ar	-número de Arquímedes, para lechos fluidizados [—]; véase ecuación (7.4) y Apéndice T
Bi	-número de Biot, para transmisión de calor [—]; véase ecuación (ll .4) y Apéndice T
	-velocidad del sonido en el fluido [m/s]; véase ecuación (3.2)
C_D	-coeficientes de resistencia para partículas que caen libremente [—]; véase ecuación (8.2) y Apéndice T
C_g, C_l, C_s	-calor específico del gas, líquido o sólido a presión constante [J/kgK]
C_p	-calor específico a presión constante [J/kgK]; véanse Apéndices P y U
C_v	-calor específico a volumen constante [J/kgK]
C_{12}	-conductancia para el flujo entre los puntos 1 y 2 en un conducto de flujo [m^3/s]; véase ecuación (4.3)
d	-diámetro [m]
d_e	-diámetro equivalente de un conducto no circular [m]; véanse ecuaciones (2.16) o (9.15)
d_p	-diámetro característico de las partículas a utilizar en problemas de flujo [m]; véase ecuación (6.3)
d_{tam}	diámetro de tamiz de las partículas [m]; véase discusión en el texto entre las ecuaciones (6.3) y (6.4)
d_{esf}	— diámetro esférico equivalente de las partículas [m]; véase ecuación (6.2).
d.i.	-diámetro interior [m]
EC = $u^2/2g_c$	-notación abreviada para la energía cinética del fluido circulante [J/kg]
EP = gz/g_c	-notación abreviada para la energía potencial del fluido circulante [J/kg]
f_0	-factor de fricción de Darcy, para el flujo en tubos [—]; véase texto después de la ecuación (2.5)

f_f	-factor de fricción, para flujo en lechos rellenos [—]; véase ecuación (6.10) y Apéndice T
f_F	-factor de fricción de Fanning, para el flujo en tubos [—]; véanse ecuación (2.1), Figuras 2.4 y 2.5 y Apéndice T
F	-fuerza [N]
Fo	-número de Fourier, para conducción de calor en estado no estacionario [—]; véase ecuación (11.2) y Apéndice T
$F_{12}, F'_{12}, \bar{F}_{12}, \mathscr{F}_{12}$	-diversos factores para la radiación entre dos superficies, fracción de la radiación que saliendo de la superficie 1 es interceptada por la superficie 2 [—]; véanse ecuaciones (9.74), (9.79), (9.81) y (9.83)
$\mathscr{F}$	-factor de eficacia para intercambiadores de calor de carcasa y tubos [—]; véase ecuación (13.17a)
F_d	-fuerza de resistencia sobre una partícula que cae libremente [N]; véase ecuación (8.1)
ΣF	-trabajo mecánico perdido de un fluido que circula debido a la fricción [J/kg]; véase ecuación (1.5)
g	-aceleración de la gravedad, aproximadamente 9,8 m/s² al nivel del mar [m/s²]
$g_c = 1$ kg m/s² N	-factor de conversión necesario para tener un sistema consistente de unidades; véase Apéndice E para valores adicionales
$G = u\rho = G_0/\varepsilon$	-velocidad másica del fluido circulante, basada en el área media de la sección de transversal disponible para la circulación del fluido en el lecho relleno [kg/m² disponible . s]
G_{nz}	— velocidad másica del gas a través de un orificio de cantos redondeados [kg/m²s]; véase ecuación (3.24)
G_{nz}^*	— velocidad másica máxima del gas a través de un orificio de cantos redondeados [kg/m²s]; véase ecuación (3.27)
$G_0 = u_0\rho = G\varepsilon$	-velocidad másica del fluido circulante, basada en el área total de la sección transversal del lecho relleno [kg/m² lecho . s]
Gr	-número de Grashof, para convección natural [—]; véase el texto por encima de la ecuación (11.31) y Apéndice T
h	-coeficiente de transmisión de calor, para convección [W/m²K]; véase texto por encima de la ecuación (9.11)
h_L	— pérdida de carga del fluido resultante de los efectos friccionales [m]; véase ecuación (1.6) y la figura a continuación de la ecuación (2.2)
H	— entalpía [J/kg]
He	-número de Hedstrom, para el flujo de plásticos de Bingham [—]; véase ecuación (5.8) y Apéndice T
k	-conductividad térmica [W/m K]; véase ecuación (9.1) y Apéndices O y V
$k = C_p/C_v$	— razón de calores específicos del fluido [—]; k = 1,67 para gases monoatómicos; k = 1,40 para gases diatómicos; k = 1,32 para gases triatómicos; k = 1 para líquidos.
K	— índice de consistencia de los fluidos de ley de potencia y plásticos

	en general, una medida de la viscosidad [kg/m s^{2-n}]; véanse ecuaciones (5.3) y (5.4)
Kn	— número de Knudsen, para flujo molecular [—]; véase comienzo del Capítulo 4 y véase Apéndice T
	-longitud o distancia [m]
L	-longitud del conducto de flujo o recipiente, [m]
L, L_p	-longitud característica de la partícula [m]; véanse ecuación (ll .3) y texto después de la ecuación (15.10)
m	-masa de la partícula [kg]
m	-caudal másico [kg/s]
M	-número de desviaciones estándar; véase ecuación (15.10)
Ma = u/c	-número de Mach, para flujo compresible de gases [—]; véanse ecuaciones (3.1) y (3.2)
n	— índice del comportamiento del flujo para fluidos de ley de potencia y plásticos en general [—]; véanse ecuaciones (5.3) y (5.4)
$\dot{n}$	-caudal molar [mol/s]
N	-número de etapas en un intercambiador de calor de etapas múltiples [—]; véase Capitulo 14
$N = 4f_F L/d$	-término de resistencia de la tubería [—]; véase ecuación (3.7)
N	-velocidad rotacional del péndulo de un viscosímetro giratorio [s^{-1}]; véase ecuación (5.15)
NNs	— notación abreviada para fluidos no newtonianos
NTU = $UA/\dot{M}C$	— número de unidades de transferencia [—]; véase figura ll .4
Nu	-número de Nusselt, para transmisión de calor por convección [—]; véanse ecuación (9.11) y Apéndice T
P	-presión [Pa = N/m²]; véase Apéndice G
$P = \Delta T_i/\Delta T_{max}$	— variación de temperatura de la fase i comparada a la máxima posible [—]; véase Fig. 13.4
(pm)	— peso molecular [kg/mol]; véase Apéndice J; (pm) = 0,0289 kg/mol, para el aire
Pr	-número de Prandtl para fluidos [—]; véase Apéndice T
4	-calor añadido a un fluido circulante [J/kg]
$\dot{q}$	-caudal de transmisión de calor [W]
4 1 2	-caudal de energía desde la superficie 1 a la superficie 2 [W]; véase ecuación (9.65)
Q	— calor perdido o ganado por un fluido hasta un punto dado del intercambiador [J/kg de una fase circulante determinada]; véase figura 13.4
R = 8,314 J/mol K	-constante para los gases ideales; véase Apéndice K
R	-razón de variación de temperatura de dos fluidos en un intercambiador [—]; véase Fig. 13.4
Re	-número de Reynolds para fluidos circulantes [—]; véase texto después de la ecuación (2.4) y Apéndice T
Re = $du\rho/\mu$	— para fluidos newtonianos en tubos; véase ecuación (2.4)
Re = $du\rho/\eta$	-para flujo de plásticos de Bingham en tubos; véase ecuación (5.8)

$Re_{gen} = \left(\frac{d^n u^{2-n}\rho}{8^{n-1}K}\right)\left(\frac{4n}{1+3n}\right)^n$ -para flujo de fluidos de ley de potencia en tubos circulares; véase ecuación (5.10)

$Re_p = d_p u_0 \rho/\mu$ — para flujo en lechos rellenos y fluidizados; véase ecuación (6.9)

$Re_t = d_p u_t \rho/\mu$ -para la velocidad final de una partícula que cae libremente; véase ecuación (8.6)

S — entropía de un elemento de fluido circulante [J/kgK]

— caudal de bombeo, caudal volumétrico de un gas en un lugar determinado de una conducción [m^3/s]; véase ecuación (4.4)

t -tiempo [s]

T -temperatura [K]

AT -diferencia de temperatura media adecuada entre los dos fluidos en un intercambiador [K]

(tlm) -trayectoria libre media de las moléculas [m]; véase Capítulo 4

u -velocidad o velocidad media [m/s]

u_{mf} -velocidad mínima de fluidización [m/s]

u_0 -velocidad superficial para un lecho relleno o fluidizado, velocidad del fluido si el lecho no contuviera sólidos [m/s]; véase ecuación (6.9)

U -energía interna [J/kg]; véase ecuación (1.1)

U -coeficiente global de transmisión de calor [W/m^2K]; véase texto después de la ecuación (10.4)

u_t -velocidad terminal de una partícula en un fluido [m/s]

$\dot{v}$ -caudal volumétrico de fluido [m^3/s]

V -volumen [m^3]

W -masa de una carga de material [kg]

W_{flujo} -trabajo hecho por el fluido para vencer la presión atmosférica; este trabajo no es recuperable como trabajo útil [J/kg]

W_s -trabajo mecánico; éste es el trabajo mecánico producido por el fluido que se transmite a los alrededores [J/kg]

$\dot{W}_s$ -potencia de bombeo; la producida por el fluido y transmitida a los alrededores [W]

y -distancia desde la pared de un conducto de flujo [m]; véase capítulo 2

z -altura por encima de algún nivel seleccionado arbitrariamente [m]

Z -factor de compresibilidad, factor de corrección para la ley de los gases ideales [—]; véase texto después de la ecuación (3.15)

Símbolos griegos

a -factor de corrección de la energía cinética [—]; véase ecuación (2.12)

$a = k/\rho C_p$ — difusividad térmica [m^2/s]; véase ecuación (11.1) y Apéndices Q Y U.

a -poder absorbente o fracción de la radiación incidente absorbida por una superficie [—]; véase ecuación (9.59)

ϵ — rugosidad de la tubería [m]; véase tabla 2.1

ε -emisividad de una superficie [—]; véase ecuación (9.60)

ε — fracción de huecos en lechos rellenos y fluidizados [—]; véanse figuras 6.3 y 6.4

ε_f — fracción de huecos de un lecho fluidizado con burbujas [—]

ε_m — fracción de huecos mínima, es decir, en las condiciones de lecho relleno [—]

ε_{mf} — fracción de huecos del lecho para la velocidad mínima de fluidización [—]

η -eficacia de bombeo [—]; véase ecuación (1.14)

η — viscosidad plástica de fluidos no newtonianos plásticos de Bingham [kg/m s]; véase ecuación (5.2)

$\eta_i = \Delta T_i/\Delta T_{max}$ — eficacia de la utilización del calor de la corriente i, o variación fracciona1 de temperatura de la corriente i [—]; véanse ecuaciones (13.15), (14.4) 0 (15.2)

π — presión atmosférica

μ — viscosidad de un fluido newtoniano [kg/m . s]; véase ecuación (5.1) y Apéndice M

ρ -densidad [kg/m³]; véanse Apéndices L y U

σ — desviación estándar en la anchura del frente -de temperatura en un regenerador de lecho relleno; véase ecuación (15.9)

$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}$ W/m² K⁴ — constante de radiación de Stefan-Boltzmann; véase ecuación (9.63)

τ -tensión de cizalladura (Pa = N/m²); véase texto por encima de la ecuación (2.1) y comienzo del Capítulo 5

τ_w -tensión de cizalladura en la pared [Pa]

τ_0 -tensión de fluencia de los plásticos de Bingham [Pa]; véase ecuación (5.2)

ϕ -esfericidad de partículas [—]; véase ecuación [6.1]

$\phi = \dot{m}_g C_g/\dot{m}_s C_s$ -razón de flujo de calor de dos corrientes en contacto [—]; véase ecuación (14.3)

ϕ' -razón de flujo de calor para cada etapa de una unidad de contacto de etapas múltiples [—]; véase ecuación (14.10)

Subíndices

f — propiedad del fluido a la temperatura de la película, considerada como el valor medio entre las temperaturas en el seno del fluido y en la pared, o sea para $T_f = (T_{pared} + T_{seno\ del\ fluido})/2$; véase ecuación (9.24)

g — gas

-líquido

lm -media logarítmica

s -sólido

Parte I FLUJO DE FLUIDOS Y MEZCLAS

Aunque la primera parte de este pequeño volumen trata principalmente del flujo de fluidos y mezclas a través de tubos, se considera también el flujo de fluidos a través de lechos rellenos y a través de enjambres de sólidos suspendidos denominados sólidos fluidizados, así como el flujo de partículas únicas a través de fluidos. El término «fluidos y mezclas» incluye todo tipo de materiales bajo un amplio intervalo de condiciones, tales como newtonianos (por ejemplo, arre, agua, whisky), no newtonianos (por ejemplo, mantequilla de cacahuetes, pasta de dientes), gases que circulan a la velocidad del sonido, y flujo de gases bajo alto vacío donde las colisiones entre moléculas son raras.

El Capítulo 1 presenta las dos ecuaciones básicas que son el punto de partida para todos los análisis de flujo de fluidos, el balance de energía total y el balance de energía mecánica. A continuación, en los Capítulos 2 a 8, se estudian los diferentes tipos de flujo.

Capítulo 1 ECUACIONES BÁSICAS PARA EL FLUJO DE FLUIDOS

1. BALANCE DE ENERGÍA TOTAL

Considérense las interacciones energéticas a medida que una corriente de materia fluye en régimen estacionario entre los puntos 1 y 2 de un sistema de tuberías, como se muestra en la Fig. 1.1. A partir de la primera ley de la termodinámica se tiene por cada unidad de masa de fluido circulante:

Energía interna — Energía cinética, EC — Calor suministrado al fluido desde el entorno

$$\Delta U + \Delta\left(\frac{gz}{g_c}\right) + \Delta\left(\frac{u^2}{2g_c}\right) + \Delta\left(\frac{p}{\rho}\right) = q - W_s \qquad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right] \tag{1.1}$$

Energía potencial, EP — 'Trabajo debido\ al flujo — Trabajo recibido por el entorno desde el fluido

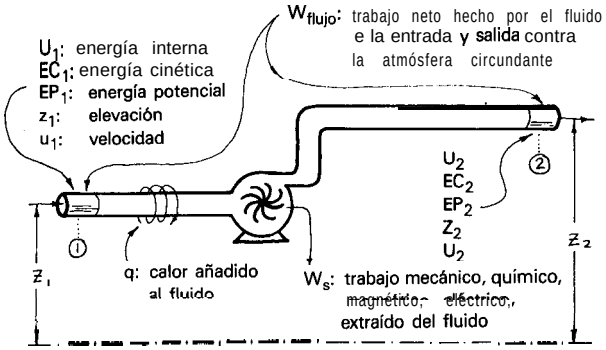


Fig. 1.1. Aspectos energéticos de un sistema de tuberías de corriente única.

Considérese el término de energía interna en la expresión anterior. A partir de la segunda ley de la termodinámica

$$\Delta U = \int T\,dS \quad \int p\,d\,\frac{1}{\rho} + \begin{array}{l}\text{trabajo químico,}\\ \text{magnético,}\\ \text{eléctrico,}\\ \text{etc.}\end{array} \tag{1.2}$$

El término $\int TdS$ tiene en cuenta tanto los efectos calóricos como los de fricción. Por tanto, en la situación ideal de no degradación de la energía mecánica (no hay pérdidas por fricción, turbulencia, etc.):

$$\int TdS = q = \begin{array}{l}\text{intercambio de calor entre}\\ \text{el fluido y el entorno}\end{array}$$

Por otro lado, en situaciones donde hay degradación (pérdidas friccionales)

Calor desde el entorno

$$\int TdS = q + \Sigma F \tag{1.3}$$

Calor total añadido al fluido

Calor generado dentro del fluido por fricción

Recordando que AH = $\Delta U + \Delta(p/\rho)$, se puede volver a escribir la ecuación (1.1) coino

$$\Delta H + \Delta\left(\frac{gz}{g_c}\right) + \Delta\left(\frac{u^2}{2g_c}\right) = q - W_s \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right] \tag{1.4}$$

[NOTA DEL AUTOR: g_c es un factor de conversión, a utilizar con unidades ingenieriles Americanas. En unidades SI, g_c es la unidad y desaparece de todas las ecuaciones. Aunque en este libro se utilizan siempre unidades SI, se ha incluido g_c en el texto y en los problemas en beneficio de aquellos que utilizan unidades ingenieriles Americanas.]

Esta es la primera ley de la termodinámica en su forma usual y útil para sistemas de corriente única en régimen estacionario.

II. BALANCE DE ENERGÍA MECÁNICA

Para cada kilogramo de fluido real circulante, con sus inevitables efectos de fricción, sin efectos de trabajo no usuales (magnéticos, eléctricos, superficiales o químicos) y con un valor constante de g, las ecuaciones (1.1) y (1.3) combinadas dan el denominado «balance de energía mecánica».

A lo largo de la trayectoria del flujo

Trabajo recibido por el entorno

$$\frac{g}{g_c}\Delta z + \Delta\left(\frac{u^2}{2g_c}\right) + \int \frac{dp}{\rho} + W_s + \Sigma F = 0 \qquad \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}} \tag{1.6}$$

Para fluidos incompresibles este término se convierte en $(\Delta p/\rho)$

Pérdida por fricción, o energía mecánica transformada irreversiblemente en energía interna y utilizada para calentar o vaporizar el fluido

Multiplicando por g_c/g se obtiene, en forma alternativa,

$$\Delta z + \Delta\left(\frac{u^2}{2g}\right) + \frac{g_c}{g}\int \frac{dp}{\rho} + \frac{g_c}{g}W_s + \underbrace{\frac{g_c}{g}\Sigma F}_{\text{Carga perdida} = h_L} = 0 \qquad \left[\begin{matrix}\text{m de}\\ \text{fluido}\end{matrix}\right] \tag{1.5}$$

En forma diferencial estas ecuaciones son

$$\frac{g}{g_c}dz + \frac{u\,du}{g_c} + \frac{dp}{\rho} + dW_s + d(\Sigma F) = 0 \qquad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right. \tag{1.7}$$

y

$$dz + \frac{u\,du}{g} + \frac{g_c}{g}\frac{dp}{\rho} + \frac{g_c}{g}dW_s + d(h_L) = 0 \qquad [\mathrm{m}] \tag{1.8}$$

Estas ecuaciones, de hecho, representan no un balance, sino una pérdida de energía mecánica (la transformación irreversible en energía interna debido a la fricción) a medida que el fluido circula a través del sistema de tuberías. En el caso especial en que el fluido no aporta trabajo al entorno y los efectos friccionales son tan pequeños que pueden ignorarse completamente, el balance de energía mecánica se reduce a

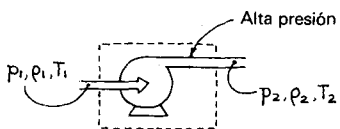
$$\frac{g}{g_c}\Delta z + \Delta\frac{u^2}{2g_c} + \int \frac{dp}{\rho} = 0$$

que es la llamada ecuación de Bernouilli.

El balance de energía mecánica, ecuaciones (1.5) — (1.8), es el punto de partida para estimar los efectos mecánicos en el flujo de fluidos — pérdida de presión, potencia de bombeo, velocidades límites, etc. A continuación se aplicarán estas expresiones a todo tipo de fluidos y mezclas.

III. ENERGÍA Y POTENCIA DE BOMBEO

Las bombas, compresores, soplantes y ventiladores son los elementos para hacer que los fluidos circulen por los tubos. El trabajo mecánico necesario se encuentra efectuando un balance de energía mecánica alrededor del aparato.



Puesto que las pérdidas de energía potencial y cinética y las pérdidas por fricción pueden considerarse despreciables, la ecuación (1.5) se reduce a

$$-W_s = \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} \qquad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right]$$

Para ***líquidos y lodos,*** $\rho \cong$ const., de modo que el trabajo mecánico requerido viene dado por

$$-W_s = \frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho} \qquad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right] \tag{1.9}$$

Para ***gases,*** suponiendo comportamiento gaseoso ideal y compresión reversible adiabática, el trabajo efectuado sobre el gas es

$$-W_{s,\mathrm{ideal}} = \frac{k}{k-1}\frac{RT_1}{(pm)}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k} - 1\right] = Cp\ (T_2 - T_1) \tag{1.10}$$

$$= \frac{k}{k-1}\frac{RT_2}{(pm)}\left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(k-1)/k}\right] \qquad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right] \tag{1.11}$$

La potencia necesaria es entonces

$$-\dot{W}_{s,\mathrm{ideal}} = \frac{k}{k-1}\dot{n}RT_1\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k} - 1\right] = \dot{n}Cp\ (T_2 - T_1) \tag{1.12}$$

$$= \frac{k}{k-1}\dot{n}RT_2\left[1-\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(k-1)/k}\right] \qquad [\mathrm{W}] \tag{1.13}$$

donde

$$k = \frac{C_p}{C_v}, \quad \frac{RT_i}{(pm)} = \frac{p_i}{\rho_i}, \quad Y \quad \dot{n}RT_i = p_i\dot{v}_i$$

A continuación se comparará la compresión ideal con la compresión real con sus pérdidas friccionales, ambas diseñadas para pasar un fluido desde una presión p_1 a una presión superior p_2. El diagrama p-T de la Fig. 1.2 muestra la trayectoria seguida por el fluido en estos dos casos.

Adviértase que en la compresión real los inevitables efectos friccionales hacen que el fluido saliente (punto C) esté más caliente que lo estaría idealmente (punto B). Por consiguiente, parte del trabajo mecánico no se utiliza para la compresión, sino que se usa para calentar el fluido. Así pues, el trabajo mecánico real de entrada es siempre mayor que el ideal y está relacionado con este último por

$$-W_{s,\,real} = \frac{-W_{s,ideal}}{\eta} = Cp\,(T_{2,\,real} - T_1)\;\; W_s < 0 \tag{1.14}$$

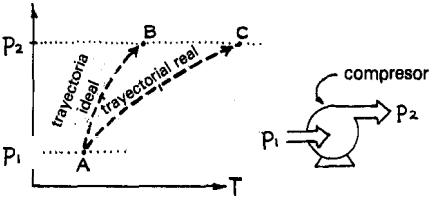


Fig. 1.2. En una compresión real el fluido sale más caliente que en una compresión ideal.

donde p_1 y p_2 utilizados en $W_{s,ideal}$ son las presiones medidas, y η es la eficacia del compresor, cuyo valor vale aproximadamente

η = 0,55 ~ 0,75 para una turbo soplante

= 0,60 ~ 0,80 para una soplante Roots

= 0,80 ~ 0,90 para una soplante axial, o un compresor de pistón de dos etapas

Considérese la operación inversa donde el fluido circulante genera trabajo mientras pasa de una alta a baja presión, siendo un ejemplo el flujo de agua a través de una turbina para generar electricidad. En la turbina real con sus pérdidas

friccionales, se genera menos trabajo del que podría haberse generado idealmente. Estos dos términos de trabajo están relacionados por

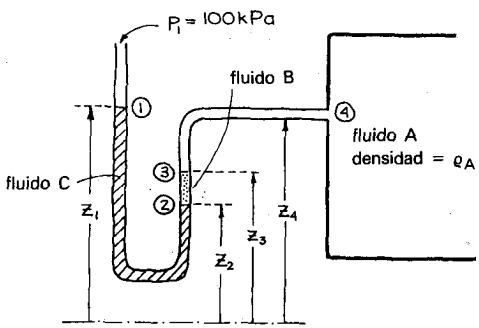
$$W_{s,\text{real}} = \eta\, W_{s,\text{ideal}} \qquad W_s > 0 \tag{1.15}$$

donde $W_{s,\text{ ideal}}$ se calcula mediante una de las ecuaciones (1.9) — (1.13) utilizando las presiones alta y baja reales.

Como se ve, en ambos de estos cambios una porción de la energía mecánica se pierde por fricción. Esta es la tasa inevitable impuesta por la segunda ley de la termodinámica.

EJEMPLO 1.1. HIDROSTÁTICA Y MANÓMETROS

Encuéntrese la presión p_4 en el tanque a partir de la lectura manométrica mostrada más abajo, conociendo todas las alturas z_1, z_2, z_3, z_4, todas las densidades, ρ_A, ρ_B, ρ_C y la presión p_1 del entorno.



Solución

Para encontrar la presión en el punto 4, se aplica el balance de energía mecánica desde un punto de presión conocida, punto 1, a lo largo del sistema hasta el punto 4. Por tanto, desde el punto 1 al 2 se tiene

$$\frac{g\Delta z}{g_c} + \cancel{\frac{\Delta u^2}{2g_c}}^{=0} + \int \frac{dp}{\rho} + \cancel{W_s}^{=0} + \cancel{\Sigma F}^{=0} = 0$$

y para fluidos de densidad constante esta expresión se reduce a

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho_C g}{g_c}(z_1 - z_2)$$

Repitiendo este procedimiento se obtiene

$$p_3 - p_2 = \frac{\rho_B g}{g_c}(z_2 - z_3)$$

$$p_4 - p_3 = \frac{\rho_A g}{g_c}(z_3 - z_4)$$

Sumando las expresiones anteriores y sabiendo que $p_1 = 100$ **kPa** se obtiene la expresión deseada

$$p_4 = 100 + \frac{g}{g_c}[\rho_C(z_1 - z_2) + \rho_B(z_2 - z_3) + \rho_A(z_3 - z_4)]$$

La misma estrategia de ir aplicando el balance de energía mecánica a lo largo del sistema se utiliza para otras geometrías y para lazos de tuberías.

EJEMPLO 1.2. CONTAR CANARIOS AL ESTILO ITALIANO

Los italianos aman los pájaros, muchos hogares tienen estos felices cantores en pequeñas jaulas y suministrárselos es un gran negocio. La Tunisian Songbirds, Inc., es un suministrador importante de canarios para el Sur de Italia, y cada miércoles se carga un gran camión llevando estas criaturas plumíferas gorjeantes a bordo del barco (ferry) Túnez-Nápoles. La caja del camión que contiene los pájaros tiene 2,4 m de anchura, 3,0 m de altura, los laterales y el fondo son sólidos, está abierta por la parte superior protegida por una rejilla, y tiene un volumen total libre disponible para los pájaros de 36 m^3. A la llegada a Nápoles el aduanero ha de cargar una tasa de 20 liras/pájaro, pero ¿cómo determinar la cantidad impositiva? Puesto que contar miles de pájaros uno a uno sería impracticable, los italianos utilizan el siguiente método ingenioso.

El aduanero instala sus medidores de presión y a continuación golpea ruidosamente el lateral del camión con un martillo. Esto hace que los pájaros abandonen sus perchas y se mantengan volando en el aire. Entonces anota cuidadosamente la presión tanto en la base como en la parte superior del interior del camión.

Si la presión en la base es 103 316 Pa, la presión en la parte superior es 102 875 Pa y la temperatura es 25 °C, ¿qué tasa debe imponer el aduanero?

Datos adicionales: Los canarios jóvenes tienen una masa de 15 g y una densidad estimada de 500 kg/m^3.

Solución

Con los pájaros volando en todas las direcciones, se puede considerar el interior del camión como un «fluido» o «lodo», o una «suspensión>) de densidad media ϱ; en este caso el balance de energía mecánica de la ecuación (1.5) se reduce a

$$p_1 - p_2 = \frac{\bar{\rho} g (z_2 - z_1)}{g_c} \qquad (i)$$

donde

$$\bar{\rho} = \frac{\text{masa total}}{\text{volumen total}} = \frac{m_{\text{pájaros}} + m_{\text{aire}}}{V_{\text{total}}} = \frac{\rho_b V_b + \rho_a V_a}{V_t}$$

$$= \rho_p \left(\frac{V_b}{V_t} \right) + \rho_a \cancel{\left(\frac{V_a}{V_t} \right)}^{=0}$$

En sus cálculos los aduaneros ignoran el segundo término en la expresión anterior debido a que la densidad del aire es muy pequeña comparada con la densidad de los pájaros. Por consiguiente, sustituyendo todos los valores conocidos en la ecuación *(i)* se obtiene

$$103\,316 - 102\,875 = [(500)(V_p/V_t)](9{,}8)(3 - 0)$$

de la que la fracción volumétrica de los pájaros en el camión resulta ser

$$\frac{V_p}{V_t} = 0{,}03$$

El número de pájaros transportados es entonces

$$N = \left(0{,}03 \frac{\text{m}^3 \text{ pájaros}}{\text{m}^3 \text{ camión}} \right) (36 \text{ m}^3 \text{ camión}) \left(500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{ pájaro}} \right) \left(\frac{1 \text{ pájaro}}{0{,}015 \text{ kg}} \right) = 36\,000 \text{ pájaros}$$

por tanto

$$\text{Tasa} = \left(20 \frac{\text{L}}{\text{pájaro}} \right) (36\,000 \text{ pájaros}) = 720\,000 \text{ L}$$

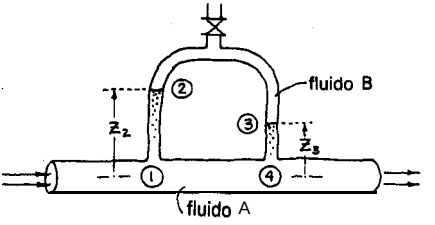
PROBLEMAS DE BALANCES DE **ENERGÍA**

1.1. La Termodinámica establece que a una presión suficientemente alta el diamante es la forma estable para el carbono. La General Electric Co. y otras compañías han utilizado esta información para hacer diamantes comercialmente por implosión y otras diversas técnicas de alta presión, todas complejas y que requieren una tecnologia sofisticada.

Ensáyese algo diferente. Tómese un saco de lona lleno de lápices de grafito, briquetas de carbón vegetal y carbón en un bote de remos hasta una de las partes más profundas del océano, la fosa de Puerto Rico; póngase algunos tubos de hierro en el saco, sumérjase unos 10 km, espérese un dla y entonces sáquese. ¡He aquí! un saco lleno de diamantes, eso se espera. Puede funcionar si la presión en el fondo del océano es superior a la presión crítica o de transición. Encuéntrese la presión en el fondo del océano.

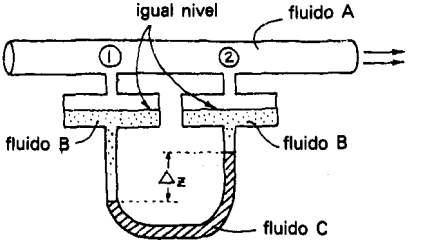
Datos: Hasta unos 10 km, el agua del mar tiene una densidad promedio de 1036 kg/m^3.

1.2. (a) Desarróllese para el manómetro mostrado más abajo la expresión de la diferencia de presión $p_1 - p_4$ en función de las variables pertinentes.



(b) Si el fluido A es un liquido y B es un gas, entonces $p_B \ll p_A$ y p_B puede ignorarse. En esta situación especial muéstrese cómo se simplifica la expresión general.

1.3. Encuentrese la diferencia de presiones $p_1 - p_2$ en función de Δz para el manómetro de dos fluidos mostrado mas abajo.



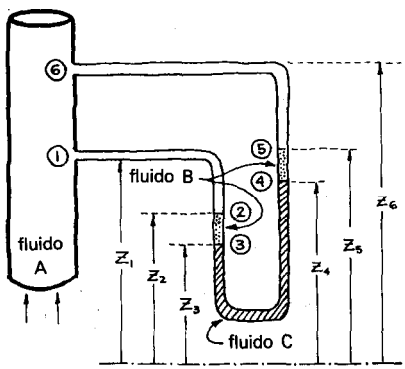
1.4. Considerese una columna muy alta de gas, isoterma, y con un factor de compresibilidad promedio $\overline{Z}$.

(a) Muéstrese que la diferencia de presiones entre la parte superior (punto 2) y la base (punto 1) de esta columna viene dada por

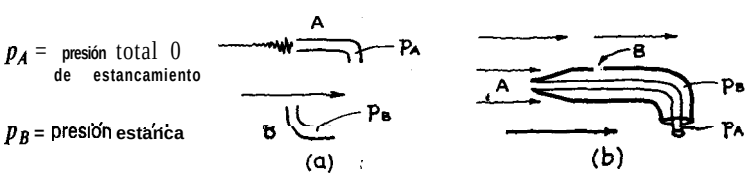
$$\Delta p = p_1[e^{[(pm)\, g/ZRtg_c](z_1 - z_2)} - 1]$$

(b) Un manantial de gas natural tapado tiene una presión de 15 atm al nivel del suelo. Suponiendo que este gas natural es metano puro, calcúlese la presión del gas a 5 000 m de profundidad si la temperatura es 300K, y $\bar{Z}$ = 0,95 para toda la columna.

1.5. Un manómetro de dos fluidos se utiliza cuando el fluido A puede atacar químicamente al fluido manométrico C y por tanto debe impedirse su contacto. Desarróllese, para el manómetro de dos fluidos mostrado más abajo, una expresión $p_1 - p_6$ en función de las variables pertinentes.



1.6. Los tubos de *Pitot* son instrumentos sencillos dignos de confianza que miden la velocidad de los fluidos en circulación. Se utilizan en el laboratorio, y, si se observa cuidadosamente, se les puede ver en todos los aviones. El diagrama adjunto muestra cómo funciona el tubo de Pitot. La presión leída mediante la sonda A es mayor que la leída mediante la sonda B. El fluido circula sobre la sonda B pero queda detenido en la sonda A, y de acuerdo con la ecuación de Bernouilli la diferencia cinética se transforma en una diferencia de presiones. Los tubos de Pitot reales combinan de forma compacta estas dos sondas en dos tubos concéntricos como. se muestran en la figura adjunta.



(a) Desarróllese la expresión general para la velocidad en función de las presiones p_A y p_B

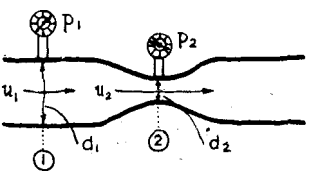
(b) Titan, luna de Saturno, es el mayor satélite de nuestro sistema solar. Tiene aproximadamente la mitad del diámetro de la Tierra, su atmósfera consiste principalmente en metano y es probablemente el objeto más fácil de explorar en el sistema solar exterior. Cuando el ingenio espacial Voyager 2 se posaba lentamente en la

superficie de Titan a través de una atmósfera a − 130°C y 8,4 kPa, su tubo de Pitot indicaba una diferencia de presiones de 140 Pa. Encuéntrese la velocidad del Voyager 2.

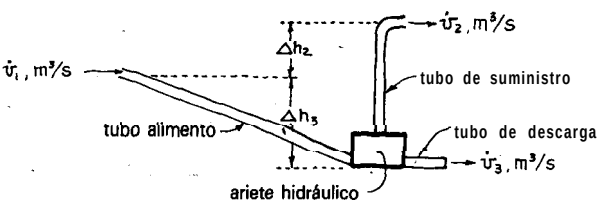
1.7. Un ***venturímetro es*** un instrumento para medir el caudal de un fluido en un tubo. Consiste en una ligera contracción y expansión del canal de flujo, como se muestra a continuación ($p_1 \gg p_2$). Las medidas de presión en la garganta y aguas arriba proporcionan el caudal del fluido. Para líquidos que circulan a través de un venturi ideal, demuéstrese que la velocidad de entrada viene dada por la siguiente ecuación:

$$u_1 = \frac{1}{(\alpha^4 - 1)^{1/2}} \cdot \left(\frac{2g_c(p_1 - p_2)}{\rho} \right)^{1/2} \quad \text{donde} \quad \alpha = \frac{d_1}{d_2}$$

NOTA: Para un venturi bien diseñado, donde $d_2 < d_1/4$, esta expresión falla sólo en un 1-2% como máximo. Por tanto, en un venturimetro real, el «1» de la expresión anterior deberá sustituirse por 0,98 ~ 0,99.



1.8. Un ***ariete hidráulico*** utiliza la energía cinética del fluido circulante para elevar parte del mismo a una derivación superior. El principio de 4a operación es el siguiente: Cuando se detiene bruscamente agua que desciende por un tubo la presión en el fondo del mismo resurge y ésto hace que parte del agua se eleve por encima del nivel del alimento. Con la disposición de válvulas adecuadas esta acción pulsante se repite 15-200 veces/min, con eficacias de bombeo tan altas como 90%. Este tipo de bomba no requiere motor y es conveniente para su uso en lugares muy alejados.

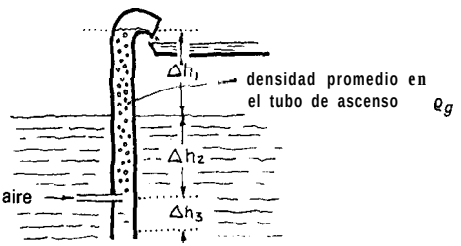


(a) Desarróllese una expresión que relacione la fracción del alimento que puede librarse para la elevación superior con las variables pertinentes mostradas en la figura.

(b) Una corriente de agua pasa por mi casa y deseo utilizarla para mi suministro doméstico de agua. No quiero pagar electricidad para bombear el agua hasta mi casa y por tanto he decidido utilizar un ariete hidráulico. Si la caída de la corriente es de 3 m, el caudal utilizable en el tubo de alimentación es 2 lit/s, la altura

desde el ariete hasta mi tanque de almacenamiento es de 8 m, ¿qué caudal de suministro puedo esperar para una eficacia del 50% si la eficacia se define como el caudal real dividido por el teórico?

1.9. La ***bomba de aire*** funciona impulsando pequefias burbujas de aire en el fondo de un tubo vertical inmerso en el fluido a elevar, como se muestra más abajo. Idealmente, las burbujas son tan pequeñas que la velocidad relativa entre el aire y el agua es despreciable. Estas bombas pueden conseguir en la práctica eficacias del 75% o más. Para una mezcla de 60 % de agua y 40 % de aire ¿a qué altura puede elevar el agua una bomba de aire ideal?



1.10. Un aparato de combustión de lecho fluidizado de escala piloto necesita un suministro continuo de 4 m^3/s de aire a 120 kPa. La temperatura de la sala es 293K.
(a) ¿Qué tamaño de compresor con una eficacia del 74% hará el trabajo?
(b) ¿Cuál será la temperatura del aire a la salida del compresor si no se pierde calor hacia el entorno?

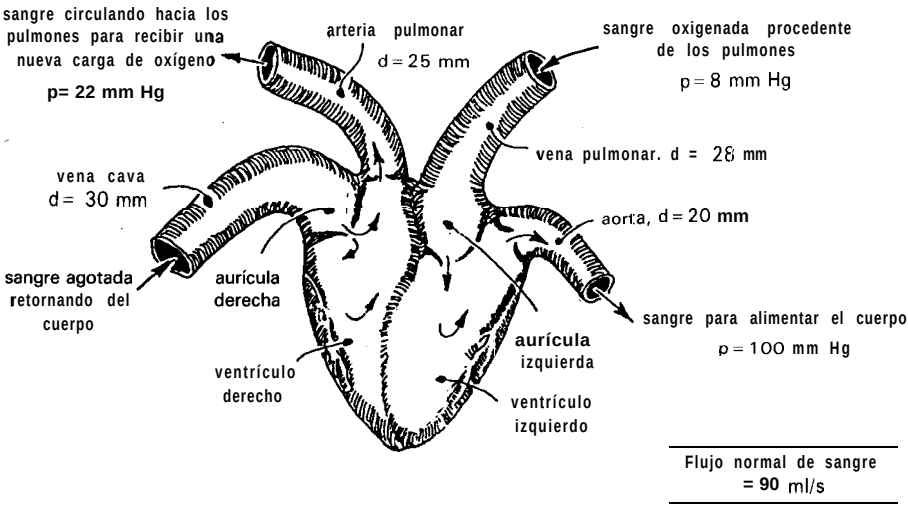
1.11. Se desea constar en el *Guinness Book of Records* como el constructor de fuente más alta del mundo. Para ello se lanzará un chorro vertical de agua que saldrá de un tubo de 2 cm de diámetro interno. Encuéntrese la potencia necesaria para elevar la corriente de agua 100 m. Ahora bien la gente dice que se tienen que considerar los efectos de fricción, pero se dispone de un as en la manga. Alguien nos ha vendido un polvo muy, muy especial. Un pellizco del mismo en el tanque de suministro de agua y desaparece mágicamente la fricción en el tubo y en el aire. Por tanto no hay que preocuparse por la fricción; háganse pues los cálculos suponiendo que pueden ignorarse los efectos friccionales.

1.12. (a) Con referencia al Ejemplo 2 de este capítulo, los importadores sospechan que la hipótesis simplificativa que hacen los aduaneros italianos es injusta para ellos. Para comprobarlo, determínese la tasa a pagar si se tiene en cuenta en los cálculos el término de densidad del aire.
(b) Si la lectura de presión de 102875 Pa se tomara realmente fuera del camión y al mismo nivel que la lectura de 103316 Pa, ¿cuál seria la tasa adecuada a pagar?

1.13. *Corazones artificiales.* El corazón humano es una bomba maravillosa, pero sólo es una bomba. No siente, no se emociona, y su gran inconveniente es que sólo dura una vida. Puesto que es tan importante para vivir, ¿por qué no sustituirlo por un corazón mecánico super seguro, compacto, que durara dos vidas? ¿No seria estupendo? El esquema mostrado a continuación da algunos detalles pertinentes del corazón humano prome-

dio relajado. A partir de esta información, calcúlese la potencia necesaria por un corazón artificial ideal que realice el trabajo de uno real.

Comentario. Por supuesto, la unidad final debería ser algo más potente, quizás por un factor de cinco, para tener en cuenta las insuficiencias de bombeo, y prever situaciones de tensión, tales como huir de leones hambrientos. Supóngase también que la sangre tiene las propiedades del agua.



1.14. Entra aire a 3,3 atm y 7,62 mol/min y circula a través de un equipo experimental para el que la pérdida fricciona1 es $\Sigma F = 10^5$ J/kg de aire circulante. El conjunto está sumergido en agua en ebullición, y puede por tanto suponerse que está a 100 "C. ¿Cuál es la presión del aire que abandona el equipo? Ignórese cualquier contribución posible de la energía cinética del sistema.

1.15 Existen dos posibles caminos (entre otros) de transformar una corriente de aire (1 mol/s) desde 20 °C y 1 atm a 122 °C y 5 atm; se comprime adiabáticamente y a continuación se calienta, o bien se calienta primero y entonces se comprime adiabáticamente. Determínese para cada uno de los dos las necesidades de calor y energía para un compresor con un 50% de eficacia. Tómese $\bar{C}_{p,\,aire}$ = 30 J/mol K. ¿Qué sistema se debería escoger?

1.16 1 mol/s de aire a 2 atm circula a través de un elemento del equipo que se mantiene a 74 °C por inmersión en un baño de temperatura constante. Debido a la elevada resistencia fricciona1 del equipo, el aire sale a 1,2 atm.

(a) ¿Cuál es la pérdida fricciona1 (transferencia de energía mecánica a energía o calor interno) por kilogramo de aire que pasa a través del equipo?

(b) ¿Cuánto es el calor transferido desde el equipo a su entorno, el baño de temperatura constante?

1.17. Para una celda de ensayo de catalizadores de alta temperatura, se comprime primero 1 mol/s de aire a 300 K y 1 atm en un compresor con un 50 % de eficacia aislado, y a continuación se calienta hasta 900 K en un intercambiador de calor en el que el Δp es despreciable. Este aire circula entonces a través de una celda de ensayo isoterma a 900 k en la que se estima que la pérdida fricciona1 vale $\Sigma F = 144500$ J/kg de aire circulante, y finalmente sale a 1 atm. Encuéntrese el rendimiento del intercambiador de calor, y supóngase $\overline{C}_{p,\,\text{aire}} = 30$ J/mol K.

Capítulo 2 FLUJO DE FLUIDOS NEWTONIANOS INCOMPRESIBLES EN TUBOS

Los newtonianos son fluidos en los que el deslizamiento relativo de los elementos de fluido al circular uno sobre otro es proporcional al esfuerzo cortante sobre el fluido, como se muestra en la Fig. 2.1. Todos los gases, -agua líquida y líquidos de moléculas sencillas (amoníaco, alcohol, benceno, petróleo, cloroformo, butano, etcétera) son newtonianos. Las pastas, emulsiones, fluidos biológicos, polímeros, suspensiones de sólidos y otra mezclas son probablemente no newtonianos*. Este capítulo trata de los fluidos newtonianos.

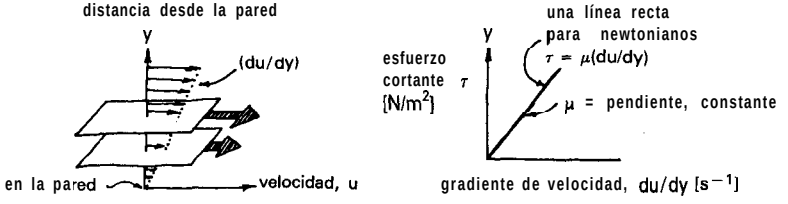


Fig. 2.1. Representación de un fluido newtoniano.

Cuando un fluido circula por un tubo parte de su energía mecánica se disipa por fricción. La razón de esta pérdida fricciona1 a la energía cinética del fluido circulante se define como el factor de fricción de Fanning, f_F. Así pues +

* Estrictamente hablando, se deberian utilizar los términos *fluidos newtonianos* y *fluidos no newtonianos*. Sin embargo, no se causar8 mucha confusión o zozobra si se elimina la palabra «fluido» y simplemente se denominan estos materiales *newtonianos y no newtonianos.*

+ Los lectores que utilizan unidades SI pueden ignorar g,, en todas las ecuaciones, si lo desean.

$$f_F = \left| \frac{\text{fuerza de arrastre friccional} \,/\, \text{área de la superficie del tubo}}{\text{energía cinética} \,/\, \text{m}^3 \text{ del fluido}} \right| \frac{\tau_w}{\rho \dfrac{u^2}{2g_c}} \qquad [-] \tag{2.1}$$

Realizando un balance de fuerzas para una sección de tubo, tal como se esquematiza en la Fig. 2.2, se puede relacionar el esfuerzo cortante en la pared τ_w a la pérdida friccional ΣF (o pérdida friccional de presión Δp_{fr}). Es decir,

$$\begin{pmatrix} \text{Fuerza transmitida} \\ \text{a las paredes} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Pérdida friccional de} \\ \text{energía por el fluido} \end{pmatrix}$$

o en símbolos

$$(L\pi d)\tau_w = \frac{\pi d^2}{4}\Delta p_{fr} = \frac{\pi d^2}{4}\rho\Sigma F \qquad [\text{N}]$$

Sustituyendo en la ecuación (2.1) y haciendo operaciones se obtiene

$$\Sigma F = \frac{2f_F L u^2}{g_c d} = \frac{g}{g_c} h_L \qquad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right] \tag{2.2}$$

Esta pérdida friccional se manifiesta como calor generado, o sea $\Sigma F = Q_{\text{generado}}$, y en el esquema de la Fig. 2.3 se visualiza físicamente la carga perdida.

Se debería esperar que el factor de fricción dependiera de la velocidad del flujo u, las propiedades del fluido, densidad ρ y viscosidad μ, el tamaño del tubo d, y su rugosidad, y efectivamente así es. Por tanto, se tiene

$$f_F = f\left[\begin{pmatrix} \text{número de Reynolds:} \\ \text{una combinación de } d,\ u,\ \mu,\ \rho \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} \text{rugosidad del} \\ \text{tubo, } \epsilon \end{pmatrix}\right].$$

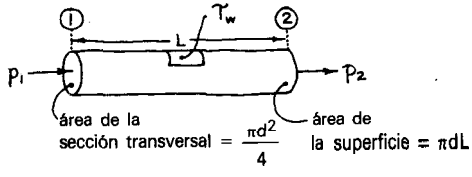


Fig. 2.2. Balance de fuerzas para una sección de tubo.

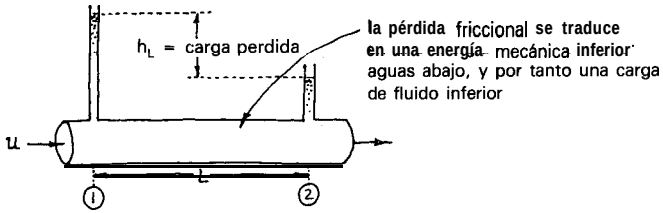


Fig. 2.3. Representación física de la carga perdida.

donde el número de Reynolds viene definido como

$$\mathrm{Re} = \frac{du\rho}{\mu}$$

Las figuras 2.4. y 2.5 preparadas a partir de la teoría y de la experimentación, representan esta relación para newtonianos de dos formas alternativas. Cada figura es útil para determinadas aplicaciones. En la tabla 2.1 se da la rugosidad del tubo, necesaria en estos gráficos, para diversos materiales comunes de tubos.

El balance de energía mecánica para el flujo entre los puntos 1 y 2 en un tubo viene representado entonces por la ecuación (1.5); por tanto, con referencia a la Fig. 2.6 se tiene

$$\left.\begin{aligned} &\frac{g}{g_c}\Delta z + \Delta\left(\frac{u^2}{2g_c}\right) + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \cancel{W_s} + \Sigma F = 0 \\ \text{donde}\quad &\Sigma F = \frac{2f_F L u^2}{g_c d} \end{aligned}\right\} \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right] \qquad (2.3)$$

= 0 para no existencia de bomba o turbina en la línea

o en función de la carga de fluido

$$\left.\begin{aligned} &\Delta z + \Delta\left(\frac{u^2}{2g}\right) + \frac{g_c}{g}\int \frac{dp}{\rho} + \cancel{\frac{g_c}{g} W_s} + h_L = 0 \\ \text{donde}\quad &h_L = \frac{g_c}{g}\Sigma F = \frac{2f_F L u^2}{gd} \end{aligned}\right\} [\mathrm{m}] \qquad (2.4)$$

= 0 para no existencia de bomba o turbina en le linee

Estas ecuaciones se utilizan junto con las Figs. 2.4 y 2.5 para resolver los problemas de flujo en tuberías.

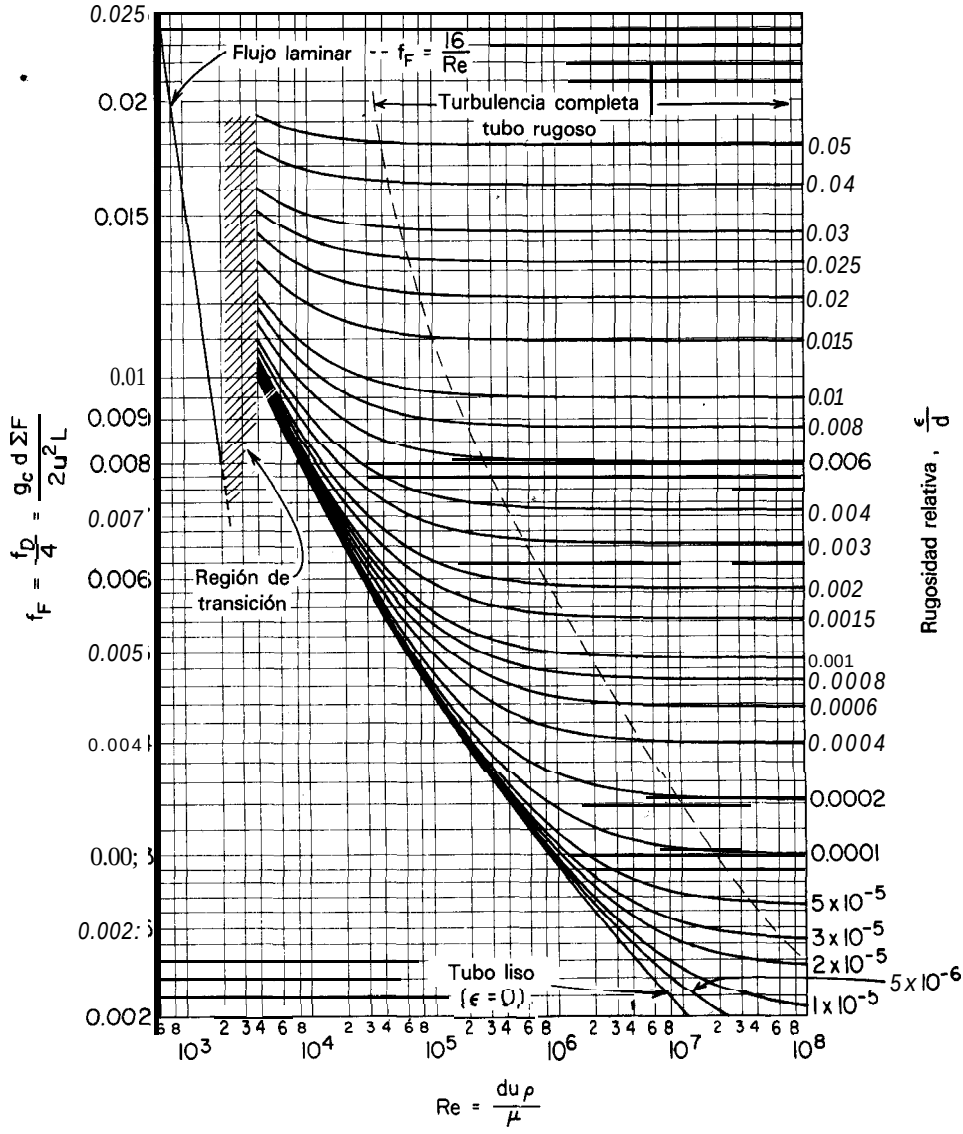


Fig. 2.4. Esta figura es útil para encontrar las necesidades de potencia de bombeo o pérdidas friccionales cuando se conoce el caudal del fluido en un tubo. [Adaptada de Moody (1944)].

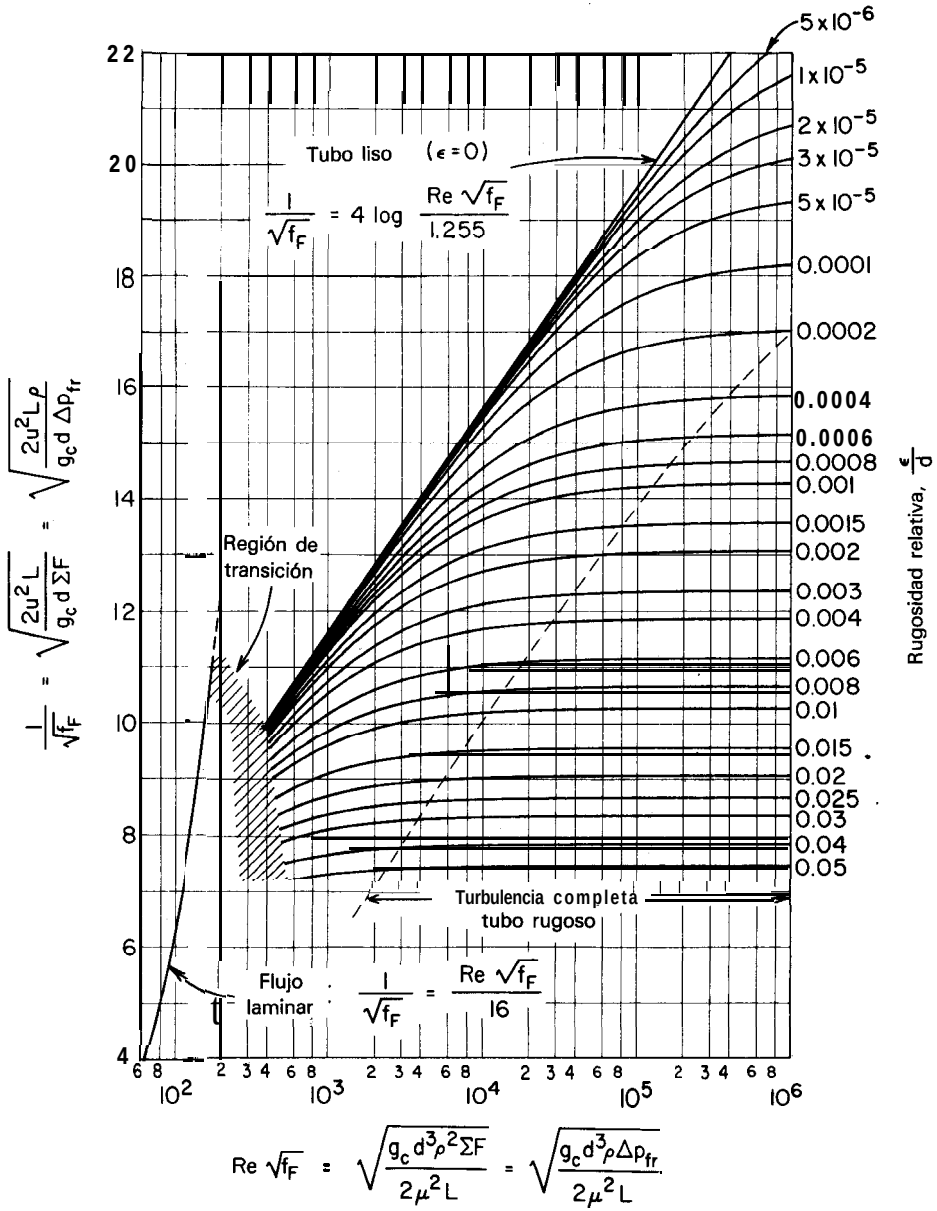


Fig. 2.5. Esta figura es útil para encontrar el caudal cuando se conoce la fuerza impulsora del flujo (carga gravitacional, energía de bombeo, etc.) [Adaptada de H. Rouse, véase discusión según Moody, (1944)].

Tabla 2.1. Rugosidad de un tubo limpio[a]

Material del tubo	ε, mm
Acero remachado	1-10
Hormigón	0.3–3
Duelas de madera	0.2–1
Hierro colado	0.26 (0.25)[b]
Hierro galvanizado	0.15 (0.15)[b]
Hierro colado asfaltado	0.12 (0.13)[b]
Acero comercial o hierro forjado	0.046 (0.043)[b]
Tubería de drenaje	0.0015
Vidrio	0
Plástico (PVC, ABS, polietileno)	0

[a] Adaptado de Fischer and Porter Co., Hatboro, PA, Catalogs section 98-A (1947).
[b] Valores entre paréntesis, según Colebrook (1939).

A. Comentarios

1. El número de Reynolds Re mide la importancia de la disipación de energía por efectos viscosos. Así,

$$\mathrm{Re} = \frac{\text{fuerzas de inercia}}{\text{fuerzas viscosas}} = \frac{d\mu\rho}{\mu} = \frac{dG}{\mu}$$

Cuando el flujo está representado por un número de Reynolds grande significa que los efectos viscosos son relativamente poco importantes y contribuyen poco a la disipación de energía; un número de Reynolds pequeño significa que las fuerzas viscosas dominan y son el mecanismo principal de disipación de energía.

2. Regímenes de flujo (véase Fig. 2.7). Los newtonianos que circulan por tubos exhiben dos tipos distintos de flujo, laminar (o líneas de corriente paralelas) cuando Re < 2100, y turbulento cuando Re > 4000. Entre' Re = 2100 y Re = 4000 se observa un régimen de transición con flujo incierto y algunas veces fluctuante.

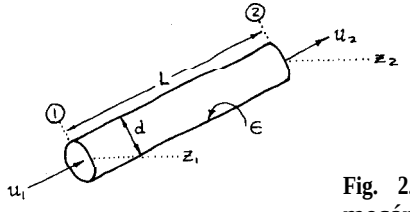


Fig. 2.6. Desarrollo del balance de energía mecánica por el flujo en tubos.

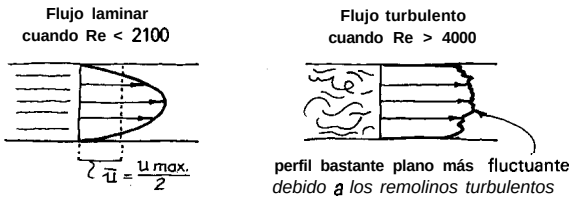


Fig. 2.7. Diferencia entre flujo laminar y turbulento en tubos.

3. Para flujo laminar (Re < 2100), el factor de fricción y la pérdida fricciona1 pueden encontrarse a partir de las Figs. 2.4 y 2.5, o bien de las siguientes expresiones teóricas sencillas deducidas por Poiseuille

$$f_F = \frac{16}{Re} \quad O \qquad \Sigma F = \frac{32 u \mu L}{g_c d^2 \rho} \quad o \quad u = \frac{g_c d^2 \rho \Sigma F}{32 \mu L} \tag{2.5}$$

4. Actualmente se utilizan en la práctica **dos factores de fricción diferentes:**

(i) f_F, factor de fricción de Fanning, definido en la ecuación (2.1);
(ii) f_D, factor de fricción de Darcy.

Los ingenieros químicos utilizan f_F; los otros prefieren f_D. No deben confundirse estas dos definiciones; además, adviértase que

$$f_D = 4 f_F \quad 0 \quad f_F = \frac{f_D}{4}$$

La manera más sencilla de saber cuál se está utilizando (cuando no lleva subíndice) es observar el gráfico para el régimen laminar. En este caso

$$f_F = \frac{16}{Re} \qquad \text{mientras} \qquad f_D = \frac{64}{Re}$$

5. En régimen turbulento (Re > 4000), el factor de fricción y las pérdidas friccionales se encuentran mediante las Figs. 2.4 o 2.5, o bien mediante las expresiones experimentalmente comprobadas de Nikuradse, que se aproximan bastante a las expresiones teóricas de Nikuradse, Prandtl y von Karman, discutidas en el libro de Schlichting (1979).

Para el intervalo de flujos desde Re = 4000 hasta 10^8 Colebrook (1939) combinó hábilmente estas expresiones obteniendo

$$\frac{1}{\sqrt{f_F}} = -4 \log\left(\frac{1}{3.7} \frac{\epsilon}{d} + \frac{1.255}{Re\sqrt{f_F}} \right) \tag{2.6}$$

En una forma útil para calcular Re dado el valor f_F

$$\frac{1}{\mathrm{Re}} = \frac{\sqrt{f_F}}{1{,}255}\left[10^{-0{,}25/\sqrt{f_F}} - \frac{1}{3{,}7}\frac{\varepsilon}{d}\right] \tag{2.7}$$

y en una forma útil para calcular f_F a partir del Re, Pavlov et al. (1981) dieron la excelente aproximación

$$\frac{1}{\sqrt{f_F}} \cong -4\log\left[\frac{1}{3{,}7}\frac{\epsilon}{d} + \left(\frac{6{,}81}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}9}\right] \tag{2.8}$$

Las expresiones anteriores se simplifican para una serie de casos especiales. Así para ***flujo turbulento totalmente desarrollado en tubos rugosos,*** donde f_F es independiente de Re, la ecuación (2.6) se convierte en

$$\frac{1}{\sqrt{f_F}} = 4\log\left(3{,}7\frac{d}{\epsilon}\right) \tag{2.9}$$

Para tubos lisos ($\epsilon/d = 0$) la ecuación (2.8) se simplifica a

$$\frac{}{} 3{,}6\log\frac{\mathrm{Re}}{6{,}81} \tag{2.10}$$

6. Régimen de transición (Re = 2100 ~ 4000). En este caso se tiene una situación incierta donde el flujo puede ser turbulento, laminar o fluctuante.

7. **Los** sistemas de tuberías tienen contracciones, expansiones, válvulas, codos, y todo tipo de accesorios. Cada uno tiene su propia pérdida fricciona1 particular. Una forma conveniente de tener en'cuenta esta pérdida es ponerla en función de una longitud equivalente de tubo recto. Por consiguiente, la longitud equivalente de un sistema de tuberías como un todo viene dada por

$$L_{\substack{\text{equiv.}\\ \text{total}}} = L_{\substack{\text{tubo}\\ \text{recto}}} + \sum_{\substack{\text{uniones,}\\ \text{contracciones,}\\ \text{expansiones, etc.}}} (L_{\text{equiv.}}) \tag{2.11}$$

En flujo turbulento las longitudes equivalentes de los accesorios de tuberías son independientes del número de Reynolds, y la tabla 2.2 muestra estos planos para diversos accesorios. Desgraciadamente, en flujo laminar la longitud equivalente varía fuertemente con el número de Reynolds de distinta forma para cada acceso-

Tabla 2.2 Longitud equivalente de tubo recto para diversos accesorios de tubería (sólo flujo turbulento)[a]

Accesorios de tubería	L_{equiv}/d
Válvula de asiento, abierta	~ 300
Válvula de ángulo, abierta	~ 170
Válvula de compuerta, abierta	- 7
3/4 abierta	~ 40
1/2 abierta	~ 200
1/4 abierta	~ 900
Codo de 90°, estándar	30
de radio largo	20
Codo de 45°, estándar	15
Te, utilizada como codo, entrada central	90
Te, utilizada como codo, entrada por uno de los brazos laterales	60
Te, paso recto	20
Codo de retorno de 180“	75
Entrada ordinaria (el tubo termina en la pared del recipiente)	16
Entrada Borda (el tubo penetra en el recipiente)	30
Entrada redondeada, unión, acoplamiento	Despreciable
Ensanchamiento brusco desde d hasta D	
Flujo laminar en d:	$\frac{Re}{32}\left[1-\left(\frac{d^2}{D^2}\right)\right]^2$
Flujo turbulento en d:	$\frac{1}{4}f_{F,\text{en}\,d}\left[1-\left(\frac{d^2}{D^2}\right)\right]^2$
Reducción brusca desde D hasta d; todas las condiciones excepto flujo de gas a alta velocidad donde $p_1/p_2 \geq 2$. Para este caso véase Capitulo 3	
Flujo laminar en d:	$\frac{Re}{160}\left[1.25-\left(\frac{d^2}{D^2}\right)\right]$
Flujo turbulento en d:	$\frac{1}{10}f_{F,\text{en}\,d}\left[1.25-\left(\frac{d^2}{D^2}\right)\right]$

[a] Adaptado en parte de Crane (1982) y de Perry (1950).

rio. Por consiguiente, no pueden prepararse unas sencillas generalizaciones, como en la tabla 2.2, para el régimen de flujo laminar.

8. Energía cinética de los fluidos circulantes. En la resolución de los problemas de flujo y en la sustitución de los valores en el balance de energía mecánica se encuentra con frecuencia

- para líquidos-los términos de energía cinética son despreciables y pueden ignorarse;
- para gases-los términos de energía potencial son despreciables y pueden ignorarse.

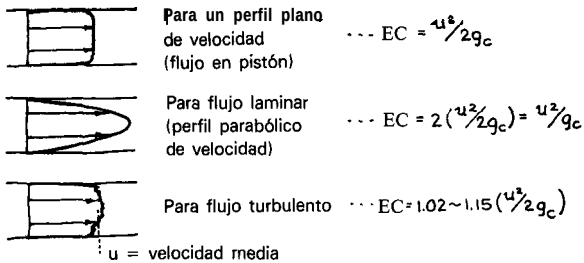


Fig. 2.8. Valoración del término de energía cinética en el balance de energía mecánica.

En caso de duda se evalúan todos los términos y entonces se descartan aquellos que son pequeños comparados con los otros.

En los casos en que debe considerarse la energía cinética los esquemas de la Fig. 2.8 muestran cómo ha de tenerse en cuenta este efecto. En general, entonces

$$\mathrm{EC} = \frac{u^2}{\alpha 2 g_c} \quad \text{donde } \alpha \begin{cases} = \tfrac{1}{2} \text{ para flujo laminar} \\ = 1 \text{ para flujo en pistón} \\ \rightarrow 1 \text{ para flujo turbulento} \end{cases} \tag{2.12}$$

Como la energía cinética de fluidos en movimiento sólo contribuye de manera significativa a altas velocidades cuando el flujo es turbulento, α normalmente vale aproximadamente 1. Sólo para gases, puede el flujo ser simultáneamente laminar y a alta velocidad. Esta situación tiene lugar sólo raramente.

9. Evaluación del término $\int (dp/\varrho)$ en el balance de energía mecánica:

- para líquidos, $\varrho \cong$ constante, por tanto

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{1}{\rho}(p_2 - p_1) = \frac{\Delta p}{\rho} \tag{2.13}$$

- para gases ideales con pequeñas variaciones de densidad puede utilizarse una densidad promedio y entonces tratar el gas como un fluido incompresible; así

$$\bar{\rho} = \frac{1}{\bar{v}} = \frac{\bar{p}\,(pm)}{R\bar{T}} \quad \text{donde} \quad \begin{cases} \bar{p} = \dfrac{p_1 + p_2}{2} \\ \bar{T} = \dfrac{T_1 + T_2}{2} \end{cases} \tag{2.14}$$

- para grandes variaciones de presión o densidad, y esto significa $p_1/p_2 > 2$ o $\varrho_1/\varrho_2 > 2$, se debe utilizar el tratamiento del Capítulo 3.

10. Envejecimiento de los **tubos.** El valor de la rugosidad dado en la tabla 2.1 es para tubo limpio. Sin embargo, con el tiempo, la rugosidad puede aumentar debido a la corrosión y a la formación de depósitos en las paredes. Colebrook (1939) encontró que una sencilla expresión lineal puede representar razonablemente este cambio

$$\epsilon_{\text{cualquier tiempo}} = \epsilon_{\text{tiempo} = 0} + \alpha t \tag{2.15}$$

Un aumento de la rugosidad disminuirá el caudal para una fuerza impulsora dada o aumentará las necesidades de potencia para mantener un caudal dado.

11. Otras conducciones de forma no circular. En general, para flujo turbulento se puede estimar la pérdida fricciona1 en otras conducciones de forma no circular representando la conducción por un tubo circular de diámetro equivalente definido como

$$d_e = 4\left(\begin{array}{c}\text{radio}\\ \text{hidráulico}\end{array}\right) = 4\left(\frac{\text{área sección transversal}}{\text{perímetro mojado}}\right) \tag{2.16}$$

Para ciertas formas-

* corona circular ordinaria y excéntrica;
* tubos que contienen diversas formas de elementos internos, incluyendo tubos con aletas;
* placas paralelas; y
* conducciones rectangulares, triangulares y trapezoidales;

-se han hecho experimentos y se dispone de datos para las pérdidas friccionales [véase Knudsen y Katz (1958), Capítulos 4 y 7].

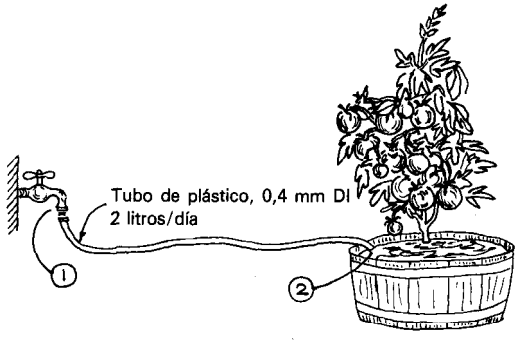
REFERENCIAS Y LECTURAS RELACIONADAS

C. F. Colebrook, Friction factors for pipe flow, *Inst. Civil Eng.* ll, 133 (1939).
Crane Co. Technical Paper 410, New York (1982).
J. G. Knudsen and D. L. Katz, *Fluid Dynamics and Heat Transfer,* McGraw-Hill, New York (1958).
R. Lemlich, A kinetic analogy, *J. Chem. Educ.* **31, 431 (1954).**
L. F. Moody, Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and the rough pipe law, *Trans. ASME 66,* 641 (1944).
J. H. Perry, *Chemical Engineer's Handbook,* Third Ed., McGraw-Hill, New York (1950).
K. F. Paulov, P. G. Ramankov and A. A. Noskov, *Problems and Example, for a course in Bassic Operations and Equipment in Chemical Technology,* Mir, Moscow, 1981, translated.
H. Schlichting, *Boundury Layer Theory,* Seventh Ed. (transl. by J. Kestin), McGraw-Hill, New York (1979).
G. T. Zhang and S. D. Hau, A grand scale: $12 for a dozen experiments in CRE, *Chem. Eng. Educ.,* p. 10 (Winter 1984).

EJEMPLO 2.1. CULTIVO DE TOMATES EN AUSENCIA

Cada verano cultivo cuidadosamente una planta gigante de tomates debido a que me gusta el sabor del fruto recién recolectado. Puesto que estas plantas necesitan 2 litros de agua por día durante la estación de cultivo para producir estos deleitosos e irresistibles frutos, ¿cómo cultivar mi planta el próximo verano cuando me encuentre lejos durante cuatro semanas sin posibilidad de acudir a regarla?

Una solución sería conectar un tubo largo de plástico de 0,4 mm d. i. al grifo de mi casa donde la presión del agua es de 100 kPa por encima de la atmosférica y llevarlo hasta la planta. Determínese la longitud que debería tener el tubo para suministrar 2 litros/día de agua. Por supuesto, todo se encuentra al mismo nivel.



Solución

El conocimiento del caudal volumétrico del agua y del diámetro del tubo permitirá el calculo del número de Reynolds para el flujo en el tubo de plástico. Así,

$$u_2 = \frac{\dot{v}}{A} = \frac{\left(2\dfrac{\text{lit}}{\text{día}}\right)\left(\dfrac{1\ \text{m}^3}{1000\ \text{lit}}\right)\left(\dfrac{1\ \text{día}}{24 \times 3600\ \text{s}}\right)}{\dfrac{\pi}{4}(0.0004\ \text{m})^2} = 0.184\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Y

$$\text{Re}_2 = \frac{d_2 u_2 \rho}{\mu} = \frac{(0.0004)(0.184)(1000)}{10^{-3}} = 73.7 \quad \text{por tanto, flujo laminar}$$

Después de estos cálculos preliminares se escribe el balance de energía mecánica entre los puntos 1 y 2

$$\cancel{\frac{g(z_2 - z_1)}{g_c}}^{=0} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{g_c} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \cancel{W_s}^{=0} + \frac{2 f_F L u^2}{g_c d} = 0$$

Adviértase la ausencia del «2» del denominador del término de energía cinética. Esto se debe a que el flujo del fluido es laminar. Además, como el diámetro del grifo abierto es grande comparado con el del tubo, se puede suponer razonablemente que la velocidad en ese punto es despreciable, o sea $u_1 = 0$. Por tanto, sustituyendo valores se encuentra

$$\frac{(0.(1)4)^2}{} + \frac{101\ 325 - 201\ 325}{1000} + \frac{2f_F L(0.184)^2}{1(0.0004)} = 0$$

o bien,

$$0.034 - 100 + 169.6 f_F L = 0 \qquad \text{(i)}$$

A continuación, extrapolando en la Fig. 2.4 o a partir de la ecuación (2.5), se encuentra que

$$f_F = \frac{16}{\mathrm{Re}} = \frac{16}{73.7} = 0.2171 \qquad \text{(ii)}$$

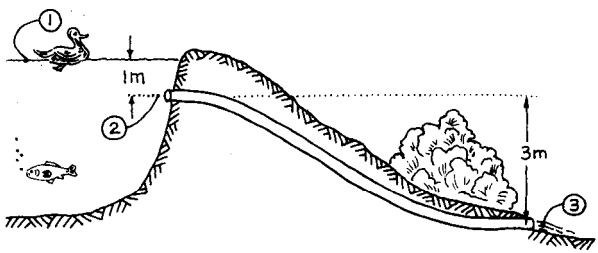
Combinando (i) y (ii) se obtiene entonces la longitud necesaria de tubo, o sea

$$L = 2.725 \text{ m}$$

NOTA: Los números de la ecuación (i) muestran que la energía cinética contribuye en menos de un 0,04% a la pérdida total de energía. Por tanto, el término de energía cinética podría muy bien ignorarse en este problema. Este es frecuentemente el caso, especialmente cuando las velocidades de flujo no son grandes y cuando las pérdidas friccionales son fuertes.

EJEMPLO 2.2. TUBERÍA DE REBOSE PARA UNA PRESA

El próximo verano planeo construir una presa en Dope Creek para formar un pequeño lago. La construcción de la presa es sencilla; sin embargo, no he calculado todavía qué tamaño de tubo galvanizado ha de utilizarse para el rebose del agua. La estación seca no es problema, es la estación húmeda con sus tronadas y sus diluvios súbitos la que me preocupa. Mi meteorólogo personal estima que en la peor situación concebible el flujo en Dope Creek puede alcanzar $\pi/2\ \mathrm{m^3/s}$.



Si el tubo es demasiado pequeño, el nivel del agua llegará a ser demasiado alto (más de 1 m por encima de la entrada de agua) y rebosará y dañará la presa. ¿Qué tamaño de tubo se necesitará para garantizar que el nivel del agua no estará por encima de este punto peligroso? La longitud equivalente de este tubo de rebose es 19,6 m y su descarga está situado 3 m por debajo de su entrada.

Solución

Se puede elegir el escribir el balance de energía mecánica entre los puntos 1 y 3 o entre los puntos 2 y 3. El primer par parece más sencílio ya que entonces $\Delta p = 0$. Por consiguiente, entre los puntos 1 y 3, se tiene

$$\frac{g\Delta z}{g_c} + \cancel{\frac{\Delta u^2}{2g_c}}^{=0} + \cancel{\frac{\Delta p}{\rho}}^{=0} + \cancel{W_s}^{=0} + \Sigma F = 0$$

En el ejemplo 2.1 se encontró que la contribución de la energía cinética era despreciable, de modo que se empieza suponiendo que es despreciable aquí también (se comprobará esto más tarde), y sin bomba o turbina en la línea el término de trabajo mecánico es nulo. Sustituyendo valores se encuentra que

$$9.8(-4) + 0 + 0 + 0 + \frac{2f_F u_2^2(19.6)}{(1)d} = 0 \qquad \text{(i)}$$

A continuación, se relacionan la velocidad de flujo y el número de Reynolds con el diámetro del tubo como sigue

$$u_2 = \frac{\dot{v}}{A} = \frac{\pi/2}{(\pi/4)d^2} = \frac{2}{d^2} \qquad \text{(ii)}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{du_2\rho}{\mu} = \frac{d(2/d^2)(1000)}{10^{-3}} = \frac{2 \times 10^6}{d} \qquad \text{(iii)}$$

Combinando (i) y (ii) se obtiene

$$f_F = d^5/4 \qquad \text{(iv)}$$

Ahora bien a medida que d cambia, lo hacen también Re y f_F, y éstos a su vez están relacionados por la Fig. 2.4. Por tanto, se resuelve por tanteo el diámetro del tubo, como se muestra a continuación

Se supone d	Re [de (iii)]	ϵ/d [de la tabla 2.1]	f_F [de la Fig. 2.4]	f_F [de (iv)]
0.1	2×10^7	0.0015	5.4×10^{-3}	0.0025×10^{-3}
0.4	5×10^6	0.00038	4.0×10^{-3}	2.6×10^{-3}
0.44	4.6×10^6	0.00034	3.9×10^{-3}	4.1×10^{-3}... suficientemente próximo

Por tanto, el diámetro necesario del tubo es $d = 0{,}44$ m.

Finalmente, se comprobará si está justificado suponer que la contribución de la energía cinética puede ignorarse. Insertando la ecuación (ii) en el término de energia cinética de la ecuación (i) se obtiene

$$\frac{\Delta u^2}{2g_c} = \frac{u_2^2}{2g_c} = \frac{2}{d^4} = 53.366$$

No solamente es importante, es incluso mayor que el término de energía potencial de la ecuación (i). Por tanto, la hipótesis inicial fue incorrecta y se debe incluir el término de energía cinética en el balance de energía mecánica. Con esto, la ecuación (i) modificada se convierte en

$$9.8(-4) + \frac{u_2^2}{2} + \frac{2f_F u_2^2 (19.6)}{(1)d} = 0$$

o bien,

$$-39.2 + \frac{2}{d^4} + 156.8\frac{f_F}{d^5} = 0 \qquad \text{(v)}$$

Repitiendo el procedimiento de tanteo, pero utilizando la ecuación (v) en lugar de la ecuación (iv), se encuentra que el diámetro del tubo es

$$d = 0{,}53 \text{ m}$$

NOTAS: Normalmente, en tubos de diámetro pequeño bastante largos, la resistencia friccional al flujo es suficientemente grande para que el término de energía cinética pueda ignorarse. En este problema se debería haber sospechado bastante antes que éste no era el caso y se debería haber incluido inmediatamente el término de energía cinética. Se habría ahorrado tiempo y esfuerzo. La próxima vez se actuará mejor.

Las figuras 2.4 y 2.5 permiten resolver problemas de flujo sin tanteo, siempre que las pérdidas friccionales, caudal, o longitud de tubo sean las incógnitas. Desgraciadamente, cuando la incógnita es el diámetro del tubo, se necesitan utilizar procedimientos de tanteo, como se ha visto en este problema. El flujo laminar es la excepción, ya que en este caso no se necesita tanteo.

PROBLEMAS DE FLUJO INCOMPRESIBLE EN TUBOS

2.1. Cuando un fluido circula a través de un tubo con una velocidad u, parte de su energía mecánica se disipa en energía interna por efectos friccionales. Sea ésta ΣF (J/kg). ¿Qué le ocurre a esta pérdida fricciona1 de energía si se triplica el caudal?

(a) Supóngase $Re_{inicial}$ = 100 en un tubo rugoso, ϵ/d = 0,01.

(b) Supóngase $Re_{inicial}$ = 10000 en un tubo liso.

(c) Supóngase $Re_{inicial}$ = 10^6 en un tubo rugoso, ϵ/d = 0,01.

2.2. Una motobomba de 1 kW y eficacia 100% eleva agua a razón de 1,6 lit/s desde un lago a través de una manguera flexible hasta un tanque situado 32 m por encima sobre una colina. Se utilizará una segunda bomba con la misma longitud de manguera para bombear agua desde el lago a la misma velocidad hasta un recipiente colocado a nivel del lago. ¿Qué motobomba de eficacia 100% se necesita?

2.3. Acabo de sembrar un terreno de 0,6 acres de nuevo césped y el agente de extensión agraria recomienda que lo riegue con 0,2 gal/pie^2 por día de agua para hacerlo crecer adecuadamente. Para hacer esto, he comprado una bomba, 80 pies de manguera de plástico de 1" de d.i. (lisa interiormente) y un rociador, que he conectado adecuadamente. La bomba extrae el agua de una corriente cuyo nivel está 10 pies por debajo de la misma, la entrada del agua es un tubo grande de polietileno (resistencia despreciable) y el césped está 30 pies por encima de la bomba. Cuando la bomba trabaja (7 h/día) el manómetro a la salida de la bomba marca una presión relativa de 80 lb/pulg.^{2}, el recibo de electricidad indica que pago 2,3 c/kWh y debo regar, según el agente, 32 días para desarrollar un césped vigoroso. Si la temperatura del agua (cuando planeo regar) es 80 °F y la eficacia de la bomba es 25 %, encuéntrese el coste de la electricidad para este trabajo de 32 días.

NOTA: Este es el único problema del libro en unidades diferentes de las del SI.

2.4. Aire sobrante, a 20 °C y 100 kPa, es impulsado por medio de un ventilador a través de una conducción galvanizada horizontal de 1 m de diámetro y 10 m de longitud a una velocidad de 10 m/s. ¿Qué tamaño de motor deberá utilizarse si la eficacia del mismo es del 90% y la del ventilador del 20 %?

2.5. 3 kg/s de H_2SO_4 75 % (ρ = 1650 kg/m^3, μ = 8,6 x 10^{-3} kg/m s) han de bombea;-se desde un tanque abierto a otro a través de 600 m (longitud total equivalente que incluye codos, enlaces, etc.) de tubería de 50 mm de d.i. (ϵ = 0,046 mm). La salida del primer tanque está 7 m por debajo de su superficie. En el segundo tanque la entrada está 2 m por debajo de la superficie, que a su vez está 15 m por encima de la del primer tanque. Encuéntrese la potencia necesaria si la eficacia de la motobomba es del 50%.

2.6. Se han de transportar 18000 m^3/día de petróleo desde un campo de petróleo hasta una refinería localizada a 1000 km del mismo mediante una tubería de acero de 0,5 m de d.i. La diferencia de nivel entre los dos extremos de la línea es despreciable.

(a) Calcular la potencia requerida para vencer la fricción en la línea.

(b) Puesto que la presión máxima permisible en cualquier sección de la línea es 4 MPa (aproximadamente 40 atm), será necesario tener estaciones de bombeo a intervalos aconsejables a lo largo de la línea. ¿Cuál es el número menor de estaciones de bombeo requerido?

Datos: A la temperatura implicada el petróleo tiene una viscosidad de 0,05 kg/ms y una densidad de 870 kg/m^3.

2.7. Se descarga agua a 20 °C desde un estanque de sedimentación a una acequia de desagüe a través de una tubería galvanizada de 100 m de longitud equivalente de 100 mm d.i. El nivel del estanque está 10 m por encima del extremo de descarga de la tubería. Encuéntrese el caudal de agua en m^3/min.

2.8. Agua a 20 °C fluye desde la base de un gran tanque de almacenamiento a través de una tubería horizontal lisa (100 mm d.i., 1 km de longitud) a una velocidad de 1 m/s. Esto no es suficientemente rápido. ¿Cuánta tubería debe eliminarse para conseguir que la velocidad a través del tubo sea 2,5 veces mayor? Ignórense los efectos de la energía cinética y de la entrada.

2.9. Domesticar el Mekong. El gigante río Mekong discurre desde el Himalaya a través del sureste de Asia, y el Proyecto de Desarrollo del Mekong propuso que se construyeran 35 presas a lo largo del río para controlar su vasto potencial hidroeléctrico. Una de estas presas, la Pa Mong, ha de tener 100 m de altura, un 25 % de eficacia en la conversión global a electricidad y una producción anual de 20 billones (U.S.) Kwh de energía eléctrica. El diseño preliminar realizado por el ingeniero Kumnith Ping sugiere utilizar 25 entradas de agua, cada una dirigiéndose a una turbina localizada 100 m por debajo del recipiente agua arriba a través de 200 m de tubería de hormigón. El caudal total garantizado de agua en las turbinas sería de 14800 m^3/s. Encuéntrese el tamaño de los tubos necesarios. [Véase ***National Geographic*** 134, 737 (1968)].

2.10. CETO: ***Conversión de la energía térmica del océano.*** En estos tiempos de una demanda alta de energía se considerará en este problema la posibilidad de aprovechar la energía del océano, utilizando agua fría de las profundidades para condensar un fluido de trabajo que se vaporizará mediante el agua caliente de la superficie. Para una planta de 100 — MW de potencia se necesitará bombear $2{,}4 \times 10^5$ kg/s de agua de mar fría a 5 °C desde una profundidad de 750 m a través de un tubo de 12 m de d.i. hasta la superficie del océano. El perfil de temperatura vertical en un océano tropical puede aproximarse razonablemente mediante una función escalón: 25 °C hasta 250 m de profundidad, 5 °C por debajo. Encuéntrese la energía de bombeo necesaria para una motobomba con un 40% de eficacia, y encuéntrese la fracción de la producción de la planta energética que esto representa.

Datos: Para el agua oceánica $\varrho(5\ ^\circ C) = 1027{,}7\ kg/m^3$, $\varrho(25\ ^\circ C) = 1023{,}4\ kg/m^3$. Información procedente de ***Thermal Energy from the Sea,*** por A. Hagen, Noyes Data Corporation (1975); por cortesía de H. A. Mitchell.

2.11. El oleoducto de Alaska bombea crudo de petróleo desde la Bahía de Prudhoe hasta Valdez, a través de una tubería de 1,22 m de d.i. y 1270 km de longitud a presiones tan elevadas como 8MPa. El crudo está a 50 °C y el caudal de la línea es $2{,}2\ m^3/s$. Calcular:

(a) El número teórico de estaciones de bombeo necesarias;

(b) Los kW del conjunto de bombas.

NOTA: Estos datos son del ***National Geographic*** 150, 684 (1976). Además, considérese para el crudo de petróleo a esta temperatura; $\varrho = 910\ kg/m^3$; $\mu = 6 \times 10^{-3}$ kg/m s.

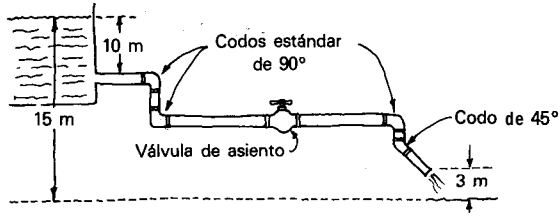
Energía geotérmica. La Northwest Naturaly Gas Co., está realizando un trabajo exploratorio para un posible proyecto de desarrollo geotérmico de 50000000 de dolares para sumi-

nistrar a Portland, Oregón, agua caliente desde el monte Hood. Se perforarían pozos en las pendientes del monte Hood, 760 m por encima de Portland para obtener agua caliente a 74°C a 1 atm. Ésta se transportaría entonces hasta Portland con un caudal de 1,6 m^3/s a través de una tubería de 1,1 m de d.i. y de 70 km de longitud.

2.12. Calcular el tamaño requerido del motor y el coste de bombeo suponiendo una eficacia del 50% para la motobomba y un coste de 2 c/kWh para la electricidad; o, si no se necesita bomba, encontrar la presión del agua al final de la tubería en Portland.

2.13. Si se desea que la presión del agua en Portland sea 700 kPa y ésta puede obtenerse sin bombas eligiendo el tamaño adecuado de tubería, ¿qué tamaño sería el apropiado? [Véase ***Corvallis Gazette-Times (28*** de septiembre 1977)].

2.14. Se hace circular agua a 10 °C procedente de un gran tanque a través de un sistema de tuberías (0,205 m de d.i.) de acero comercial de ocho pulgadas, número de catálogo 30, con una válvula abierta como se muestra en la figura. ¿Qué longitud de tubo podría utilizarse para mantener un caudal de 0,2 m^3/s?



2.15. En el problema anterior sustitúyase la válvula de asiento por una válvula de compuerta. ¿Qué longitud máxima de tubo puede utilizarse ahora?

2.16. La villa de Schaffzell en los Alpes Suizos tiene su propia planta hidroeléctrica modesta que produce electricidad continuamente, tanto si se utiliza como si no. Cuando no se necesita los 240 kW de electricidad mueven una mototurbina con un 75 % de eficacia que bombea 0,1 m^3/s de agua a 5 °C, a través de una tubería de 780 m de longitud equivalente hasta un pequeño lago localizado 153 m por encima de la villa.

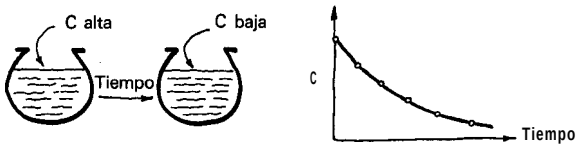
Cuando se necesita electricidad extra se invierte el flujo, el agua circula hacia abajo con el mismo caudal, 0,1 m^3/s, desde el pequeño lago a través de la turbina para generar la electricidad necesaria, de nuevo con un 75% de eficacia. ¿Qué potencia puede generarse con este flujo descendente desde el pequeño lago?

2.17. ¿Qué tamaño de tubo se utilizó por la villa de Schaffzell en su sistema que bombea agua hasta el pequeño lago? (véase problema anterior)

2.18. La irrigación por goteo es un medio de proporcionar agua directamente a las plantas en crecimiento con muy poco gasto. Un método utiliza un tubo «madre» de polietileno de gran diámetro (10-15 mm de d.i.) del cual salen muchos tubos de polietileno de pequeño diámetro, denominados goteros, que van directamente a las plantas individuales. ¿Qué diámetro y longitud del gotero debería utilizarse si se desea un caudal de 4 l/h para cada planta y si la longitud deseada del gotero ha de estar entre 0,5 y 1,5 m?

Datos: La temperatura es 20 °C; la presión del tubo madre = 200 kPa; presión ambiente = 100 kPa; los goteros se fabrican en tres diámetros: 0,5 mm, 1,0 mm, y 1,5 mm.

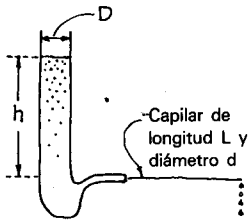
2.19. Uno de los primeros experimentos en el laboratorio de prácticas de ingeniería de la reacción química para estudiantes es seguir el descenso de concentración de un material que se hace reaccionar en un reactor discontinuo, como se muestra a continuación,



y entonces representar esto mediante una ecuación cinética de la forma,

$$\begin{pmatrix}\text{Velocidad}\\ \text{de reacción}\end{pmatrix} = \frac{dC}{dt} = kC^n \text{ donde } k \text{ y n son constantes} \qquad \text{(i)}$$

En principio, éste es un experimento sencillo. En la práctica, esto puede ser bastante complicado, manejando reactivos, preparando soluciones estándar, valorando, etcétera. Para obviar estos problemas, Lemlich (1954) y Zhang y Hau (1984) han propuesto un experimento hidráulico análogo. Éste utiliza una bureta y un capilar como se muestra a continuación. Todo lo que se ha de hacer es llenar la bureta con agua y a continuación seguir el descenso del nivel de agua con el tiempo.



Representando la concentración de reactante por la altura del agua, o sea c ⇔ h, se puede entonces escribir

$$\begin{pmatrix}\text{Velocidad}\\ \text{de reacción}\end{pmatrix} = -\frac{dh}{dt} = kh^n \qquad \text{(ii)}$$

y para un capilar de pequeño diámetro se puede suponer que existe siempre flujo laminar.

(a) Encuéntrense las constantes k y n en función de los parámetros de flujo del sistema L, d, D.

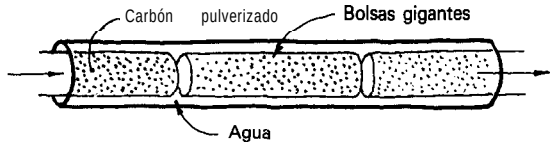
(b) Para agua a 20 °C, d = 1 mm, D = 1 cm, y L = 10 cm, encuéntrese la correspondiente ecuación (ii).

(c) Para el sistema de la parte (b), ¿cuánto tiempo tardaría el nivel del agua en la bureta para descender desde h = 100 cm hasta h = 50 cm?

2.20. Considérese el problema 2.4 de la chimenea horizontal. Si la chimenea fuera vertical y el flujo ascendente, ¿se obtendría una respuesta diferente? ¿Se encontraría que el tamaño del motor cambia desde 3 a 8 kW? Si es así, entonces, ¿qué ocurriríapara un flujo descendente en la chimenea? ¿Se podrían generar 2 kW de trabajo útil gratis? Inténtese resolver el dilema de una chimenea vertical.

2.21. *El Acuatren.* En Colorado se extrae carbón de bajo contenido en azufre, altamente valorado por las compañías eléctricas, debido a que no necesita un pretratamiento para la eliminación de azufre. Los Ángeles necesitan este carbón, y una conducciónde lodos es una de las posibilidades para transportar este carbón desde la mina hasta la ciudad. Se dice que este método de transporte podría ser más barato que por ferrocarril. Sin embargo existe un inconveniente a este método -el uso de agua dulce:

- Se debe utilizar agua dulce para preparar el lodo; de otro modo las sales del agua se quedarían con el carbón pulverizado provocando problemas de corrosión cuando se quemara el carbón.
- A la llegada a Los Angeles el agua dulce estará contaminada y no se podrá utilizar posteriormente.
- El agua dulce es escasa en el sureste de los Estados Unidos y demasiado valiosa para utilizarse de esta manera.



W. R. Grace y Co. han propuesto una alternativa denominada el Acuatren: el carbón pulverizado se coloca en bolsas de plástico gigantes cilíndricas de 5 m de longitud y 0,75 m de diámetro y entonces las bolsas se bombean junto con agua a través de una tubería de 0,91 m de d.i. desde la mina cerca de Axial, Colorado (elevación = 2000 m) hasta Los Ángeles (al nivel del mar), a 2000 km de distancia. Se señala que pueden transportarse 15 millones de toneladas de carbón por año de esta manera.

Este método tiene otra gran ventaja. En Glenwood Springs entra agua muy salada al río Colorado, elevando significativamente el contenido salino del río. Utilizando esta agua salada en la conducción en vez del agua dulce del río uno puede evitar la presencia de 250000 toneladas/año de sal en el rio, reduciendo por tanto la carga de las plantas de desalinización que actualmente se están construyendo aguas abajo en el río Colorado.

Supóngase que la línea opera 360 días al año, y que las bolsas de plástico se hacen circular sin empuje de flotación y están en contacto unas con otras a lo largo de la longitud total de la conducción. Para una estimación preliminar aproximada:

(a) Calcúlese la velocidad media del carbón en la conducción.

(b) Estímese el caudal volumétrico de agua necesaria para transportar este carbón suponiendo primero flujo laminar, y a continuación suponiendo flujo turbulento.

(c) Determínese si el flujo del agua es laminar o turbulento.

(d) Encuéntrese el coste teórico de bombeo por tonelada para transportar el carbón, suponiendo una operación directa hacia Los Angeles a través de una tubería de

acero comercial y un coste de 2,5 c/kWh para la energía eléctrica.

La información para este problema ***es*** de ***Christian Science Monitor (4*** de junio, 1982).

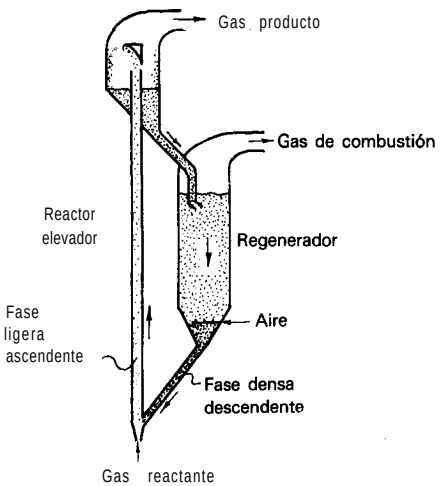
2.22. La presa de Villarino en la provincia de Salamanca (España) se termino en 1970. El salto de agua es de 410 m, y el tubo de alimentación a la central energética de la presa es de hormigón recubierto de acero con un d.i. de 7,5 m y una longitud de 15,4 km. Este tubo alimenta 6 turbinas reversibles de igual tamaño. ¿Por qué reversibles? Porque no hay un exceso de agua. Así, en tiempos de fuerte demanda de electricidad, el agua circula aguas abajo para generar electricidad, mientras en tiempos de exceso de generación eléctrica el agua puede bombearse aguas arriba para ser utilizada posteriormente. Cuando se esta generando electricidad, el agua circula a través de cada una de las 6 turbinas con un caudal de 38,75 m^3/s. Cuando se invierte el flujo y se bombea el agua aguas arriba utilizando la misma potencia que ha generado en flujo normal, el caudal a través de cada turbina es 28 m^3/s. Considérese que el agua está a 10 °C. Calcúlese:

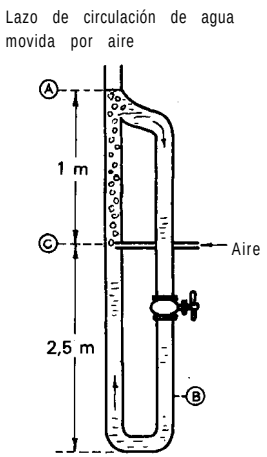
(a) La eficacia de conversión de la energía potencial del agua a electricidad.

(b) La producción de energía eléctrica de la instalación.

Sistemas con sólidos circulantes. El conocimiento de cómo conseguir que una corriente de sólidos finos circule por acción hidráulica (no por un alimento de tornillos sinfín o convectores de canjilones) alrededor de un bucle o retroceda y adelante entre dos unidades de proceso, ha conducido al desarrollo de algunos de los procesos mas importantes en la industria química. El craqueo catalítico en lecho fluido de crudo de petróleo es el más antiguo y probablemente el ejemplo más importante de este tipo de proceso. Encontrar la velocidad de circulación de sólidos es de importancia principal en estas operaciones, y la forma cómo se determina se puede estudiar mejor observando la analogía aire-agua.

2.23. Considérese el lazo de circulación de sólidos y el modelo algo similar aire-agua mostrados a continuación. Encontrar el caudal de circulación de agua (kg/s) en el mode-



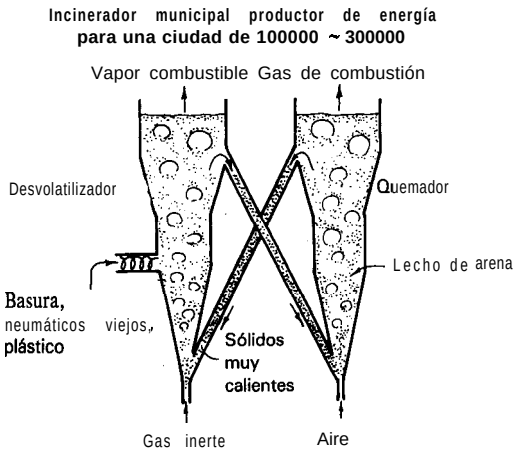


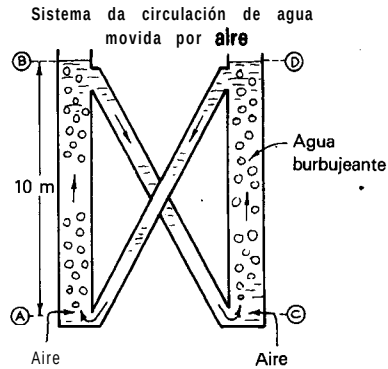
lo en el que

- $d_t = 2$ cm, $L_{eq,\,ABC} = 15$ m, $L_{eq\ CA} = 1$ m;
- la sección AC tiene una altura vertical de 1 m y contiene agua burbujeante, con un 1% de aire, mientras que la sección ABC está libre de aire;
- la pérdida friccional de esta mezcla de 1% de aire-agua es aproximadamente la del agua sola, con el mismo número de Reynolds crítico.

2.24. Considérese la circulación de sólidos entre dos recipientes de proceso y el correspondiente modelo aire-agua esquematizados a continuación. Encontrar el caudal de circulación de agua (kg/s) en el modelo de planta piloto en el que

- para cada una de las secciones verticales de flujo ascendente AB y CD: $d_t = 36$ centímetros, $L_{eq} = 10$ m, 10% de aire en el flujo burbujeante;
- para cada una de las secciones inclinadas de flujo descendente BC y DA: $d_t = 20$ centímetros, $L_{eq} = 15$ m, sin aire de arrastre;
- para el flujo burbujeante con un 10 % de aire supóngase que la «viscosidad» es 1,8 veces la del agua sola.





Capítulo 3 FLUJO COMPRESIBLE DE GASES

Cuando la variación de densidad del fluido es pequeña ($\varrho_1/\varrho_2 < 2$) y la velocidad no demasiado alta (número de Mach, Ma $< 0{,}3$), entonces el balance de energía mecánica se reduce a las formas desarrolladas en el capítulo 2. Estas ecuaciones representan el flujo de todos los líquidos así como el de gases que circulen relativamente despacio. Se denomina ***flujo incompresible.***

Por otro lado, sólo para gases, cuando la razón de presiones es grande y/o el flujo muy rápido, entonces los efectos de la energía cinética y de la compresibilidad (grandes variaciones de la densidad) pueden llegar a ser los términos dominantes en el balance de energía mecánica. En esta situación el balance de energía mecánica toma formas bastante diferentes de las desarrolladas en el capítulo 2. Se le denomina *flujo compresible de gases, y* las ecuaciones correspondientes se desarrollarán en este capítulo.

Aire circulando a través de una conducción de acondicionamiento de aire puede considerarse que es flujo incompresible, mientras que el flujo desde un tanque de alta presión a través' de un tubo corto de descarga o a través de una conducción cuya presión de entrada es 50 atm y la presión de salida es 10 atm, deberá tratarse como compresible.

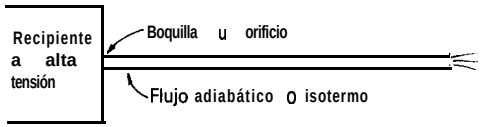


Fig. 3.1.

La importancia. de estos dos factores, compresibilidad y velocidad, viene indicada por el número de Mach, definido como

$$\mathrm{Ma} = \left(\frac{\text{velocidad del gas}}{\text{velocidad del sonido en el gas}} \right)_{\text{a la misma } T \text{ y } P} \quad \frac{u}{c} \tag{3.1}$$

donde la velocidad del sonido viene dada por la termodinámica como

$$c \underset{\text{ideal}}{\overset{\text{gas}}{=}} \left[\frac{g_c k p}{\rho} \right]^{1/2} = \left[\frac{g_c k R T}{(pm)} \right]^{1/2} \underset{20°\text{C}}{\overset{\text{aire}}{=}} 343.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \tag{3.2}$$

Depende de T, p y ρ

$k = \frac{C_p}{C_v} \cong 1.67$ para gases monoatómicos
$\cong 1.40$ para gases diatómicos
$\cong 1.32$ para gases triatómicos

En este capítulo se trata por turno

- flujo adiabático en un tubo
- flujo isotérmico en un tubo
- flujo a través de una boquilla

A continuación se combinaron las ecuaciones para una boquilla y un tubo para tratar la descarga de los gases desde un tanque a través de un tubo, como se esquematiza en la Fig. 3.1.

1. FLUJO ADIABÁTICO EN UN TUBO CON FRICCIÓN

Considérese un gas que circule a través de un tubo bien aislado pero real, es decir, con resistencia friccional. La figura 3.2 muestra cómo varían las condiciones a medida que el gas atraviesa el tubo.

Supóngase que p_1 está fijada y p_3 es ajustable. Cuando p_3 *es* un poco más pequeña que p_1 el flujo a través del tubo es lento y $p_2 = p_3$. Sin embargo, a medida que se disminuye p_3 más y más la velocidad del gas a la salida del tubo, u_2 aumenta hasta que alcanza la velocidad del sonido en dicho gas.

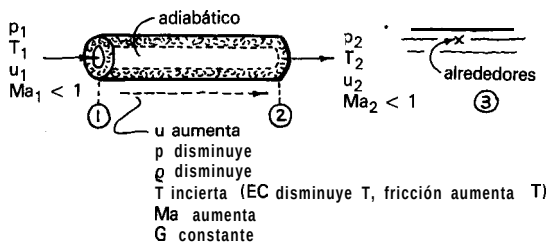


Fig. 3.2. Flujo lento en un tubo bien aislado; $p_2 = p_3$.

Esta velocidad representa la velocidad media real del movimiento de las moléculas individuales del gas.

Si se disminuye todavía más p_3 el gas que abandona la conducción no puede ir más rápido y la velocidad se mantiene sónica para p^*, T^*, u^* y $Ma_2 = 1$; y el caudal se mantiene invariable. Por consiguiente, se ha alcanzado el máximo caudal posible de gas en dicha conducción para la presión particular de entrada p_1. Por tanto para $p_3 < p^*$ se tiene lo que se denomina ***flujo obstruido,*** como se muestra en la Fig. 3.3.

Para caracterizar cuantitativamente este flujo adiabático con la fricción, se utilizan los balances de energía mecánica y energía total para una sección diferencial del tubo.

$$\underbrace{\cancel{\frac{g}{g_c}dz}}_{\approx 0} + \frac{udu}{g_c} + \frac{dp}{\rho} + \underbrace{d(\Sigma F)}_{\frac{2f_F u^2\, dL}{g_c d}} + \underbrace{\cancel{dW_s}}_{=0} = 0 \qquad \left[\frac{J}{kg}\right] \tag{3.3}$$

ρ cambia enormemente, no puede suponerse constante, y debe considerarse la expansión **adiabática**

$$\underbrace{dh}_{C_p dT} + \frac{udu}{g_c} + \underbrace{\cancel{\frac{g}{g_c}dz}}_{\approx 0} = \underbrace{\cancel{dq}}_{=0\ \text{adiabático}} - \underbrace{\cancel{dW_s}}_{=0} = 0 \qquad \left[\frac{J}{kg}\right] \tag{3.4}$$

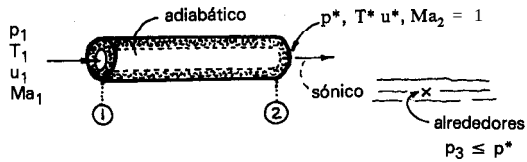


Fig. 3.3. El mayor flujo posible en un tubo bien aislado da velocidad sónica a la salida.

Combinando estas- expresiones, escribiendo todos los términos en función del número de Mach con la ayuda de las ecuaciones (3.1) y **(3.2),** suponiendo un valor

constante para f_F a través de la longitud del tubo, se obtiene, después de una considerable manipulación e integración.

$$\left.\begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \frac{Y_1}{Y_2}, \quad \text{donde } Y_i = 1 + \frac{k-1}{2}\mathrm{Ma}_i^2 \\ \frac{p_2}{p_1} &= \frac{\mathrm{Ma}_1}{\mathrm{Ma}_2}\left[\frac{Y_1}{Y_2}\right]^{1/2} \\ \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \frac{\mathrm{Ma}_1}{\mathrm{Ma}_2}\left[\frac{Y_2}{Y_1}\right]^{1/2} \end{aligned}\right\} \tag{3.5}$$

$$G = \mathrm{Ma}_1 p_1\left[\frac{g_c(pm)k}{RT_1}\right]^{1/2} = \mathrm{Ma}_2 p_2\left[\frac{g_c(pm)k}{RT_2}\right]^{1/2} \quad \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{s}}\right]$$

y

$$\underbrace{\frac{k+1}{2}\ln\left[\frac{\mathrm{Ma}_2^2 Y_1}{\mathrm{Ma}_1^2 Y_2}\right]}_{\text{Término EC}} - \underbrace{\left(\frac{1}{\mathrm{Ma}_1^2} - \frac{1}{\mathrm{Ma}_2^2}\right)}_{\text{Término de compresibilidad}} + \underbrace{k\left(\frac{f_F L}{d}\right)}_{\text{Resistencia del tubo}} = 0 \tag{3.7}$$

que relaciona el flujo con la resistencia friccional.

El mayor Caudal posible en un tubo adiabático con fricción (flujo obstruido) se corresponde con velocidad sónica a la salida. Por tanto, poniendo $\mathrm{Ma}_2 = 1$, se encuentra

$$\left.\begin{aligned} \frac{T^*}{T_1} &= \frac{2Y_1}{k+1} \xrightarrow[k=1.4]{\text{para } \mathrm{Ma}_1 \approx 0} 0.833 \\ \frac{p^*}{p_1} &= \mathrm{Ma}_1\left[\frac{2Y_1}{k+1}\right]^{1/2} \\ \frac{\rho^*}{\rho_1} &= \mathrm{Ma}_1\left[\frac{k+1}{2Y_1}\right]^{1/2} \end{aligned}\right\} \tag{3.8}$$

$$G^* = \mathrm{Ma}_1 p_1\left[\frac{g_c(pm)k}{RT_1}\right]^{1/2} = p^*\left[\frac{g_c(pm)k}{RT^*}\right]^{1/2} \quad \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{s}}\right] \tag{3.9}$$

Y

$$\frac{k+1}{2}\ln\left[\frac{2Y_1}{(k+1)\mathrm{Ma}_1^2}\right]-\left(\frac{1}{\mathrm{Ma}_1^2}-1\right)+k\left(\frac{4f_F L}{d}\right)=0 \qquad (3.10)$$

Adviértase que la T, ρ y p a la salida dependen sólo de los números de Mach y que es la ecuación (3.7) o la (3.10) la que relaciona los números de Mach con la pérdida friccional para la longitud del tubo.

II: FLUJO ISOTERMO EN UN TUBO CON FRICCIÓN

Este caso corresponde a una conducción larga (véase Fig. 3.4). Considérese en primer lugar el flujo a través de un tubo con las condiciones de entrada fijadas. A medida que se disminuye p_3 el caudal aumenta hasta que se alcanzan las condiciones de flujo obstruido. Sin embargo, para flujo isotermo se mostrará que el número de Mach limite de salida es $1/\sqrt{k}$, en vez de 1 que se encontró para flujo adiabático. Por tanto,

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{Ma}_{\text{obstruido, isotermo}} &= 1/\sqrt{k}\\ \mathrm{Ma}_{\text{obstruido, adiabático}} &= 1\end{aligned}\right\} \qquad (3.11)$$

Aplicando el balance de energía mecánica a una sección diferencial del tubo se obtiene

$$\cancel{\frac{g}{g_c}dz}^{\cong 0}+\frac{u\,du}{g_c}+\frac{dp}{\rho}+d(\Sigma F)+\cancel{W_s}^{=0}=0\left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right] \qquad (3.12)$$

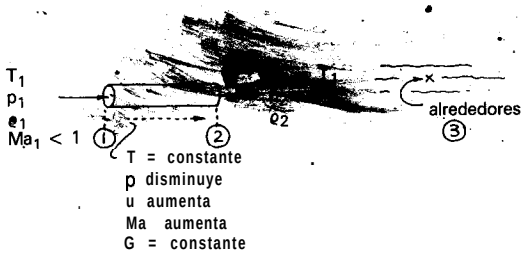


Fig. 3.4. Flujo lento isotermo en un tubo; $p_2 = p_3$

Ignorando el balance de energía total, ya que el flujo es isotermo, dividiendo por u^2, escribiendo todos los términos en función del número de Mach, suponiendo constante f_F, e integrando se obtiene

$$\underbrace{2\ln\frac{\mathrm{Ma}_2}{\mathrm{Ma}_1}}_{\text{Término EC}} - \underbrace{\frac{1}{k}\left(\frac{1}{\mathrm{Ma}_1^2} - \frac{1}{\mathrm{Ma}_2^2}\right)}_{\text{Término de compresibilidad}} + \underbrace{\frac{4f_F L}{d}}_{\text{Resistencia del tubo}} = 0 \tag{3.13}$$

con

$$\left.\begin{aligned} T_2 &= T_1 \\ \frac{p_2}{p_1} &= \frac{\mathrm{Ma}_1}{\mathrm{Ma}_2} \\ \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \frac{\mathrm{Ma}_1}{\mathrm{Ma}_2} \end{aligned}\right\} \tag{3.14}$$

$$G = \mathrm{Ma}_1 p_1 \left[\frac{g_c (pm)\, k}{RT}\right]^{1/2} \qquad \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2\ \mathrm{s}}\right] \tag{3.15}$$

Para condiciones con isotermas o para sistemas a presión elevada para las que el gas no es ideal, se sustituye RT por $\bar{Z}R\bar{T}$ en la ecuación (3.19, donde $\bar{Z}$ es el factor de compresibilidad medio para el gas en el tubo.

Para encontrar las condiciones de obstrucción (flujo mayor posible), se volverá al balance de energía mecánica de la ecuación (3.12), y reagrupando, se escribe como:

$$-\frac{dp}{dL} = \frac{2f_F G^2}{g_c \rho d}\left[\frac{1}{1-\left(u^2\rho/g_c p\right)}\right] = \frac{2f_F G^2}{g_c \rho d}\left[\frac{1}{1-\mathrm{kMa}^2}\right] \tag{3.16}$$

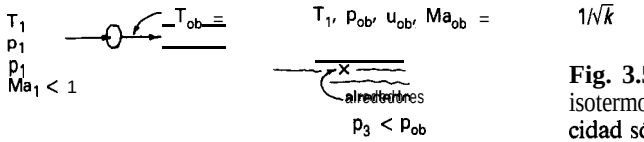


Fig. 3.5. El mayor flujo isotermo posible no da velocidad sónica a la salida.

Ahora bien $-(dp/dL)$ puede ser solamente positivo, nunca negativo, y el mayor caudal resulta cuando $-(dp/dL) \to \infty$. Por consiguiente, para flujo obstruido, tal como se esquematiza en la Fig. 3.5, la ecuación (3.16) muestra que $\mathrm{Ma}_2 = 1/\sqrt{k}$, y por tanto,

$$\left.\begin{aligned} T_{ob} &= T_1 \\ p_{ob} &= p_1 \mathrm{Ma}_1 \sqrt{k} \\ \rho_{ob} &= \rho_1 \mathrm{Ma}_1 \sqrt{k} \\ u_{ob} &= \frac{u_1}{\mathrm{Ma}_1 \sqrt{k}} \end{aligned}\right\} \tag{3.17}$$

$$G_{ob} = u_{ob}\rho_{ob} = u_1\rho_1 = G_1 = \mathrm{Ma}_1 p_1 \left[\frac{g_c\,(pm)\,k}{RT}\right]^{1/2} = p_{ch}\left[\frac{g_c\,(pm)}{RT}\right]^{1/2} \tag{3.18}$$

y

$$\ln\left[\frac{1}{k\mathrm{Ma}_1^2}\right] - \left(\frac{1}{k\mathrm{Ma}_1^2} - 1\right) + \frac{4f_F L}{d} = 0 \tag{3.19}$$

La ecuación (3.19) relaciona la resistencia fricciona1 con las condiciones de ***flujo*** obstruido.

III. ECUACIONES DE TRABAJO PARA EL FLUJO EN TUBOS

Para ***flujo adiabático*** la ecuación (3.7) en una forma alternativa y probablemente más útil se convierte en

$$\frac{k+1}{k}\ln\frac{p_1T_2}{p_2T_1} - \frac{k-1}{2k}\left(\frac{p_1^2T_2^2 - p_2^2T_1^2}{T_2 - T_1}\right)\left(\frac{1}{p_1^2T_2} - \frac{1}{p_2^2T_1}\right) + \frac{4f_F L}{d} = 0 \tag{3.20a}$$

con

$$G = \left[\frac{2g_c\,(pm)\,k}{(k-1)R}\cdot\frac{T_2 - T_1}{(T_1/p_1)^2 - (T_2/p_2)^2}\right]^{1/2} \tag{3.20b}$$

Con las condiciones aguas arriba conocidas y la presión p_2 dada, se encuentra T_2 mediante la ecuación (3.20a), y a continuación G mediante la ecuación (3.20b), véase Turton (1985).

Análogamente, para *flujo isotermo,* la ecuación (3.13) se convierte en

$$2\ln\frac{p_1}{p_2} - \frac{g_c(pm)}{G^2RT}\left(p_1^2 - p_2^2\right) + \frac{4f_F L}{d} = 0 \tag{3.21}$$

Para situaciones donde tiene lugar un comportamiento de gas no ideal y/o flujo algo no isotermo se puede utilizar la expresión coagulada.

$$\frac{2}{\alpha}\ln\frac{p_1}{p_2} - \frac{g_c(pm)\left(p_1^2 - p_2^2\right)}{G^2(\bar{Z}R\bar{T})} + \frac{4f_F L}{d} = 0 \tag{3.22}$$

Desviación del flujo en pistón
$\alpha \cong 1$ para flujo turbulento

IV. FLUJO A TRAVÉS DE UN ORIFICIO 0 BOQUILLA

Supongamos que el gas fluye en flujo adiabático sin fricción de p_0 a p_1 a través de un orificio liso y redondeado como se muestra en la fig. 3.6. A este orificio le llamamos boquilla. El balance de energía mecánica y total es entonces

En una región tan pequeña se puede suponer razonablemente que la pérdida friccional es despreciable comparada con otros efectos

$$\underbrace{\cancel{\frac{g}{g_c}dz}}_{=0} + \frac{u\,du}{g_c} + \frac{dp}{\rho} + \underbrace{\cancel{dW_s}}_{=0} + \underbrace{\cancel{d(\Sigma F)}}_{=0} = 0$$

Cambia adiabática y reversiblemente

$$\overbrace{dh}^{C_p dT} + \frac{u\,du}{g_c} + \underbrace{\cancel{\frac{g}{g_c}dz}}_{=0} = \underbrace{\cancel{dq}}_{=0} - \underbrace{\cancel{dW_s}}_{=0}$$

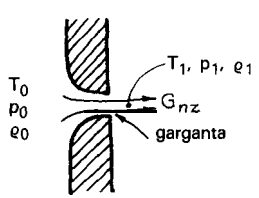


Fig. 3.6. Flujo a través de un orificio o boquilla.

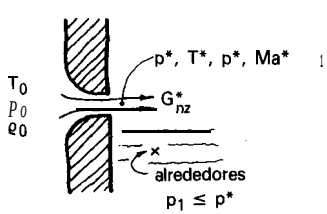


Fig. 3.7. Flujo máximo a través de un orificio.

Teniendo en cuenta el área variable de la sección transversal del canal de flujo y escribiendo todos los términos en función del número de Mach se obtiene, integrando,

$$\left.\begin{aligned}
&\mathrm{Ma}_1^2 = \frac{2}{k-1}(Y_1 - 1) \quad \text{o} \quad Y_1 = 1 + \frac{k-1}{2}\mathrm{Ma}_1^2 \\
&\frac{T_1}{T_0} = \frac{1}{Y_1} \\
&\frac{p_1}{p_0} = \frac{1}{Y_1^{k/k-1}} \quad \text{o} \quad Y_1 = \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{(k-1)/k} \\
&\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{1}{Y_1^{1/(k-1)}}
\end{aligned}\right\} \tag{3.23}$$

$$G_{nz} = p_0 \mathrm{Ma}_1 \left[\frac{g_c (pm)}{RT_0} \frac{k}{Y_1^{(k+1)/(k-1)}} 1\right]^{1/2} \quad \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2\ \mathrm{s}}\right] \tag{3.24}$$

$$u_1 = \mathrm{Ma}_1 c_1 = \mathrm{Ma}, \left[\frac{g_c k R T_0}{(pm)\ Y_1}\right]^{1/2} \tag{3.25}$$

Si se disminuye p_1 llega un punto donde los gases de salida están a la velocidad sónica, o sea $\mathrm{Ma}_1 = 1$. Una posterior disminución de p_1 no daría un aumento del flujo. Para estas condiciones, esquematizadas en la Fig. 3.7.

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{1+k} \overset{k=1.4}{=\!=} 0.833 \\
&\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{1+k}\right)^{k/(k-1)} \overset{k=1.4}{=\!=} 0.528 \\
&\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{1+k}\right)^{1/(k-1)} \overset{k=1.4}{=\!=} 0.634
\end{aligned}\right\} \tag{3.26}$$

En la garganta el caudal máximo es

$$\left.\begin{aligned} G_{nz}^{*} &= p_0\left[\frac{g_c\,(pm)\,k}{RT_0}\left(\frac{2}{1+k}\right)^{(k+1)/(k-1)}\right]^{1/2} \overset{k\,=\,1.4}{=\!=\!=} 0.685\,p_0\left[\frac{g_c\,(pm)}{RT_0}\right]^{1/2} \\ &\underset{20°\mathrm{C},\,1\ \mathrm{atm}}{\overset{\mathrm{aire}}{=\!=\!=}} 239\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2\ \mathrm{s}} \end{aligned}\right\} \quad (3.27)$$

$$\left.\begin{aligned} u^{*} = C^{*}\mathrm{Ma}^{*} &= \left[\frac{2g_c kRT_0}{(pm)\,(k+1)}\right]^{1/2} \overset{k\,=\,1.4}{=\!=\!=} 1.080\left[\frac{g_c RT_0}{(pm)}\right]^{1/2} \\ &\underset{20°\mathrm{C}}{\overset{\mathrm{aire}}{=\!=\!=}} 313.6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}\right\} \quad (3.28)$$

A. Comentarios

1. En primer lugar hay que comprobar si se alcanza la velocidad sónica en la garganta, y a continuación se utiliza la ecuación correcta.
2. Utilizando $p_1/p_0 < 0{,}5$ se tiene un sencillo medidor preciso de caudal que depende sólo de p_0 y A_{garganta}; véase la ecuación (3.26).
3. Para una boquilla no redondeada, por ejemplo un orificio cuadrado, se tiene todo tipo de incertidumbres acerca del flujo, el cual no se sabe cómo tratar. Por lo tanto, se procurará no utilizarla. Se deberá redondear y alisar el orificio.

V. TUBERÍA DE DESCARGA DE UN DEPÓSITO DE ALMACENAMIENTO

En un sistema tanque-boquilla-tubería, tal como se muestra en la Fig. 3.8, el tiempo necesario para atravesar la boquilla es tan corto que el flujo adiabático es siempre una buena aproximación, pero el flujo en la tubería estará entre isoterma y adiabático -pero, ¿cuál? Considérese lo siguiente:

Las ecuaciones de flujo en tuberías desarrolladas en este capítulo suponen todas flujo unidimensional (o flujo en pistón).

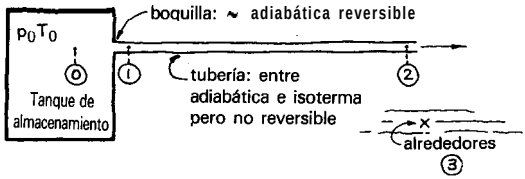


Fig. 3.8. Flujo de gas desde un depósito de almacenamiento a través de una tubería.

Pero esto no es estrictamente correcto porque una capa de fluido que se mueve lentamente recubre siempre la pared interna de la tubería. Consecuentemente, aunque un gas adiabático se expansione y se enfríe progresivamente a medida que circula por la tubería, vuelve a su temperatura de estancamiento siempre que pase a situarse en la pared de la tubería. Por consiguiente, las paredes de la tubería adquieren la temperatura de estancamiento del gas a pesar del hecho de que el gas que circula rápido en el núcleo central puede estar mucho más frío.

Por esta razón, las ecuaciones por el caso boquilla adiabático-tubería adiabática representan probablemente mejor el de una tubería real con temperatura constante de la pared. A continuación siempre se considerará así esta situación. En cualquier caso, ésta no es upa cuestión muy seria debido a que la diferencia en las predicciones de las ecuaciones para los casos isotermo y adiabático no es importante y apenas puede advertirse en las gráficas de rendimiento.

La figura 3.9 es una gráfica adimensional que relaciona el caudal con la pérdida global de presión y la resistencia friccional de la tubería. Adviértase que cuanto más larga es la tubería más pequeño es el caudal máximo, aunque la velocidad del gas a la salida de la tubería pueda ser cónica. La figura 3.10 es un gráfico cruzado de la Fig. 3.9, útil para tuberías más largas.

Para tuberías largas la contribución de la pérdida de presión en el orificio llega a ser despreciable y los gráficos representan exactamente las ecuaciones para el flujo sólo a través de un tubo.

REFERENCIAS Y LECTURAS RELACIONADAS

0. Levenspiel, The discharge of gases from a reservoir through a pipe, *AIChE J.* **23**, 402 (1977).

R. Turton, A new approach to non choking adabatic compressible flow of an ideal gas in pipes with friction, *Chem. Eng.* Z. 30, 159 (1985).

A. H. Shapiro, ***The Dynamics and Thermodynamics of Compresible Fluid Flow,*** Vol. 1, Chapter 6, Ronald, New York (1953).

A. H. Streeter, ***Fluid Mechanics,*** Fourth Ed., Chapter 6, McGraw-Hill, New York (1966).

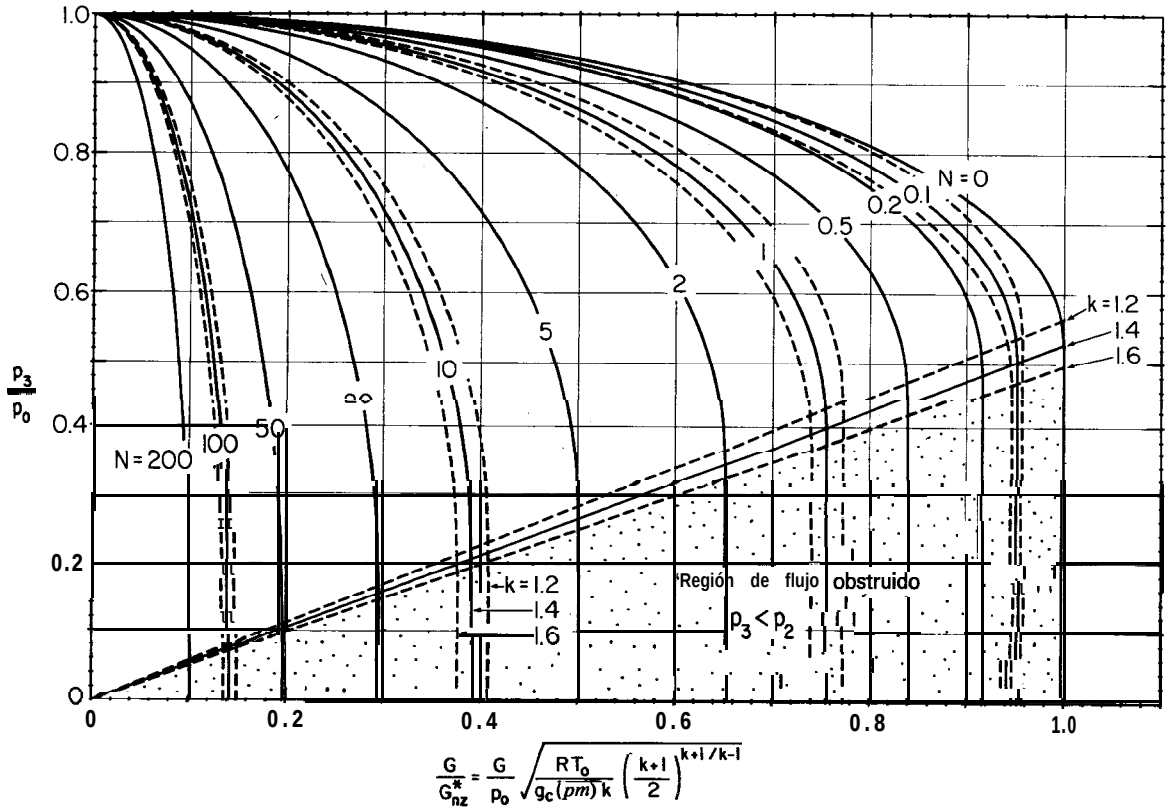


Fig. 3.9. Gráfico que representa el flujo de un gas a través de una tubería desde un tanque a presión elevada. Solución simultánea de las ecuaciones (3.5) — (3.10) con (3.21) — (3.26). [De Levenspiel (1977)].

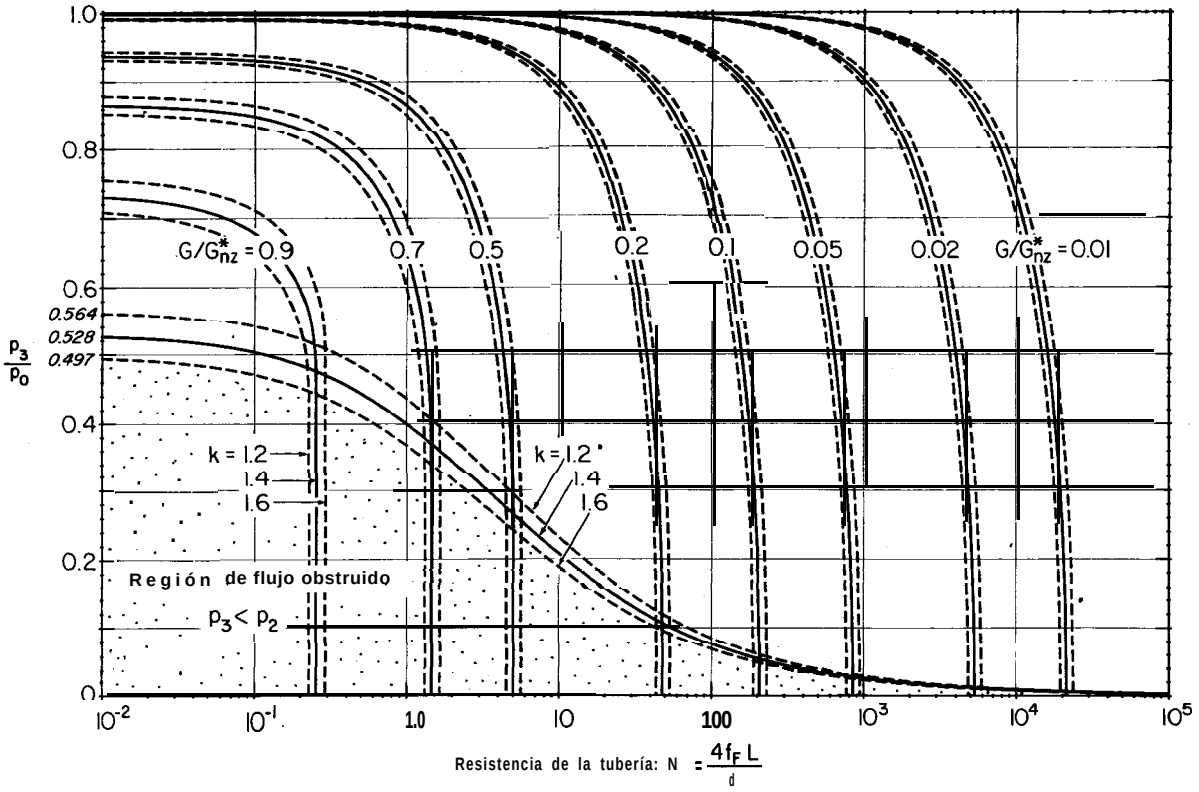


Fig. 3.10. Gráfico alternativo de las variables para la situación tanque-boquilla-tubería. [De Levenspiel (1977)].

EJEMPLO 3.1. NITRÓGENO PARA UNA PLANTA DE AMONÍACO

Ha de alimentarse nitrógeno (k = 1,4) a través de una tubería de acero de 15 mm de d.i. y 11,5 m de larga a una planta de amoníaco. Calcular la presión aguas abajo de la línea para un caudal de 1,5 mol/s, una presión aguas arriba de 600 kPa y una temperatura de 27 °C en toda la tubería.

Solución

Método A. Se utilizará la ecuación (3.13). Previamente, se calculará

ϵ = 0.046 mm (de la tabla 2.1, rugosidad de la tubería)

$$\frac{\epsilon}{d} = \frac{0.046\ \text{mm}}{15\ \text{mm}} = 0.003 \text{ (razón de rugosidad)}$$

f_F = 0.00675 (de la Fig. 2.4, suponiendo que el número de Reynolds sea suficientemente alto; se deberá comprobar esto más tarde)

$$N = \frac{4 f_F L}{d} = \frac{4(0.00675)11.5\ \text{m}}{0.015\ \text{m}} = 20.7$$

$$\dot{m} = \left(1.5\ \frac{\text{mol}}{\text{s}}\right)\left(0.028\ \frac{\text{kg}}{\text{mol}}\right) = 0.042\ \frac{\text{kg}}{\text{s}} \text{ (caudal másico)}$$

$$G = \frac{\dot{m}}{\text{área}} = \frac{0.042\ \text{kg/s}}{(\pi/4)(0.015)^2\ \text{m}^2} = 237.7\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\,\text{s}} \text{ (velocidad másica)}$$

$$\text{Ma}_1 = \frac{G}{p_1}\left[\frac{RT}{g_c\,(pm)}\frac{1}{k}\right]^{1/2} = \frac{237.7}{600\,000}\left[\frac{8.314\,(300)}{0.028\,(1.4)}\right]^{1/2} = 0.1$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (3.13) se obtiene

$$-\ln\left(\text{Ma}_1^2/\text{Ma}_2^2\right) - 71.54\left[1 - \left(\text{Ma}_1^2/\text{Ma}_2^2\right)\right] + 20.70 = 0$$

Esta ecuación se resuelve por tanteo

Ma_1/Ma_2 tanteado	Primer miembro de la ecuación
0.5	31.57
0.4	-37.56
0.8	−4.61
0.87	+3.59
0.84	−0.014 (suficientemente próximo a cero)
0.841	+0.104

Por tanto, de la ecuación (3.14)

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\mathrm{Ma}_1}{\mathrm{Ma}_2} = 0.84 \quad ,$$

Por consiguiente, la presión aguas abajo

$$p_2 = 0.84\ p_1 = 0.84(60\ 000) = 504\ 000\ Pa$$

A continuación se calcula el número de Reynolds para ver si es suficientemente elevado para que f_F sea constante

$$\mathrm{Re} = \frac{du\rho}{\mu} = \frac{dG}{\mu} = \frac{(0.015)(237.7)}{1.8 \times 10^{-5}} \cong 200\ 000$$

Este valor está justo en el límite de que sea constante, pero no vale la pena cualquier corrección por dos razones; primero, porque apenas se puede leer una'mayor precisión en el gráfico y segundo porque los datos a partir de los cuales se construyó este gráfico no son de confianza.

Método B. Se utilizará la expresión recomendada para el flujo isotermo en tuberías, o ecuación (3.21). Esta puede escribirse como

$$-\ln\left(\frac{p_2^2}{p_1^2}\right) - \frac{g_c\,(pm)\,p_1^2}{G^2RT}\left(1 - \frac{p_2^2}{p_1^2}\right) + \frac{4f_FL}{d} = 0$$

y sustituyendo valores

$$-\ln\left(\frac{p_2^2}{p_1^2}\right) - 71.54\left(1 - \frac{p_2^2}{p_1^2}\right) + 20.70 = 0$$

Advirtiendo que $p_2/p_1 = \mathrm{Ma}_1/\mathrm{Ma}_2$, se reconocerá la expresión anterior como la ecuación (i) del método anterior. El resto se sigue como en el método A.

EJEMPLO 3.2. DISEÑO DE UN MEDIDOR DE CAUDAL DE ORIFICIO CRÍTICO

Se desea que el flujo de helio (k = 1,66) a través de una tubería de 100 mm de d.i. sea de 4 m/s a 105 °C y 200 kPa. El tanque de almacenamiento del que se extrae el helio contiene el gas a 1 MPa y —20 °C. ¿Cómo se consigue el flujo deseado con un orificio crítico?

Solución

El caudal requerido es

$$\dot{m} = \left[\frac{\pi}{4}(0.1)^2 4\right]\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}\left(\frac{200\ 000}{101\ 325}\right)\left(\frac{273}{378}\right)\left(\frac{1\ \mathrm{mol}}{0.0224\ \mathrm{m}^3}\right)\left(\frac{0.00403\ \mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}\right) = 8 \times 10^{-3}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

Como la razón de presión está bien por encima de 2 : 1 se tiene flujo crítico a través del orificio. Por tanto la ecuación (3.27) se convierte en

$$G_{nz}^{*} = 10^{6}\left[\frac{(0.00403)(1.66)}{(8\ 314)(253)}\left(\frac{2}{2.66}\right)^{2.66/0.66}\right]^{1/2} = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2\ \text{s}}$$

Para encontrar el diámetro del orificio necesario recuérdese que

$$\dot{m} = \mathbf{AG} = (\pi/4)\,d^2G$$

$$d = \left(\frac{4}{\pi}\frac{\dot{m}}{G}\right)^{1/2} = \left(\frac{4}{\pi}\frac{8\times10^{-3}}{1000}\right)^{1/2} = 3.19\ \text{mm}$$

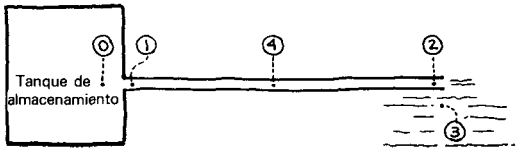
Comentario. Como se ha llegado a un diseño de un orificio de diámetro pequeño seguido por una tubería de diámetro grande, es seguro ignorar la resistencia de la tubería.

EJEMPLO 3.3. USO DE LOS GRÁFICOS DE DISEÑO PARA EL FLUJO DE GASES

Aire a 1 MPa y 20 °C en un gran tanque descarga a la atmósfera a través de un tubería de drenaje de 1,25 m y 15 mm de d.i. ¿Cuál es la presión a la mitad del recorrido de la tubería?

Solución

Puesto que el problema implica un tanque-boquilla-tubería se puede resolver con los gráficos de diseño de este capítulo. Por tanto, con referencia al esquema indicado, se evaluaran los términos necesarios para el uso de los gráficos.



$$\epsilon = 0.0015 \text{ mm (de la tabla 2.1)}$$

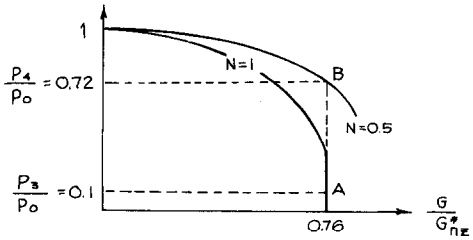
$$\frac{\epsilon}{d} = \frac{0.0015 \text{ mm}}{15 \text{ mm}} = 0.0001$$

$$f_F = 0{,}003 \text{ (de la Fig. 2.4)}$$

$$N = \frac{4 f_F L}{d} = \frac{4(0{,}003)1{,}25 \text{ m}}{0.015 \text{ m}} \cong 1$$

$$\frac{p_3}{Po} = \frac{101\ 325}{10^6} \cong 0.1$$

Con esta información, se localiza el punto A en la Fig. 3.9, como se muestra en el gráfico adjunto



Esto da $G/G^*_{nz} = 0{,}76$.

A la mitad de la tubería G/G^*_{nz} sigue siendo 0,76, pero N = 0,5. Esto permite localizar el punto B que da

$$\frac{p_4}{Po} = 0.72$$

Por consiguiente, la presión a la mitad de la tubería es

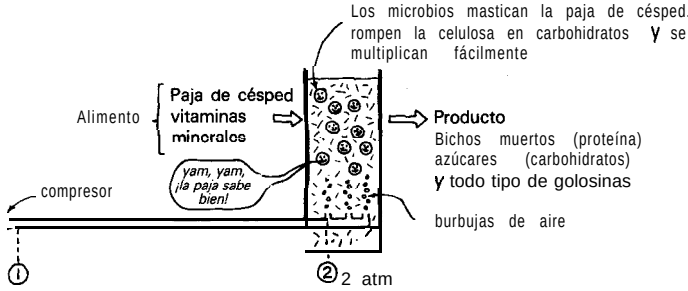
$$p_4 = 720 \text{ kPa}$$

PROBLEMAS DE FLUJO DE GASES

3.1. Me irrita que los responsables mantengan tanto secreto acerca del caudal de producción de su nueva planta de gasificación de carbón. Pero, quizá podríamos averiguarla nosotros mismos. Yo advertí que el gas producido (pm = 0,013, $\mu = 10^{-5}$ kg/m s, k = 1,36) se envía a los usuarios industriales vecinos a través de un tubo no aislado de 15 cm de d.i. y 100 m de largo. El manómetro en un extremo del tubo marca

1 MPa absoluto. En el otro extremo marca 500 kPa. Yo me quemo cuando lo toco, pero cuando lo salpico con agua no chisporrotea, de modo que supongo que la temperatura es 87 °C. ¿Querría usted estimar para mí el caudal de gas de carbón a través del tubo, en toneladas/día y en m^3/s medidos a 1 atm y 0 °C?

3.2. Para nuestro proyecto de descomposición bioquímica de paja de césped se necesita oxigenar la profunda tina de fermentación introduciendo 5 lit/s de aire a 2 atm. Se obtiene este aire mediante un compresor localizado a 100 m de distancia y a través de un tubo de acero de 0,1 m de d.i. ¿Cuál sería la presión a la entrada del tubo para garantizar este caudal?



3.3. Repítase el ejemplo 3.1 con un cambio; el caudal ha de doblarse a 3 mol/s.

3.4. Gasoductos de hidrógeno. Si los Estados Unidos se convierten a la economía del hidrógeno, la electricidad producida por las plantas energéticas y las presas hidráulicas se utilizará directamente para descomponer el agua en sus elementos. Entonces, en vez de transportar la electricidad a todas partes mediante las líneas eléctricas, el hidrógeno se bombeará a través de una red de tuberías subterráneas no vistas. Este hidrógeno se utilizará como combustible de automóviles, para la calefacción doméstica y para producir las pequeñas cantidades de electricidad necesarias. Si llega este día, un gasoducto principal (0,5 m d.i.) llegará directamente a Corvallis desde la presa Bonnevíllе a 300 km de distancia. La presión de H_2 a la entrada de la tubería será de 2MPa; en Corvallis, sería 1 MPa. La temperatura a través de la línea puede estimarse en 20 °C. Encuéntrese el caudal de hidrógeno en estas condiciones en kg/s y en m^3 estándar/s (a 1 atm, 0 °C).

Considérense varios aspectos del gasoducto propuesto de hidrógeno del anterior problema.

3.5. Si el consumo de gas en Corvallis aumenta suficientemente, de modo que la presión desciende de 1 a 0,5 MPa al llegar a Corvallis , ¿cuál sería el caudal del gas? La presión en Bonneville permanecería constante.

3.6. Si se tendiera un gasoducto de 1 m en vez de la línea de 0,5 m, ¿cuánto gas en kg/s y en m^3 estándar/s podría transportarse?

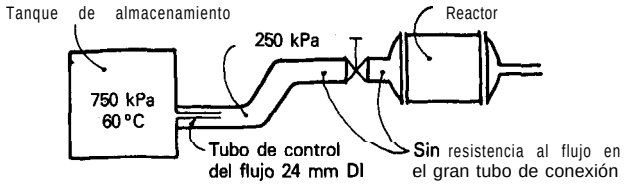
3.7. Si se dobla a 4 MPa la presión de hidrógeno en Bonneville, mientras la presión en Corvallis se mantiene a 1MPa, ¿qué caudal puede obtenerse?

3.8. Se descarga a un ambiente a 140 kPa nitrógeno (k = 1,39) a 200 kPa y 300 K procedente de un gran tanque a través de una boquilla (diámetro de garganta = 0,05 m). Encuéntrese el caudal másico de nitrógeno y compárese con el correspondiente a flujo obstruido. [Este problema se ha tomado de F.A. Holland, *Fluid Flow for Chemical Engineers,* p. 125, Arnold, London (1973).]

3.9. Una purga de seguridad a la atmósfera de un reactor a 3,5 atm consiste en 5 m de tubería de acero comercial de 15 mm conectada al reactor. ¿Es flujo obstruido?

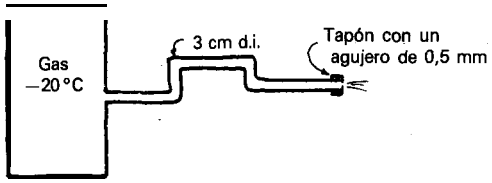
3.10. Se descarga metano (k = 1,2) desde un tanque (112 kPa) a otro (101 kPa) a través de 2,4 m de tubería de 7,66 mm de d.i. Se tiene miedo de que el tubo de conexión se rompa por el extremo aguas arriba, puesto que se mantiene en su sitio sujeto con goma de mascar. Si esto ocurre, ¿cuál será la velocidad de descarga del metano desde el tanque aguas arriba?

3. ll. Han de alimentarse 25 mol/s de etileno (k = 1,2, μ = 2 × 10^{-5} kg/m s) a un reactor que opera a 250 kPa desde un tanque de almacenamiento a 60 °C y 750 kPa. Este flujo ha de controlarse mediante un tubo de descarga de 24 mm de d.i. de hierro comercial como se muestra en el esquema. ¿Qué longitud de tubo de control se necesita?



3.12. Hidrógeno (k = 1,4) circula desde un tanque a 1 MPa a un segundo tanque a 400 kPa a través de 36 m de tubería de acero comercial de 115 mm. ¿Cuál es la presión p_1 en este tubo de conexión a la salida del tanque de alta presión?

3.13. Un medidor de caudal consiste en 2 m de tubería de 3 cm conectada a un tanque de almacenamiento de gas (—20 °C) terminada con un tapón que tiene taladrado un agujero de 0,5 mm, de modo que hace de orificio crítico. Sin embargo, el tamaño del agujero no es correcto, ya que el flujo es exactamente un 8% demasiado alto.



Incluso, si se utiliza otro agujero, no sería probablemente correcto tampoco. ¿Qué se debería hacer? ¿Cómo se puede conseguir el caudal correcto con el orificio actual? Háganse los cálculos y preséntese la respuesta con un esquema.

3.14. ¡Maldición! El agujero taladrado en la pared del tanque (5 atm en el interior, 1 atm en el exterior) es demasiado grande ya que el caudal es 5 veces el deseado. Con un tubo (con un d.i. como el agujero) de 200 mm de largo ajustado al agujero la cosa va a mejor, ya que el caudal es sólo 2,5 veces el deseado. ¿Qué longitud de tubo deberá ajustarse al agujero para conseguir el caudal correcto?

3.15. Con un agujero en la pared del tanque de almacenamiento (200 kPa en el interior) la descarga a los alrededores (144 kPa) es 2,5 veces la deseada. Pero cuando se acopla un tubo de 1 m de largo al orificio (igual diámetro) el caudal es un 75 % el deseado. ¿Qué longitud de tubo deberá utilizarse para conseguir el caudal correcto?

3.16. Cuando la presión en el tanque se eleva a 180 kPa la válvula de seguridad de salida a la atmósfera (100 kPa) se abre. Cuando la presión desciende a 110 kPa la válvula se cierra y la presión se eleva de nuevo. Estímese la razón de caudales de aire al final y al principio de esta operación si la temperatura se mantiene a 300 K durante todo el ciclo.

3.17. Se purga aire desde un reactor (0 °C, 982 kPa) a la atmósfera a través de un tubo liso (d = 3,75 mm, L = 10,4 m). Encuéntrese el caudal de aire en mol/s.

3.18. Repítase el problema anterior para una longitud del tubo de 2,08 m en vez de 10,4 m.

3.19. Un tubo de purga de seguridad de 23 mm de d.i. y 19,6 m de largo descarga desde un tanque de almacenamiento (167 kPa) de aire a la atmósfera. Pero el caudal es demasiado bajo en el tubo de purga. ¿Cuál debería ser su longitud si el caudal de aire ha de ser un 80% mayor que en el tubo actual?

Se alimenta oxígeno a un reactor que opera a 240 kPa desde un tanque de almacenamiento a 300 kPa a través de 1 187,5 mm de tubo de acero de 76 mm de d.i. El flujo es altamente turbulento. El caudal no es suficientemente alto. ¿En qué porcentaje o fracción cambiara el caudal?

3.20. Si la presión de oxígeno en el tanque de almacenamiento se eleva a 800 kPa?

3.21. Si el tubo original de conexión se sustituye por otro con un diámetro doble?

Un gas circula desde un tanque A a través de un tubo hasta un tanque B y las presiones en los tanques son tales que existe flujo obstruido en el tubo. ¿Qué le ocurre al caudal

3.22. Si se dobla la presión en el'tanque A y la presión en el tanque B se reduce a la mitad?

3.23. Si se doblan las presiones en los tanques A y B?

3.24. Veamos si la hipótesis adiabática o isoterma para un tubo proporciona la estimación más conservadora del caudal. Compárense los caudales adiabático e isotermo de aire en tubos de 10 mm de d.i. y 1 m de largos, con idénticas condiciones aguas arriba de 1 MPa y 300 K, y con presión de salida suficientemente baja de modo que exista flujo obstruido o crítico en estos tubos.

Información sobre tubos de calor, útil para los problemas 3.25 a 3.27

El tubo de calor es una manera ingeniosa y eficaz de transferir calor desde un sitio caliente a otro frío, incluso con una diferencia pequeña de temperaturas. Consiste en un tubo cerrado con un cordón de hilos entretejidos en su interior que va de un extremo al otro y que contiene sólo el fluido adecuado. En el extremo caliente (evaporador) la presión de vapor es alta, de modo que el líquido hierve. En el extremo frío la presión de vapor es baja, de modo que el vapor circula hacia ese extremo y condensa. Entonces, por capilaridad, el líquido condensado regresa a lo largo del cordón desde el extremo frío al extremo caliente. Como ejemplo, considérese el tubo de calor mostrado en la Fig. 3.11 que contiene agua y vapor de agua.

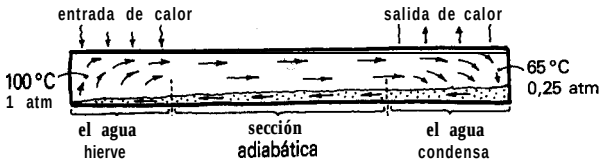


Fig. **3.11.** Tubo de calor con sección adiabática.

La capacidad del tubo de calor es enorme y está sólo limitada por alguno de los siguientes factores:

- Las velocidades de transmisión de calor en los dos extremos.
- La corriente capilar puede romperse, lo que quiere decir que el extremo caliente vaporiza el líquido más rápidamente que el cordón de hilos puede suministrarlo desde el extremo frío.
- El caudal de vapor desde el extremo caliente al frío debido a la diferencia de presión reinante puede ser la etapa lenta (controlante).

Aquí se considerará sólo el último factor. Para estimar este caudal límite adviértase que el vapor se acelera en la sección del evaporador, se mueve muy rápido en la sección adiabática, frenándose entonces en el condensador. Como aproximación se puede considerar esta situación como un orificio seguido por un tubo (sección adiabática).

Algunas veces no hay sección adiabática. En esta situación el vapor se acelera hasta un máximo en el límite entre el evaporador y el condensador, frenándose a continuación. Esto puede considerarse como una boquilla, o un orificio, tal como se muestra en la Fig. 3.12.

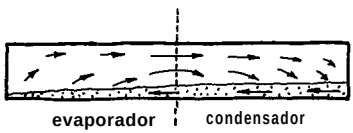
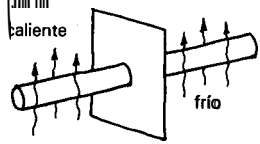
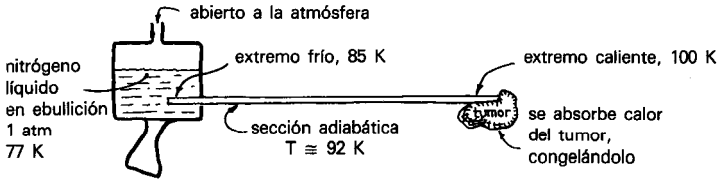


Fig. 3.12. Tubo de calor sin sección adiabática.

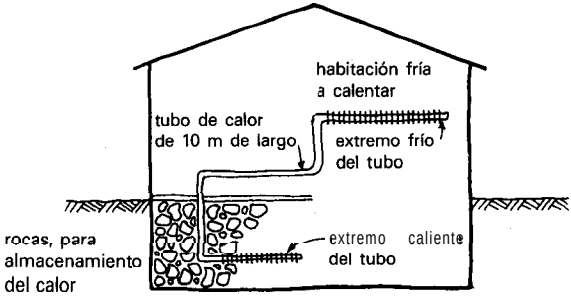
3.25. Ha de utilizarse un ***tubo de calor de agua*** de 1,5 m de largo para ayudar a igualar la temperatura en dos regiones cercanas. La porción caliente del tubo es 0,6 m de largo y contiene agua hirviendo a 124 °C (presión de vapor = 225 kPa); la porción fría tiene 0,9 m de largo y contiene vapor de agua condensante a 90 °C (presión de vapor = = 70 kPa). Encuéntrese el caudal de transmisión de calor si el diámetro de la sección de transporte del vapor es 1 cm, y si el transporte del vapor es el proceso limitante. Cada kilogramo de agua que va desde el extremo caliente al frío transfiere 2 335 kJ de calor.



3.26. Sonda médica criogénica. La sonda criogénica manual compacta, esquematizada más abajo, está diseñada para congelar tumores y tejidos. Consiste en un pequeño tubo de calor con nitrógeno a alta presión que tiene una sección de vaporización (fluido a 100 K y 799 kPa) para contactar el tumor, una sección adiabática de 0,3 m, y un condensador (fluido a 85 K y 229 kPa) bañado en nitrógeno líquido y abierto a la atmósfera. Estímese el caudal de eliminación de calor de la extremidad de la sonda si el diámetro interior del tubo de calor es 2 mm, su rugosidad es 0,02 mm, y si el transporte de vapor es la etapa controlante. Cada kg de nitrógeno que hierve y condensa transporta 193 kJ de calor.



3.27. Tubos de calor para una casa con calefacción solar. En un diseño se utiliza un conjunto de tubos de calor de amoníaco para transportar calor desde el recipiente calentado por energía solar localizado en el sótano de la casa hasta las habitaciones de la misma. Uno de estos tubos consiste en un evaporador (amoníaco a 1200 kPa) inmerso en el recipiente calentado, una larga sección adiabática (10 m) y un condensador (1100 kPa). Encuéntrese el caudal de transmisión de calor de este tubo de calor si la sección



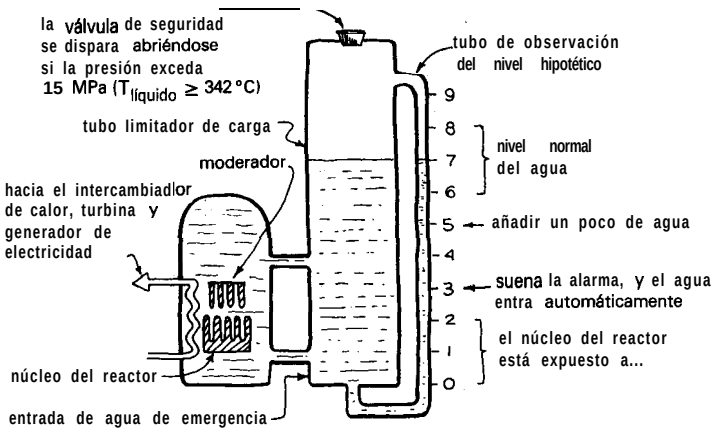
de transporte del vapor tiene un diámetro de 16 mm, una rugosidad superficial ϵ = 0,096 mm y si el transporte de calor es la etapa limitante. El tubo de calor está aproximadamente a 30 °C, por tanto cada kilogramo de amoníaco que circule del extremo caliente al extremo frío transporta 1155 kJ de calor.

3.28. Tubo de calor de un satélite espacial. Se utiliza un tubo de calor de amoníaco para transferir calor desde el lado caliente al lado frío de un pequeño satélite espacial. Las grandes secciones de vaporización y condensación de esta unidad están conectadas por una sección adiabática de transporte de calor de 5 mm de d.i., rugosidad superficial de 0,075 mm y 0,84 m de largo. En el extremo caliente del tubo de calor el amoníaco hierve a 25 °C (π = 1 MPa, H_{vapor} = 1 465 kJ/kg), en el extremo frío condensa a —2 °C (π = 400 kPa, $H_{líquido}$ = 172 kJ/kg). Encuéntrese el caudal de transmisión de calor de esta unidad si el transporte de calor es la etapa controlante. Considérese que la temperatura promedio de la sección adiabática es 12 °C. [Problema modificado tomado de P. D. Dunn y D. A. Reay, ***Heat Pipes,*** 2.ª ed., p. 133, Pergamon Press, Nueva York, (1978).]

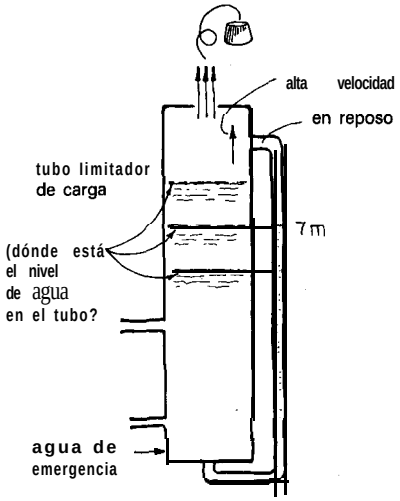
3.29. Accidentes en estaciones energéticas nucleares. El núcleo del reactor de una estación energética nuclear está sumergido en una piscina de agua y tiene todo tipo de sistemas de seguridad para prevenir los siguientes dos tipos de accidentes:

- Eliminación inadecuada de calor. Esto provocaría un aumento de la temperatura y de la presión, con posible ruptura del recipiente contenedor.
- Pérdida de refrigerante. Esto dejaría al descubierto el núcleo del reactor, provocaría una fusión del material metálico y destruiría la unidad.

El sistema de seguridad para este último tipo de accidente, que nunca debería tener que utilizarse, es un tubo limitador de carga de agua de 10 m de alto, 1 m de d.i., que tiene una válvula de purga de seguridad de 0,35 m de diámetro en la parte superior y entrada de agua de emergencia por abajo, como se muestra a continuación.



Lo inconcebible ha ocurrido. En otra parte de la planta algo ha ido mal, los sistemas de seguridad no funcionaron, siendo el resultado neto que el fluido del intercambiador de calor no elimina calor del reactor. Dentro de 8 s las varillas del moderador se introducirán en su sitio, parando el reactor; sin embargo, la liberación del calor residual provoca que la temperatura y presión aumenten y de este modo se abre la válvula de seguridad del tubo limitador de carga. El agua hierve tumultuosamente y el vapor de agua chirria al salir por la parte superior del tubo, como se muestra a continuación



Usted esta de pie frente al tubo de observación de nivel, con la mano en el botón del agua de emergencia, pero de momento todo esta bien, el nivel del agua en el tubo de nivel indica 7 m. Sin embargo, usted se pregunta si la elevada velocidad del vapor de agua puede falsear de alguna manera su lectura y si el nivel del agua es, pues, realmente en el tubo de 7 m. Si no, ¿cuál es el nivel del agua? Con un lápiz y un calculador manual, con las siguientes propiedades del agua conocidas y con un ojo en el tubo de observación de vidrio, haga por favor los cálculos necesarios.

Datos: Para el agua a 15 MPa y 342 °C.

$$\varrho_{H_2O\ \text{líquida}} = 603\ \text{kg/m}^3$$

$$\varrho_{\text{vapor de agua}} = 96{,}7\ \text{kg/m}^3$$

$$k = C_p/C_v = 1{,}26$$

[Problema adaptado de Darrel Teegarden. Also see J. G. Collier y L. M. Davies, «The Accident at Three Mile Island», ***Heat Transfer Eng.*** 1, 56 (1980).]

NOTA: Si usted no tiene su respuesta en 82 segundos, ¡corra!

Capítulo 4 FLUJO MOLECULAR

La trayectoria libre media (tlm) de las moléculas aumenta cuando se reduce la presión del gas, y a una presión suficientemente baja la (tlm) es tan grande que las moléculas empiezan a rebotar de pared en pared del canal de flujo más bien que colisionar una con otra. Cuando esto ocurre el carácter del flujo cambia. Por consiguiente, se presentan diferentes regímenes de flujo dependiendo del valor de la razón

$$\mathrm{Kn} = \frac{(tlm)}{d} = \frac{\text{trayectoria libre media de las moléculas}}{\text{diámetro del canal de flujo}}$$

donde Kn se denomina número de Knudsen. Estos regímenes de flujo son:

- Flujo laminar ordinario (Kn $\ll$ 1): En este caso se aplica la ley de Poiseuille. El flujo en este régimen se basa en las siguientes dos hipótesis:
  (a) $\tau = (\mu/g_c)(du/dy)$ con μ = constante.
  (b) la velocidad en la pared es cero.
- Flujo intermedio o de deslizamiento (Kn $\cong$ 1): En este caso el supuesto (b) empieza a no cumplirse.
- ***Flujo molecular*** (Kn $\gg$ 1): En este caso hay muy pocas colisiones entre las moléculas. La mayoría de las colisiones son con la pared. Por tanto el concepto de viscosidad no tiene significado y el supuesto (a) empieza también a no cumplirse.

En la Fig. 4.1. se muestran los perfiles de velocidad para estos tres regímenes.

Ahora bien la trayectoria libre media de las moléculas gaseosas varía con la presión, y de la teoría cinética de los gases se encuentra que es aproximadamente:

para1 atm: $(tlm) = 6.8 \times 10^{-8} m$

para 1 Pa: $(tlm) = 6.8 \times 10^{-3} m$

A partir de este resultado se tiene

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Flujo laminar:} & \text{cuando } \boldsymbol{pd > 0.8} \text{ Pa m} \\ \text{Flujo molecular:} & \textit{cuando } \boldsymbol{pd} < 0.01 \text{ Pa m}\end{array}\right\} \qquad (4.1)$$

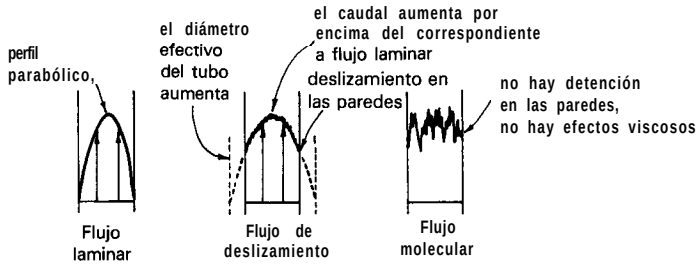


Fig. 4.1. Perfiles de velocidad para los distintos regímenes de flujo.

Si se estudia cómo circula un fluido en los sistemas de alto vacío puede que se tengan que considerar los tres regímenes de flujo. En principio, todos los casos que se puedan presentar se reducen a estudiar el problema tanque-línea-bomba, tal como se muestra en la Fig. 4.2. En un extremo del sistema el fluido puede estar en un régimen, en el otro extremo en el otro. A continuación, se estudiarán estos problemas. Además, al efectuar el vacío en un sistema, la presión disminuye con el tiempo, consecuentemente la velocidad másica disminuye, y el número de Reynolds se hace muy pequeño. Por consiguiente, la transición es desde flujo laminar a molecular, rara vez desde flujo turbulento a molecular.

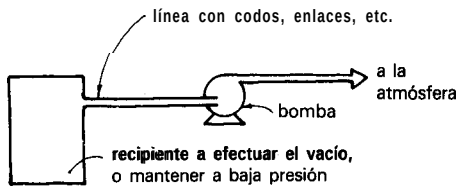


Fig. 4.2. Problema típico para sistemas de vacio.

I. ECUACIONES PARA EL CAUDAL, CONDUCTANCIA Y VELOCIDAD DE BOMBEO

A. Notación

El flujo molecular tiene ***su propia notación particular y conveniente****. A continuación se presentarán tres términos o magnitudes.

1. **Caudal.** Este se mide por

$$Q = \left(\frac{\text{m}^3 \text{ de gas circulante si la presión se corrige a la presión unidad; o sea 1 Pa}}{\text{tiempo}} \right)$$

$$= p\dot{v} = \dot{n}RT = \frac{\dot{m}RT}{(pm)} = p\frac{\pi d^2}{4}u = \frac{\pi d^2}{4}\frac{GRT}{(pm)}$$

$$= \frac{\pi d}{4}\frac{RT\mu}{(pm)}(\text{Re}) \quad \left[\frac{\text{Pa m}^3}{\text{s}} = \frac{\text{N m}}{\text{s}} = \text{W}\right] \tag{4.2}$$

2. Conductancia. En un canal de flujo como el esquematizado en la Fig. 4.3, el caudal es proporcional a la fuerza impulsora, **Ap.** Por tanto,

$$Q = C_{12}\Delta p = \underset{\text{m}^3/\text{s}}{C_{12}}(p_1 - p_2) \tag{4.3}$$

donde C_{12} se denomina conductancia entre los puntos 1 y 2, y es inversamente proporcional a la resistencia

Fig. 4.3

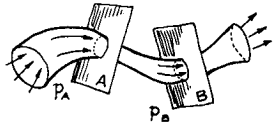


Fig. 4.4

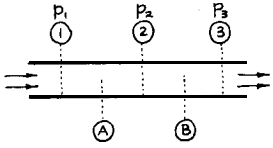


Fig. 4.5

* N. del T. — Se ha respetado esta notación particular denominando en español *caudal, conductancia* y ***velocidad de bombeo*** a magnitudes con unidades de W, m^3/s y m^3/s respectivamente.

al flujo en aquella sección del canal de flujo, o sea

$$C_{12} = \frac{1}{\text{resistencia}}$$

3. Velocidad de bombeo. El caudal volumétrico del material que atraviesa un plano normal al flujo se denomina velocidad de bombeo S. Por consiguiente, en los planos A y B de la Fig. 4.4, se tiene

$$Q = S_A p_A = S_B p_B \qquad (4.4)$$

m^3/s

Adviértase la distinción entre velocidad de bombeo y conductancia. Aunque tienen las mismas dimensiones (m^3/s) son medidas diferentes y no deben confundirse. C se refiere a una sección longitudinal del sistema de flujo, mientras S mide lo que atraviesa un plano normal al flujo. Así, en la Fig. 4.5, C_{12} se refiere a la sección longitudinal 1-2, S_A se refiere al plano A. En los siguientes apartados se presentan las ecuaciones para conductancias, velocidad de bombeo y caudales para diversos tipos de equipo: tubos, orificios, bombas y accesorios.

B. Flujo laminar en tuberías

En cualquier sección diferencial de una tubería en la que hay flujo laminar isotermo, el balance de energía mecánica del capítulo 1 se convierte en

$$\cancel{\frac{g}{g_c}dz} + \cancel{\frac{u\,du}{g_c}} + \frac{dp}{\rho} + \cancel{W_s} + \Sigma F = 0$$

se ignora — se ignora — $= 0$, no hay bomba — $\frac{32u\mu}{g_c d^2 \rho} dL$ [de la ecuación (2.5)]

Integrando y combinando con la ecuación (4.3) se obtiene

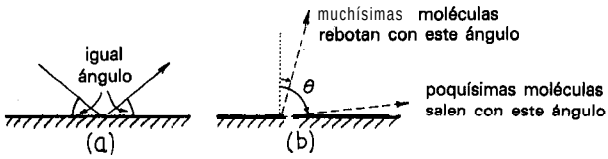
$$Q_{lam} = C_{lam}(p_1 - p_2) \qquad \left[\frac{\text{Pa m}^3}{8}\right]$$

donde

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2}$$

$$C_{lam} = \frac{\pi g_c d^4 \bar{p}}{128\,\mu L} \xrightarrow[20°C]{\text{aire}} 1364\frac{d^4\bar{p}}{L} \qquad (4.5)$$

$$\xrightarrow[20°C]{\text{vapor } H_2O} 2584\frac{d^4\bar{p}}{L} \qquad \left[\frac{m^3}{s}\right]$$



Hg. 4.6. Dos tipos de colisiones de las moléculas con la pared del tubo: (a) colisiones elásticas; (b) reflexiones difusas.

C. Flujo molecular en tuberías

En este régimen se supone que no hay colisiones entre las moléculas, éstas simplemente rebotan de pared en pared del tubo. Pero, ¿cómo tienen lugar estos rebotes? ¿Son colisiones elásticas como se muestra en la Fig. 4.6a, o bien las moléculas permanecen durante un tiempo suficientemente largo en la superficie como para olvidar la dirección original de llegada (reflexión difusa) como se muestra en la Fig. 4.6b?

Sea f = fracción de moléculas reflejadas difusamente. Para estas Knudsen demostró que el número que se reflejan según un ángulo determinado, viene dado por

$$n = k \cos \theta$$

Entonces $1 - f$ = fracción reflejada por colisión elástica.

Se dispone de poquísima información sobre el valor de f, pero aproximadamente

$$f \cong 0{,}77 \text{ para tuberías de cobre y de vidrio}$$

$$f \cong 0{,}90 \text{ para tubería de hierro}$$

Además, se sospecha que los valores de f varían con el régimen de flujo; por ejemplo, véase la Fig. 4.7.

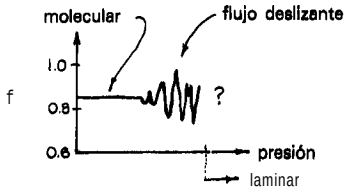


Fig. 4.1

Debido a la incertidumbre del valor de f y como es próximo a la unidad se supondrá en adelante $f = 1$. Entonces, aplicando la teoría cinética de gases con esta hipótesis, se puede demostrar que

$$Q_{mol} = C_{mol}(p_1 - p_2) \qquad \left[\frac{\text{Pa m}^3}{\text{s}}\right]$$

donde

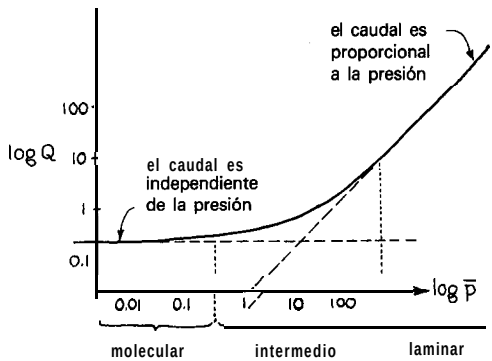
$$C_{mol} = \frac{d^3}{L}\left[\frac{\pi g_c RT}{18(pm)}\right]^{1/2} \quad \underset{20°C}{\overset{\text{aire}}{=}} 121.3\frac{d^3}{L} \qquad \underset{20°C}{\overset{\text{vapor } H_2O}{=}} 153.7\frac{d^3}{L} \qquad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right] \tag{4.6}$$

D. **Flujo intermedio o deslizante**

Si simplemente se adicionan las contribuciones laminar y molecular al flujo total a medida que la presión cambia desde un régimen de flujo al otro, se encuentra el comportamiento mostrado en las Figs. 4.8 y 4.9. En realidad, el flujo observado en el régimen de flujo deslizante es algo menor (como máximo un 20%) que la suma de las contribuciones individuales. Ahora bien el tratamiento más exacto de esta situación conduciría a complicaciones, de modo que se supondrá simplemente que

$$Q_{\text{total en flujo deslizante}} = Q_{mol} + Q_{lam} \qquad \left[\frac{\text{Pa m}^3}{\text{s}}\right] \tag{4.7}$$

En el libro de Dushman (1949) se pueden encontrar ecuaciones más precisas.



Flg. 4.8. Caudal de un gas en un tubo para un *Ap* fijado entre los dos extremos.

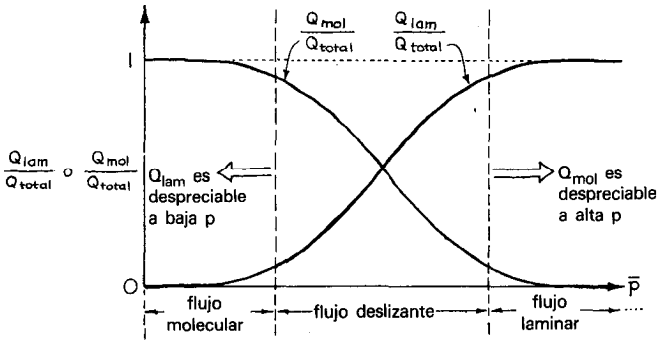


Fig. 4.9. Contribución relativa de los mecanismos laminar y molecular para el flujo de gases en tuberías.

E. Orificio, contracción o efecto de entrada en el régimen de flujo molecular

Como se muestra en la Fig. 4.10 se tienen dos situaciones en este caso: un orificio u obstrucción en un trozo de tubería (caso **A),** y un tubo más pequeño a continuación de una mayor o de un tanque (caso B). Para ambos casos la teoría cinética de gases conduce a

$$\left.\begin{aligned} Q_{\text{or,mol}} &= C_{\text{or,mol}}(p_1 - p_2) \qquad \left[\frac{\text{Pa m}^3}{\text{s}}\right] \\ \text{donde} \quad C_{\text{or,mol}} &= d^2\left(\frac{D^2}{D^2 - d^2}\right)\left[\frac{\pi g_c RT}{32\,(pm)}\right]^{1/2} \\ &\underset{20°\text{C}}{\overset{\text{aire}}{=}} 91 d^2\left(\frac{D^2}{D^2 - d^2}\right) \\ &\underset{20°\text{C}}{\overset{\text{vapor de agua}}{=}} 115 d^2\left(\frac{D^2}{D^2 - d^2}\right) \qquad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right] \end{aligned}\right\} \tag{4.8}$$

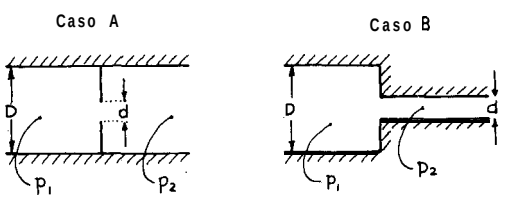


Fig. 4.10

1. **Longitud equivalente de la tubería.** Comparando las conductancias con la de flujo en un tubo, o sea la ecuación (4.8) con la ecuación (4.6), se observa que la longitud de la tubería que tiene la misma resistencia que el orificio o contracción es:

- Para el caso A, en función de una tubería de diámetro D,

$$\frac{L_{eq}}{d} = \frac{4}{3}\left(\frac{D^2}{d^2} - 1\right) \tag{4.9}$$

  Este valor de L_{eq} puede ser bastante grande. Así, si $d = 0{,}1D$, entonces la resistencia del orificio es equivalente a la resistencia de una tubería que tiene una longitud de 132 diámetros.
- Para el caso B, en función de la tubería más pequeña de diámetro d,

$$\frac{L_{eq}}{d} = \frac{4}{3}\left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right) \tag{4.10}$$

  Esta expresión muestra que la resistencia contribución de la contracción es equivalente a una longitud de aproximadamente un diámetro de la tubería pequefía. Ésta es con frecuencia despreciable frente a las otras resistencias del sistema de vacío.

F. Contracción en flujo laminar

Considérese flujo laminar de gases, no flujo molecular a velocidades no demasiado altas (no próximas al flujo crítico) a través de una contracción que va desde D a d. A partir de los valores de la tabla 2.2 se puede demostrar que

$$\left.\begin{aligned} Q_{or,lam} &= C_{or,lam}(p_1 - p_2) \\ C_{or,lam} &= \frac{\pi g_c \bar{p}}{\rho u}\left(\frac{d^2 D^2}{D^2 - 0.8d^2}\right) \end{aligned}\right\} \tag{4.11}$$

La longitud equivalente de esta contracción, en función de d, resulta ser

$$\frac{L_{eq}}{d} = \frac{\mathrm{Re}}{160}\left(1.25 - \frac{d^2}{D^2}\right) \tag{4.12}$$

En este caso la longitud equivalente puede ser tan grande como 18 diámetros del tubo pequeño.

G. Flujo crítico a través de una contracción

Cuando la razón de presiones a través de una contracción es ≥ 2, la contracción se comporta como un orificio de flujo crítico. Para esta situación la ecuación (3.27) puede escribirse como

$$Q = \frac{\pi}{4} d^2 p_{\text{aguas arriba}} \left[\frac{kRT}{(pm)} \left(\frac{2}{1+k} \right)^{(k+1)/(k-1)} \right]^{1/2} \tag{4.13}$$

H. Fuga pequeña en un sistema de vacio

Supóngase que se tiene una fuga diminuta en un sistema de vacío. Se puede considerar el problema de varias maneras; por ejemplo, como un canal estrecho o como un punto de estrechamiento. En la Fig. 4.11 se muestran estos dos extremos. A continuación se estimará el caudal de fuga para estos dos casos extremos, recordando que $p_{\text{sistema}} \ll p_{\text{alrededores}}$.

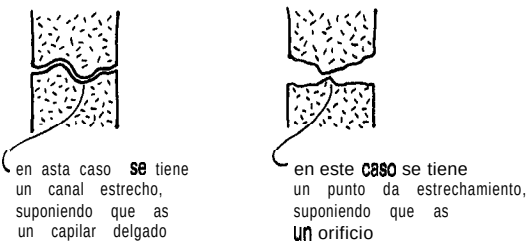


Fig. 4.11. Dos maneras de considerar una fuga en un sistema de vacio.

1. **Supóngase un capilar.** Si el diámetro del capilar es pequeño comparado con la trayectoria libre media de las moléculas a 1 atm, entonces se tiene flujo molecular en el gas de fuga, y de la ecuación (4.6),

$$Q_{\text{fuga}} = Q_{\text{mol}} = \frac{d^3 p_{\text{aguas arriba}}}{L} \left(\frac{\pi g_c RT}{18(pm)} \right)^{1/2} \tag{4.14}$$

Sin embargo si el diámetro del capilar es grande comparado con la trayectoria libre media de las moléculas a 1 atm, entonces se tiene la mayoría de las veces flujo laminar del gas de fuga a través del capilar (véase problema 4.3), en cuyo caso se aplica la ecuación (4.5). Esto conduce a

$$Q_{\text{fuga}} = Q_{\text{lam}} = \frac{\pi g_c d^4 (p^2_{\text{aguas arriba}} - p^2_{\text{aguas abajo}})}{256\, \mu L} \tag{4.15}$$

2. Supóngase un orificio. Puesto que la razón de presiones a través del orificio es mucho mayor que 2, se deberían utilizar las expresiones del orificio crítico para flujo compresible. Por tanto, de la ecuación (3.27) se tiene

$$Q_{fuga} = Q_{crit} = \frac{\dot{m}RT}{(pm)} = \frac{G^*ART}{(pm)}$$

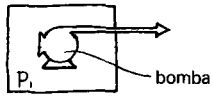
$$= \frac{\pi}{4} d^2 p_{\text{aguas arriba}} \left[\frac{kRT}{(pm)} \left(\frac{2}{1+k} \right)^{(k+1)/(k-1)} \right]^{1/2} \qquad (4.16)$$

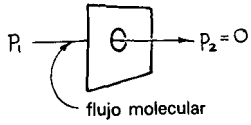
La ecuación a utilizar (4.14), (4.15) o (4.16), depende de lo que se conozca acerca de la fuga y de cómo se considere. Sin embargo, si no se sabe nada sobre la naturaleza de la fuga, conviene suponer que se trata del caso del orificio crítico. Existen bastantes posibilidades de que este caso extremo sea bastante representativo de la fuga.

1. Codos y válvulas

En el régimen de flujo molecular y Re < 100 la resistencia de los codos y las válvulas que no tienen restricciones de flujo es despreciable, Por tanto se tomará simplemente la longitud media del accesorio, codo, válvula abierta, etc. Sin embargo, si el accesorio de la tubería o la válvula tiene una restricción, se localiza la sección de paso más pequeña y se aplica la ecuación (4.9).

J. Bombas





Se define la velocidad de bombeo S_p como

$$S_{p \text{ para } p_1} = \left(\begin{array}{c} \text{volumen de gas eliminado,} \\ \text{medido a } p_1 \end{array} \Big/ \text{tiempo} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{c} \text{volumen de gas que entra a la} \\ \text{garganta de la bomba, medido} \\ \text{a la entrada de la misma} \end{array} \Big/ \text{tiempo} \right)$$

$$= \frac{Q}{p_1} \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] \qquad (4.17)$$

La máxima velocidad teórica de bombeo puede considerarse como el caudal en un orificio sin presión a la salida, o sea con la ecuación (4.16)

$$S_{p,\max} = \frac{Q_{\text{or}}}{p_{1\,20\,^\circ\text{C}}} \overset{\text{aire}}{=\!=\!=} 91 d^2 \tag{4.18}$$

El factor de velocidad de una bomba se define como sigue:

$$\text{Factor de velocidad} = \left(\frac{\text{velocidad de la bomba real}}{\text{velocidad de una bomba de vacío perfecta}} \right) \tag{4.19}$$

A presiones entre 10^{-4} y 1 Pa el factor de velocidad es igual a $0{,}4 \sim 0{,}6$ para una bomba de difusión de aceite; y es igual a $0{,}1 \sim 0{,}2$ para una bomba de vapor de mercurio. El máximo factor de velocidad práctico de las bombas de vacío $\cong 0{,}4$.

II. MÉTODO DE CÁLCULO PARA SISTEMAS DE TUBERÍAS

Supóngase que se tiene el sistema de tuberías mostrado en la Fig. 4.12. Sus resistencias al flujo, incluidas en esta figura, consisten en una combinación bastante compleja, en serie y en paralelo. A continuación se verá cómo se evalúa la resistencia global al flujo para sistemas de este tipo.

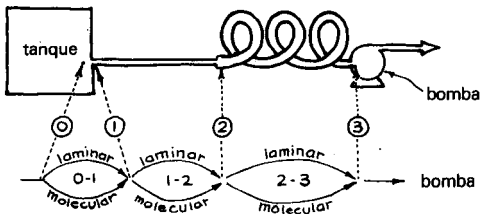
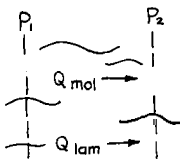


Fig. 4.12. Un sistema de tubería y sus correspondientes resistencias en serie y en paralelo.

1. ***Para resistencias en paralelo,*** siendo un ejemplo flujo molecular y laminar, se escribe

$$Q_{\text{mol}} = C_{\text{mol}}(p_1 - p_2)$$
$$Q_{\text{lam}} = C_{\text{lam}}(p_1 - p_2)$$



Adicionando estas contribuciones del flujo se obtiene

$$(Q_{mol} + Q_{lam}) = (C_{mol} + C_{lam})(p_1 - p_2)$$

o

$$Q_{tot} = C_{tot}(p_1 - p_2) \tag{4.20}$$

2. Para resistencias en serie, teniendo en cuenta que el caudal es el mismo para cada sección se puede escribir

$$-Q = C_{12}\Delta p_{12} = C_{23}\Delta p_{23}$$

o

$$Q = C_{12}(p_1 - p_2) = C_{23}(p_2 - p_3)$$

Eliminando la presión intermedia p_2 se obtiene

$$Q = \frac{1}{(1/C_{12}) + (1/C_{23})}(p_1 - p_3) = C_{tot}(p_1 - p_3) \tag{4.21}$$

La extensión de este procedimiento a cualquier número de regiones en serie es directo, y la generalización a cualquier disposición de resistencias en serie y paralelo no es demasiado difícil. Por ejemplo, para el sistema tanque-línea-bomba de la Fig. 4.13, una situación frecuente, se tiene

$$Q = C_{01}(p_0 - p_1) = C_{12}(p_1 - p_2) = S_2 p_2$$

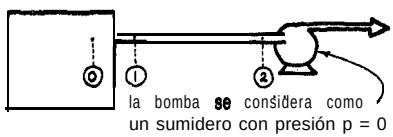


Fig. 4.13

Combinando estas expresiones y eliminando las presiones parciales intermedias p_1 y p_2 se obtiene

Conductancia total ficticia entre 0 y 3, donde $p_3 = 0$. Es de hecho la velocidad de bombeo en el tanque, o sea S_0.

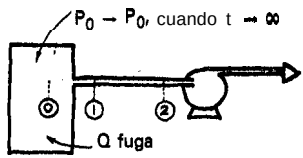
$$
\left.
\begin{aligned}
Q &= C_{tot}(p_0 - p_3) = S_0 p_0 \\
&= \frac{1}{\dfrac{1}{C_{0r}} + \dfrac{1}{C_{línea}} + \dfrac{1}{S_p}} p_0 \\
&= \frac{1}{\dfrac{1}{C_{01,lam} + C_{01,mol}} + \dfrac{1}{C_{12,lam} + C_{12,mol}} + \dfrac{1}{S_2}} p_0 \\
&\text{aire } 20°C \quad \frac{1}{\underbrace{\dfrac{1}{\dfrac{\pi g_c p d^2}{\rho u} + 91 d^2}}_{\text{Eq. (4.11) Eq. (4.8)}} + \underbrace{\dfrac{1}{1364 d^4 \bar{p} + 121.3 d^3}}_{\text{Eq. (4.5) Eq. (4.6)}} + \dfrac{1}{S_p}} p_0
\end{aligned}
\right\} \quad (4.22)
$$

Estos dos términos pueden normalmente ignorarse

$\bar{p} = \dfrac{p_1 + p_2}{2}$, y en cualquier caso para tubos muy cortos se toma $p_1 \cong p_0$

III. PUESTA EN RÉGIMEN DE UN SISTEMA DE VACÍO

Considérense las condiciones variables en las que el gas se bombea (extrae) desde el sistema, el gas se fuga del sistema, y la presión dentro del sistema disminuye



con el tiempo. En cualquier instante, se puede expresar el caudal neto del gas que sale del sistema como

$$
\left.
\begin{aligned}
Q = -\frac{d}{dt}(p_0 V) = -V\frac{dp_0}{dt} &= \begin{pmatrix}\text{caudal de salida}\\ \text{del tanque}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{caudal de fuga}\\ \text{en el tanque}\end{pmatrix} \\
&= S_2 p_2 - Q_{fuga} \\
&= C_{tot} p_0 - Q_{fuga}
\end{aligned}
\right\} \quad (4.23)
$$

Para $t = \infty$ el sistema alcanza el estado estacionario, $Q = 0$, de modo que la expresión anterior se reduce a

$$Q_{\text{fuga}} = C_{\text{tot}} p_{0,\infty} \tag{4.24}$$

Combinando las ecuaciones (4.23) y (4.24) para cualquier instante se obtiene

$$\left.\begin{aligned} -\frac{dp_0}{dt} &= \frac{C_{\text{tot}}}{V}\left(p_0 - \underbrace{p_{0,\infty}}_{Q_{\text{fuga}}/C_0}\right) \\ \text{donde} \qquad \frac{1}{C_{\text{tot}}} &= \frac{1}{C_{\text{or}}} + \frac{1}{C_{\text{línea}}} + \frac{1}{S_p} \end{aligned}\right\} \tag{4.25}$$

En general C_{tot} varía con la presión.

Ahora bien si C_{tot} es constante e independiente de p (esto significa que $C_{\text{línea}}$ y S_p no cambian a medida que se disminuye la presión) la integración conduce a

$$\ln\left(\frac{p_{0,\text{principio}} - p_{0,\infty}}{p_{0,\text{final}} - p_{0,\infty}}\right) = \frac{C_{\text{tot}}}{V} t \tag{4.26}$$

Si no se conoce, se empieza ignorando este término

Si C_{tot} no es constante pero varía con p (normalmente S_p varía drásticamente con la presión) la integración conduce a

$$-\int_{p_{0,\text{principio}}}^{p_{0,\text{final}}} \frac{dp}{C_{\text{tot}}\left(p_0 - p_{0,\infty}\right)} = \frac{1}{V}\int_0^t dt \tag{4.27}$$

Esta integral puede resolverse bien gráficamente (véase Fig. 4.14) o numéricamente, tomando pequeños incrementos de p_0; así, $p_{0,1}, p_{0,2}, \ldots, p_{0,i}, \ldots p_{0,n}$.

$p_{0,i+1} - p_{0,\infty}$	$p_{0,i} - p_{0,\infty}$	$\overline{C_{\text{tot}}}$	$\ln\left(\frac{p_{0,i+1} - p_{0,\infty}}{p_{0,i} - p_{0,\infty}}\right)$	t
$p_{0,2} - p_{0,\infty}$	$p_{0,1} - p_{0,\infty}$	—	—	—
$p_{0,3} - p_{0,\infty}$	$p_{0,2} - p_{0,\infty}$	—	—	
$p_{0,n} - p_{0,\infty}$	$p_{0,n-1} - p_{0,\infty}$	—	—	—

Para ahorrar esfuerzo, tómese una razón constante, por ejemplo $p = 1, 2, 4, 8, \ldots$

En cada intervalo se supone una C_{tot} constante

Tiempo total $= \Sigma t$

Estos cálculos se simplifican algo

- cuando no hay fuga; por tanto, cuando $p_{0,\infty} \to 0$.
- cuando la bomba está localizada junto al recipiente a evacuar, en cuyo caso $c_{tot} \to S_p$.

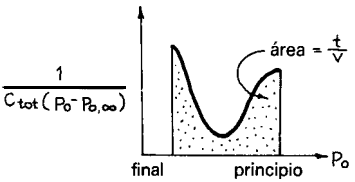


Fig. 4.14

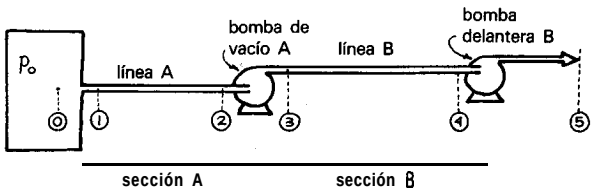


Fig. 4.15. Sistema de vacío de dos etapas.

IV. SISTEMAS DE VACÍO MÁS COMPLETOS

Con frecuencia se emplea un sistema de bombeo de dos etapas como se muestra en la Fig. 4.15. A continuación se verá cómo se trata esta situación. Para la sección A se escribe

$$Q_A = C_{tot,A}\, p_0 \quad \text{donde} \quad \frac{1}{C_{tot,A}} = \frac{1}{c_{or,A}} + \frac{1}{c_{linea,A}} + \frac{1}{S_{p,A}}$$

Análogamente para la sección B

$$Q_B = C_{tot,B}\, p_3 \quad \text{donde} \quad \frac{1}{C_{tot,B}} = \frac{1}{C_{línea,B}} + \frac{1}{S_{p,B}}$$

Puesto que $Q_A = Q_B$ y $p_3 \gg p_0$ se debe hacer $C_{A,tot} \gg C_{B,tot}$. Esto significa que se debería diseñar el sistema de modo que la mayoría de la resistencia al flujo estuviese en el tubo B, no en A. Por tanto

- utilizar un tubo de diámetro mayor para la línea A;
- colocar la bomba A próxima al recipiente a evacuar;
- utilizar un tubo largo, de diámetro pequeño para la línea B pero sin llegar a provocar un perjuicio mayor.

V. COMENTARIOS

Este capítulo desarrolla el lenguaje del flujo molecular en el marco del sistema tanque-línea-bomba. El campo es mucho mayor. A continuación se dan algunas áreas adicionales de estudio:

- Las ecuaciones para la situación tanque-línea-bomba sólo responden bien si $L/d \geq 100$. Para tubos cortos habrá que modificar estas expresiones. Afortunadamente son efectos de segundo orden.
- Flujo turbulento de gases. Esta situación se presenta solo muy raras veces -para Ap elevado en tubos grandes.
- Flujo en conductos de otras formas: hendiduras, rectángulos, anillos, triángulos.
- Velocidad, de bombeo de trampas, fríos para condensación de vapores.
- Problemas de desgasificación -para eliminar gases absorbidos de superficies metálicas y de vidrio.
- Diseño de sistemas de vacío más completos.
- Manómetros y bombas de alto vacío.

REFERENCIAS Y LECTURAS RELACIONADAS

A. S. D. Barret, and B. D. Power, in ***Chemical Engineering Practice*** (H. W. Cremer and T. Davies, eds.), Vol. 5, Academic Press, New York (1958).

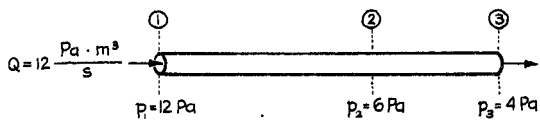
S. Dushman, ***Scientific Foundation of Vacuum Technique,*** Wiley, New York (1949). Completo y comprensible.

M. Knudsen, ***Ann. Phys.*** 28, 75, 999 (1909). Estos artículos colocan los fundamentos y desarrollan las bases de todo el tema.

R. Loevinger, in ***Vacuum Equipment and Technique,*** (A. Guthrie and R. K. Wakerling, eds.), Chapter 1, McGraw-Hill, New York (1949). Un agradable, sencillo tratado de sistemas de bombeo.

EJEMPLO 4.1. FLUJO DE ALTO VACÍO EN UN TUBO

Encuéntrense las velocidades S_1, S_2, S_3, y las conductancias C_{12}, C_{13}, C_{23} para la tubería siguiente



Solución

De la definición de velocidad de bombeo se puede escribir para los puntos 1, 2 y 3.

$$Q = S_1 p_1 = S_2 p_2 = S_3 p_3$$

Por tanto

$$S_1 = \frac{Q}{p_1} = 1 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$S_2 = \frac{Q}{p_2} = 2 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$S_j = \frac{Q}{p_3} = 3 \text{ m}^3/\text{s}$$

A continuación se considerarán las conductancias de las secciones longitudinales 1-2, 2-3 y 1-3 de la tubería. Por definición

$$Q = C_{12}(p_1 - p_2) = C_{23}(p_2 - p_3) = C_{13}(p_1 - p_3)$$

Por tanto

$$C_{12} = \frac{Q}{p_1 - p_2} = \frac{12}{12 - 6} = 2 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C_{23} = \frac{Q}{p_2 - p_3} = \frac{12}{6 - 4} = 6 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C_{13} = \frac{Q}{p_1 - p_3} = \frac{12}{12 - 4} = 1.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para comprobar los resultados:

$$\frac{1}{C_{13}} \stackrel{?}{=} \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{23}} \quad \text{o} \quad \frac{1}{1.5} \stackrel{?}{=} \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \quad \text{(correcto)}$$

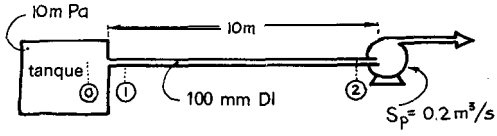
EJEMPLO 4.2. CONDICIONES EN UN SISTEMA DE VACÍO EN ESTADO ESTACIONARIO

Se conecta una bomba de vacío ($S_p = 0{,}2 \text{ m}^3/\text{s}$) mediante 10 m de tubo de 100 mm de d.i. a un gran recipiente que ha de evacuarse de aire a temperatura ambiente. Para el mo mento en que la presión en el tanque es 10 mPa:

(a) Calcular la presión a la entrada de la bomba (punto 2).

(b) Determinar la velocidad de bombeo en el tanque (punto 0). Ésta es la velocidad a la que el aire a 10 mPa se elimina del tanque.

(c) Localizar la principal resistencia a la evacuación.



Solución

A partir de la figura se puede observar que $S_2 = S_p$ y $p_2 = p_p$. Entonces,

$$Q = S_0 p_0 = C_{01}(p_0 - p_1) = C_{12}(p_1 - p_2) = S_2 p_2 = C_{tot}(p_0 - 0) \qquad \text{(i)}$$

Incluyendo la bomba

Utilizar sólo los términos subrayados

Región imaginaria más allá de la bomba

donde, de la ecuación (4.22)

$$\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{C_{or,lam}} + \frac{1}{C_{or,mol}} + \frac{1}{C_{línea,\ lam}} + \frac{1}{C_{línea,\ mol}} + \frac{1}{S_2} \qquad \text{(ii)}$$

De la ec. (4.11) — De la ec. (4.8) — De la ec. (4.5) — De la ec. (4.6)

Antes de proceder a evaluar todos los términos se debe observar si se está completamente en un régimen u otro. Si se sabe esto, simplificaría el problema. En el punto de presión mayor, en el tanque, se tiene

$$pd = (0.1)(0.01) = 10^{-3} \text{ Pam}$$

De acuerdo con la ecuación (4.1) esta condición significa que el flujo se encuentra completamente en régimen molecular; por tanto se pueden afortunadamente y con seguridad eliminar los términos laminares de la ecuación (ii). La evaluación de los términos restantes de

$$\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{91d^2} + \frac{L}{121.3d^3} + \frac{1}{S_2}$$

y sustituyendo valores se encuentra

$$\frac{1}{C_{tot}} = 1.1 + 81.5 + 5 = 87.6 \qquad \text{(iii)}$$

o bien

$$C_{tot} = 0.0114 \ m^3/s$$

Sustituyendo en la ecuación (i) se obtiene

$$p_2 = \frac{C_{tot}\, p_0}{S_2} = \frac{(0.0114)(0.01)}{0.2}$$

$$= 5.7 \times 10^{-4} \text{ Pa} = 0.371 \text{ mPa} \qquad \text{(a)}$$

La velocidad de bombeo en el tanque viene dada también por la ecuación (i). Por consiguiente,

$$S_0 = \frac{C_{tot}\, p_0}{p_0} = C_{tot} = 0.0114 \ m^3/s \qquad \text{(b)}$$

La ecuación (iii) muestra que las resistencias relativas son

Orificio de entrada: $\frac{1.1}{87.6} = 1.3\%$

Línea: $\frac{81.5}{87.6} = 93\%$

Bomba: $\frac{5}{87.6} = 5.7\%$

Por consiguiente, la linea proporciona la mayor resistencia (-93%) (c)

NOTA: Para acelerar la evacuación se debe acortar el tubo o aumentar su diámetro. Esto último es mejor sin duda, ya que la velocidad de bombeo varía con d^3. El uso de una bomba mayor no ayudaría mucho. Por ejemplo, incluso con la mayor bomba del mundo, la ecuación (iii) se convierte en

$$\frac{1}{C_{tot}} = 1.1 + 81.5 + \frac{1}{\infty} = 82.6 \text{ vs. } 87.6$$

Por tanto, la conductancia sólo aumentaría aproximadamente un 6%.

Si se hubieran incluido los términos de resistencia laminar en los cálculos, la respuesta sólo hubiera cambiado aproximadamente un 1 %. Esto justifica la eliminación de estos términos

Puesto que la resistencia del orificio molecular es sólo aproximadamente 1 % la del tubo [véase ecuación (iii)], y la resistencia del orificio laminar puede esperarse que sea mucho menor que ambas, la última puede ignorarse perfectamente.

En realidad, la evaluación de las conductancias laminares del tubo y del orificio es difícil y requiere un procedimiento de tanteo. El siguiente ejemplo muestra cómo se hace esto para el flujo en el tubo.

EJEMPLO 4.3. CONDICIONES EN OTRO SISTEMA DE VACÍO

Se repetirá el ejemplo 4.2 sólo con un cambio; la presión en el tanque será 10 Pa.

Solución

A la entrada del tubo pd = 1 Pa m; por consiguiente, se está en régimen de flujo laminar y deberá utilizarse la ecuación (4.11). Sin embargo, del ejemplo 4.2 se encuentra que la resistencia de la entrada es despreciable (aproximadamente 1 % del total), por tanto se ignorará. A continuación siguiendo el procedimiento del ejemplo 4.2 se escribe

$$Q = S_0 p_0 = S_2 p_2 = C_{tot}(p_0 - 0) \qquad \text{(i)}$$

donde

$$\frac{1}{C_{tot}} = \underbrace{\cancel{\frac{1}{C_{or}}}}_{\text{Despreciable}} + \frac{1}{\frac{1364 d^4 \bar{p}}{L} + \frac{S_2 121.3 d^3}{L}} + \frac{1}{\bar{\ }} \qquad \text{(ii)}$$

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2} \text{ donde se desconoce } p_2$$

Puesto que se desconoce p_2, se supone que $p_2 = p_1 = 10$ Pa. Entonces sustituyendo todos los valores en la ecuación (ii) se obtiene

$$\frac{1}{C_{tot}} = \cancel{\frac{1}{0.1364 + 0.0121}} + \frac{1}{0.2} = 6.7326 + 5 = 11.7326$$

o bien,

$$C_{tot} = 0.0852 \text{ m}^3/\text{s}$$

Entonces de la ecuación (i)

$$p_2 = \frac{C_{tot}\, p_0}{S_2} = \frac{(0.0852)(10)}{0.2} = 4.2616 \text{ Pa}$$

Este valor de p_2 no concuerda con el supuesto. Por tanto se ensaya de nuevo. Con la ayuda

de un astrólogo se supone que $p_2 = 3{,}4$ Pa. Entonces la ecuación (ii) se obtiene

$$\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{\dfrac{1364(0.1)^4(10 + 3.4)/2}{10} + \dfrac{121.3(10^{-3})}{10}} + \frac{1}{0.2}$$

$$= \frac{1}{0.0914 + 0.01213} + 5 = 9.66 + 5 = 14.66$$

o bien

$$C_{tot} = 0.0682 \ \mathrm{m^3/s}$$

Entonces la ecuación (4.1) da

$$p_2 = \frac{C_{tot}\, p_0}{S_2} = \frac{(0.0682)(10)}{0.2} = 3{,}41 \ \mathrm{Pa}$$

El último supuesto fue correcto, por tanto

$$p_2 = 3.41 \ \mathrm{Pa} \qquad \text{(a)}$$

La velocidad de bombeo en el tanque viene dada también por la ecuación (i). Por consiguiente

$$S_0 = \frac{C_{tot}\, p_0}{p_0} = C_{tot} = 0.0682 \ \mathrm{m^3/s} \qquad \text{(b)}$$

De nuevo la línea proporciona la mayor resistencia, 0 sea

$$\frac{9.66}{14.66} \cong 66\% \qquad \text{(c)}$$

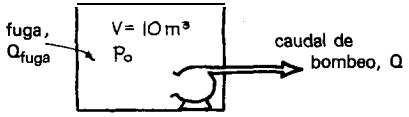
NOTA: El flujo laminar es el principal mecanismo que provoca el movimiento del fluido en la línea. De hecho contribuye

$$\frac{0.0914}{0.0914 + 0.01213} = 88\%$$

del flujo total, El flujo molecular contribuye justo un 12% en las condiciones de este problema.

EJEMPLO 4.4. EVACUACIÓN DE UN SISTEMA DE VACÍO CON FUGAS

Se coloca una bomba ($S_p = 1 \ \mathrm{m^3/s}$) dentro de un recipiente ($V = 10 \ \mathrm{m^3}$) y se le hace bombear hacia afuera. Sin embargo, debido a fugas en el recipiente, la presión dentro del mismo disminuye sólo hasta un valor limite $p_{0,\infty} = 1$ Pa. Encuéntrese el caudal de fuga que entra en el recipiente.



Solución

Cuando el sistema alcanza el estado estacionario

$$Q_{fuga} = Q = C_{tot} p_0$$

Pero puesto que no hay línea presente

$$\frac{1}{C_{tot}} = \cancelto{0}{\frac{1}{C_{or}}} + \cancelto{0}{\frac{1}{C_{linea}}} + \frac{1}{S_p} = \frac{1}{S_p}.$$

Por tanto,

$$Q_{leak} = S_p p_0 = (1\ \mathrm{m^3/s})(1\ \mathrm{Pa}) = 1\ \mathrm{Pa\ m^3/s}$$

Por tanto, 1 m^3 de aire medido a 1 Pa, o sea 10 cm^3 de aire medido a 1 atm, entra cada segundo en el recipiente debido a las fugas del sistema de vacío.

PROBLEMAS DE FLUJO EN SISTEMAS DE VACÍO

4.1. Se conecta una caldera molecular, que ha de mantenerse a 0,01 Pa, a una bomba de difusión de aceite mediante una línea de 0,1 m de d.i. Los datos de la bomba indican que tiene una velocidad de bombeo de 250 lit/s a baja presión. Se supone que el fluido a bombear es aire a 20°C.

(a) ¿Cuál es el factor de velocidad de la bomba?

(b) ¿Qué longitud de línea puede utilizarse sin llegar a reducir la velocidad de bombeo por debajo de 50 lit/s?

4.2. Se conecta un gran sistema de vacío mediante 1 m de tubería de 0,1 m de d.i. a una bomba de vacío de 0,4 m^3/s. Después de la evacuación y con la bomba trabajando a toda potencia, la presión en el sistema es 1 mPa.

(a) ¿Cuál es la presión a la entrada de la bomba?

(b) ¿Cuál es el caudal de fuga del aire ambiental hacia el sistema? Dése el resultado en lit/h de aire a 1 atm.

(c) Si se puede reducir el caudal de fuga a la mitad, ¿cuál será la presión en el sistema?

4.3. En un extremo de un tubo (10 m de largo, 0,1 mm d.i.) la presión es 1 atm, en el otro extremo la presión es 1 Pa. La temperatura es 20 °C.

(a) Encuéntrese el caudal de aire (medido a 1 atm) a través de este tubo.

(b) Represente gráficamente la presión a lo largo del tubo. Calcúlese para 1/4, 1/2 y 3/4 de su longitud.

(c) ¿Cuánto cambiará el caudal si se reduce a la mitad la longitud del tubo?

(d) ¿Cuánto cambiará el caudal si se dobla el diámetro del tubo? Ignórense los efectos de entrada (orificio).

4.4. Se conecta un aparato mediante 1 m de una tubería de vidrio de 4 cm de d.i., libre de fugas, a una bomba combinada mecánica y de difusión de mercurio (caudal = 40 lit/s). Debido a pequeñas fugas inevitables en el aparato mismo la presión mínima alcanzable en el aparato es 10 mPa.

(a) ¿Qué presión puede mantenerse en el aparato si se acorta a 0,1 m la tuberia de conexión?

(b) ¿Qué presión puede mantenerse en el aparato original si se sustituye la bomba por una 10 veces mas potente?

4.5. Durante la evacuación de un sistema de vacío se advirtió que se tardaba un día para que la presión descendiera de 0,3 Pa a 0,2 Pa. El bombeo posterior redujo la presión hasta 0,1 Pa, pero no más. Ayer se puso material de sellado extra sobre.10 que se pensó que era una junta con fuga. La presión en el sistema empezó a descender y después de 24 h pasó de 0,1 a 0,06 Pa. Estimar el número límite inferior para la presión del sistema. Puesto que no se dan las características de la bomba se supone una velocidad de bombeo constante para todas las presiones.

4.6. Un aparato se mantiene a 1 mPa mediante una bomba de vacío y otra de reserva operando a un caudal de 10 l/s, y conectadas al aparato por una tubería de 1 m de longitud y 20 mm de d.i. Se desea disminuir la presión en el aparato y se han pensado tres soluciones:

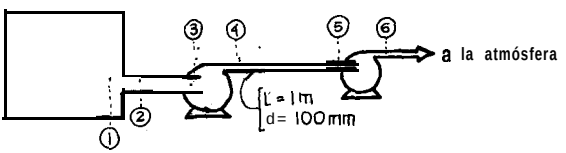
(i) Doblar el diámetro del tubo.

(ii) Acortar el tubo de conexión de 1 m a 0,1 m.

(iii) Sustituir la bomba actual por otra mayor que tenga un caudal de bombeo de 30 l/s.

Clasifíquense estas alternativas y preséntense los cálculos que apagan esa clasificación.

4.7. Un sistema de vacío consta de un recipiente conectado por un tubo (2-3) a una bomba de vacío, otra tubería (4-5) hasta otra bomba de cabeza, y salida a la atmósfera como se muestra en el esquema.



Para la bomba de vacío: S_p = 0,1 m³/s, p_3 = 0,2 Pa, p_4 = 100 Pa. Determínese el tamaño de la bomba de cabeza que se está utilizando.

4.8. Repítase el problema anterior sólo con un cambio: el metro de linea de 100 mm de d.i. se sustituye por 1 m de línea de 1 mm de d.i.

4.9. La evacuación de un sistema de vacío de 7,5 m^3 libre de fugas desde 1 Pa hasta 0,1 Pa, tarda 2 h. La bomba está conectada al recipiente mediante 1 m de tubo de 30 mm de d.i. Estímese el caudal de la bomba en este intervalo de presiones.

4.10. Nuestro laboratorio tiene un elefante blanco monstruoso, una columna de destilación de 12 m^3 inservible de tres pisos de altura. Se ha tratado de venderla, para deshacerse de ella, y finalmente desesperados se han ofrecido 1 000 $ a cualquiera que se la lleve. Los chatarreros que la han observado opinan que hay una buena cantidad de metal, pero que es demasiado voluminosa para ellos.

Bien, yo pienso que puedo ayudar. Haré que nuestro mecánico conecte la bomba de difusión a la columna y la evacuaré. De mi libro de *Resistencia de Materiales* calculo que la columna colapsará con un fuerte estampido en una bola compacta fácilmente movible de metal cuando su presión interior alcance exactamente el valor de 0,1 Pa.

Puesto que nuestro director de departamento ha de realizar su visita anual de inspección de nuestro laboratorio aproximadamente a las 2 p.m. del próximo viernes, podría ser una agradable sorpresa si él estuviera allí, quizá incluso, ¿apoyándose en la columna cuando ésta colapse? ¡Qué delicioso pensamiento! ¿Cuándo debería empezar la evacuación de la columna de modo que nuestro honorable jefe recordara siempre su visita?

Datos: La bomba está conectada directamente a la columna y de los datos del fabricante el caudal es:

Presión (Pa)	0.8	0.2	0.5	1	2	5	10	20	50	100	1 atm
Caudal de bombeo (lit/s)	18	25.5	30.5	32.5	32	19	11	5.5	2.5	1.5	1

Una de las etapas clave en la fabricación por una compañía local de circuitos integrados es la deposición química de vapor a baja presión (DQVBP) de materiales exóticos. Esta operación tiene lugar en una batería de cámaras especiales de reacción u hornos, mantenidos a 1 mPa mediante una bomba de difusión de aceite seguida de una bomba de vacio convencional. Sin reacción la cámara es capaz de mantener 0,36 mPa.

La presión de operación se alcanza mediante una evacuación en dos etapas:

Etapa 1. Una evacuación relativamente rápida a 100 mPa limitada por la bomba de vacío convencional. Ignórese este tiempo.

Etapa 2. Una evacuación más larga de 100 mPa a 1 mPa limitada por la bomba de difusión de aceite.

Algunas de las cámaras de reacción están conectadas a sus pares de bombas por 1 m de línea de 5 cm y tienen un tiempo de evacuación de 42 min; otras están conectadas con 2 m de línea de 5 cm y tienen un tiempo de evacuación de 63 min.

Las operaciones son largas, la zona de mantenimiento está demasiado amontonada, y por tanto la dirección está pensando colocar algunas de las bombas en el siguiente piso, Esto requeriría utilizar líneas de 8 m entre la cámara y los pares de bombas.

4.11. ¿Cómo afectaría esta medida al tiempo de evacuación?
4.12. ¿Qué diámetro de la linea de conexión debería utilizarse para mantener el tiempo de evacuación en 42 min? [Problema preparado por Jim McDaniel.]

4.13. Una manera sencilla de detectar pequeñas fugas en un intercambiador de calor es la siguiente. Se presuriza la unidad con aire, por ejemplo a 2 atm absolutas, se la sumerge en agua caliente que contiene unas gotas de detergente para reducir la tensión superficial y se buscan cuidadosamente las burbujas. Esta técnica es suficientemente sensible para detectar caudales de fuga muy pequeños equivalentes aproximadamente a la formación de una burbuja de 1 mm de diámetro cada minuto. ¿Qué tamaño de agujero representa esta situación? Considérese el agujero como un punto de estrechamiento u orificio.

NOTA: Este problema corresponde a temas de los capítulos 3 y 4.

Al principio de la semana el neumático de mi bicicleta (espesor de pared = 1,7 mm) contenía 1 litro de aire a 700 kPa y 20 °C. Pero después de 5 días la presión descendió a 690 kPa y estoy seguro de que el aire se fugó sólo por un agujero que fue hecho por ti cuando le diste una patada al neumático. Sí, yo lo vi. Estímese el tamaño del agujero.

4.14. Suponiendo que el agujero es un «punto de estrechamiento» u orificio.
4.15. Suponiendo que el agujero tiene forma tubular.

NOTA: Estos problemas corresponden a temas de los capítulos 3 y 4.

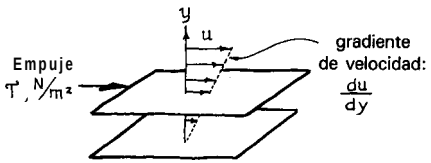
Capítulo 5 FLUIDOS NO NEWTONIANOS

1. CLASIFICACIÓN DE LOS FLUIDOS

Los fluidos provocan y circulan sometidos a esfuerzos. Los fluidos newtonianos son los más sencillos y se caracterizan por la propiedad de que el gradiente de velocidad en un punto es proporcional al esfuerzo cortante en dicho punto, es decir

$$\text{(velocidad de cizalladura)} \ \alpha \ \text{(esfuerzo cortante)} \ \text{o} \ \frac{du}{dy} \ \alpha \tau$$

El resto de fluidos se denominan'no newtonianos. El aire, el agua, el vapor de agua, todos los gases y la mayoría de fluidos constituidos por moléculas sencillas son newtonianos. Las suspensiones densas, lodos, emulsiones, soluciones de polímeros de cadena larga, fluidos biológicos, alimentos líquidos, pinturas, suspensiones de arcillas y mezclas de hormigón son, en general, no newtonianos.



Los no newtonianos (NNs) pueden dividirse en tres amplias clases de materiales.

1. *NNs independientes del tiempo,* para los que

$$\begin{pmatrix} \text{velocidad} \\ \text{de cizalladura} \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} \text{esfuerzo} \\ \text{cortante} \\ \text{sólo} \end{pmatrix} \text{o} \ \frac{du}{dy} = f(\tau \ \text{sólo})$$

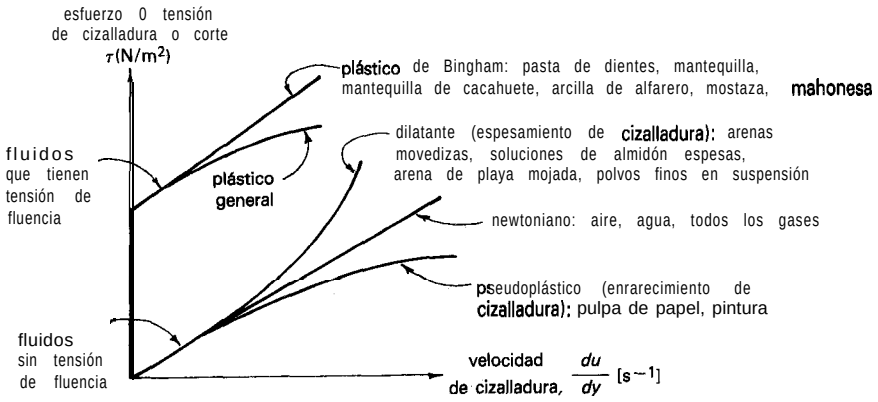


Fig. 5.1. Esfuerzo frente a velocidad de cizalladura para diversos tipos de fluidos no newtonianos independientes del tiempo.

Existen una serie de tipos de fluidos dependiendo de la forma de la relación τ frente a du/dy. Se muestran y se indica su nombre en la Fig. 5.1.

2. NNs dependientes del tiempo pero no elásticos. Son fluidos cuyo comportamiento en un momento determinado está influenciado por lo que les ha ocurrido en el pasado reciente. Por ejemplo, la salsa (catchup) de tomate que ha estado en reposo durante un rato no verterá; sin embargo, una botella de catchup recientemente agitada verterá fácilmente. Estos fluidos parece que tienen una memoria que se desvanece con el tiempo, por tanto se puede escribir

$$\begin{pmatrix}\text{velocidad de}\\ \text{cizalladura}\end{pmatrix} = f\begin{pmatrix}\text{esfuerzo historia pasada}\\ \text{cortante del esfuerzo}\end{pmatrix}$$

Este comportamiento se muestra en la Fig. 5.2.

3. NNs viscoelásticos. Son materiales que combinan las propiedades elásticas de los solidos con el comportamiento de los fluidos, y como ejemplos se tiene la saliva y en general todos los fluidos biológicos, sopa concentrada de tomate, masa de pan y muchas soluciones poliméricas. Con los viscoelásticos el diagrama τ frente a du/dy sólo dice parte de la historia; experimentos transitorios (dar un giro rápido a la lata de sopa de tomate y observar el movimiento a derecha e izquierda del fluido) son necesarios para caracterizar sus propiedades elásticas.

Este. capítulo desarrolla las ecuaciones de flujo para NNs independientes del tiempo. Para otros tipos de NNs las ecuaciones de flujo, si pueden desarrollarse completamente, son mucho más complicadas. Sin embargo, afortunadamente,

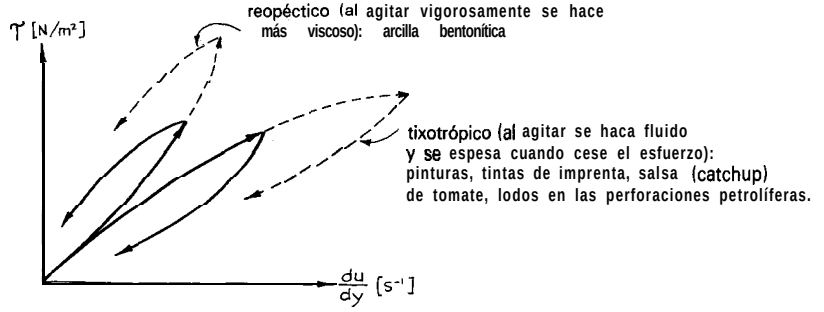
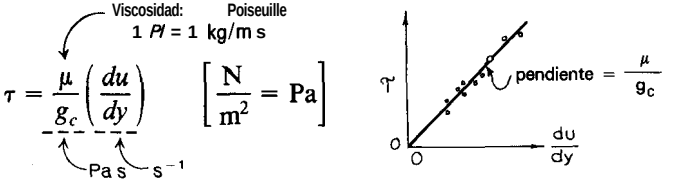


Fig. 5.2. Esfuerzo frente a velocidad de cizalladura para las dos clases de fluidos no newtonianos, dependientes del tiempo, pero no elásticos.

para flujo en estado estacionario sin aceleraciones (flujo en tubos rectos sin boquillas, codos, orificios, etc.) estos fluidos pueden con frecuencia tratarse también como independientes del tiempo.

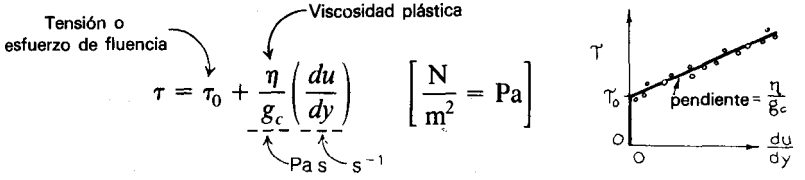
II. ESFUERZO CORTANTE Y VISCOSIDAD

1. Para un newtoniano el gradiente de velocidad es proporcional al esfuerzo cortante impuesto al fluido, o sea



(5.1)

2. Para un *plástico de Bingham* la relación esfuerzo cortante frente gradiente de velocidad es lineal, pero no pasa por el origen, o sea



(5.2)

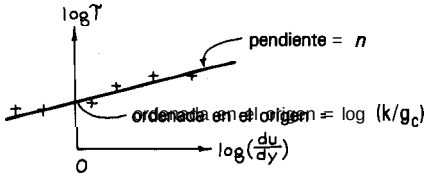


Fig. 5.3. **Método** para encontrar los **parámetros** de flujo de un fluido que sigue un comportamiento potencial.

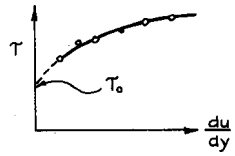


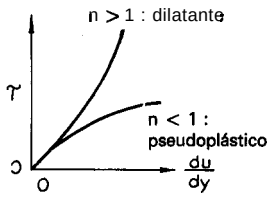
Fig. 5.4. Método para encontrar la **tensión** de fluencia de un plástico general.

3. Para *pseudoplásticos y dilatantes que siguen un comportamiento potencial, denominados fluidos de la ley de potencia,* la relación entre esfuerzo cortante y gradiente de velocidad no es líneal, así

kg / m s^{2-n} — Índice de comportamiento de flujo

$$\tau = \frac{K}{g_c}\left(\frac{du}{dy}\right)^n \qquad \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{Pa}\right] \tag{5.3}$$

Índice de consistencia del fluido Pa s^n



Una representación log-log dará K y n, como se muestra en la Fig. 5.3.

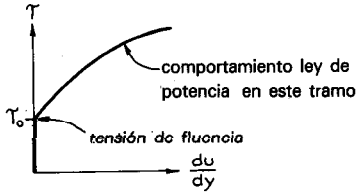
Existen otras muchas maneras de caracterizar fluidos sin tensión de fluencia; sin embargo, la ley de potencia es una representación sencilla que ajusta razonablemente bien todos estos fluidos.

4. Para *plásticos en general* se tiene

tensión de fluencia — Índice de comportamiento del fluido

$$\tau = \tau_0 + \frac{K}{g_c}\left(\frac{du}{dy}\right)^n, \qquad \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{Pa}\right] \tag{5.4}$$

Índice de consistencia del fluido



El plástico general tiene características de plásticos de Bingham y fluidos de ley de potencia y representa una clase muy amplia de fluidos, que incluye todos los NNs independientes del tiempo mencionados previamente. Para determinar los tres parámetros de este tipo de fluido, τ_0, K y n, se determina primero la tensión de fluencia τ_0 de la Fig. 5.4 y entonces se prepara el gráfico log-log de la Fig. 5.5 para encontrar K y n.

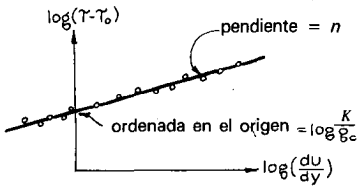


Fig. 5.5. Método para encontrar ***K y n*** para un plástico general una vez se conoce τ_0.

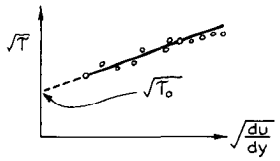


Fig. 5.6. Método mejor para encontrar la tensión de **fluencia** de un plástico general.

Algunas veces es difícil estimar τ_0 con seguridad. Una ayuda útil es representar $\sqrt{\tau}$ frente a $\sqrt{du/dy}$, ya que con frecuencia da una línea recta cerca de la **abcisa** cero, como se muestra en la Fig. 5.6. Este tipo de gráfico fue utilizado por primera vez por Casson para tinta de imprenta. Por tanto, la expresión de la forma

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_0} + K'\sqrt{du/dy} \tag{5.5}$$

se denomina ecuación de Casson. Tiene sólo una vaga asociación con la teoría, pero es útil para encontrar τ_0.

5. Comentarios. Existen muchas otras formas de ecuación para NNs. Sin embargo, las formas anteriores son preferibles ya que son fáciles de utilizar para encontrar f_F y calcular las necesidades de potencia de bombeo. La mayoría de las otras formas son difíciles de utilizar.

Los NNs dependientes del tiempo y los NNs viscoelásticos no tienen una curva única de τ frente a du/dy. Por consiguiente, si se utiliza una de las formas anteriores para estos fluidos (debido a que puede ser difícil tratarlos de otra manera) se puede sólo usar con seguridad las ecuaciones para el flujo en estado estacionario en un tubo recto sin aceleraciones o deceleraciones del fluido (entradas, salidas, orificios, cambio del tamaño del tubo, etc.).

III. FLUJO EN TUBOS

A. Plásticos de Bingham

El perfil de velocidad para flujo laminar de estos materiales es consecuencia de la relación esfuerzo-gradiente de velocidad.

$$\tau = \tau_0 + \frac{\eta}{g_c}\left(\frac{du}{dy}\right) \tag{5.2}$$

y siempre muestra una región central de flujo en pistón de diámetro

$$d_c = \frac{4\tau_0 L}{\rho \Sigma F} \tag{5.6}$$

como se muestra en la Fig. 5.7. La integración adecuada del perfil de velocidad a lo largo del tubo da la velocidad media del flujo como:

$$u = \frac{g_c d^2 \rho \Sigma F}{32 \eta L}\left(1 - \frac{4}{3}m + \frac{1}{3}m^4\right)$$

Los newtonianos tienen sólo este término ya que $\tau_0 = 0$

donde

$$m = \frac{4\tau_0 L}{\rho d \Sigma F} = \frac{\tau_0}{\tau_w}, \quad \text{y} \quad m \leq 1 \tag{5.7}$$

Esta expresión muestra que el flujo se «congela» cuando

$$\tau_w < \tau_0 \quad o \quad \rho \Sigma F < \frac{4\tau_0 L}{d} \quad o \quad m > 1$$

Cuando $m = 1$, el término entre paréntesis se hace cero, lo que significa que no se ha excedido la tensión de fluencia. Por tanto, no habrá flujo. Por consiguiente, la expresión anterior tiene sólo significado cuando $m < 1$; y cuando $m \geq 1$, entonces u = 0.

Para flujo turbulento existe poca información, y lo mejor hoy en día puede ser utilizar la relación f_F frente a Re para newtonianos (véase capítulo 2).

Para plásticos de Bingham la estrategia para utilizar el balance de energía mecánica es la misma que para newtonianos. Por consiguiente, entre dos puntos

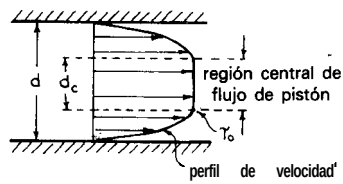


Fig. 5.7. Perfil de velocidad de los plásticos de Bingham en flujo laminar.

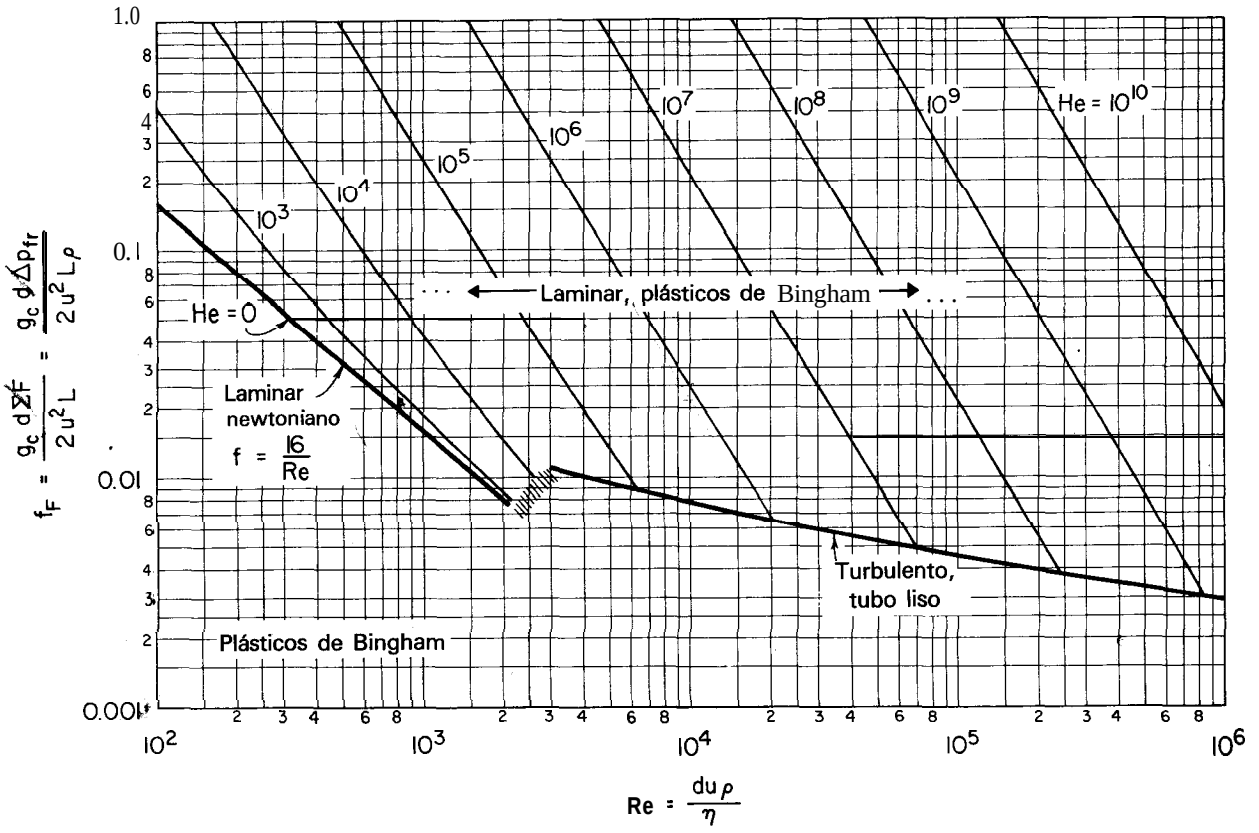


Fig. 5.8. Gráfico que relaciona la pérdida **friccional** a la velocidad de flujo para plásticos de Bingham en tubos [Adaptado de B.O.A. Hedstrom, *Ind. Eng. Chem. 44,* 651 **(1952)].**

cualesquiera de un tubo la ecuación (1.5) se escribe como:

$$\frac{g}{g_c}\Delta z + \underbrace{\Delta\left(\frac{u^2}{\alpha g_c}\right)}_{\text{despreciable casi siempre}} + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + W_s + \Sigma F = 0$$

donde

$$\Sigma F = \frac{2 f_F L u^2}{g_c d}$$

y donde, con la ecuación (5.7),

$$f_F = f\left[\underbrace{\frac{du\rho}{\eta}}_{\text{número de Reynolds}}, \underbrace{\frac{g_c \tau_0 d^2 \rho}{\eta^2}}_{\text{número de Hedstrom; He = 0 para newtonianos}}\right] = f(\mathrm{Re}, \mathrm{He}) \qquad (5.8)$$

La relación entre el factor de fricción y los números de Reynolds y de Hedstrom se muestra en la Fig. 5.8. Utilícese para determinar las necesidades de bombeo o el caudal en un aparato de la instalación.

B. **Fluidos de ley de potencia**

Para flujo laminar el perfil de velocidad, mostrado en la Fig. 5.9, se deduce de la expresión definida para el esfuerzo.

$$\tau = \frac{K}{g_c}\left(\frac{du}{dy}\right)^n \qquad (5.3)$$

Su integración a lo largo del tubo da la velocidad media:

$$u = \frac{g_c d^2 \rho \Sigma F}{\underbrace{32KL}_{\text{Este término sólo para newtonianos}}} \frac{4n}{1+3n}\left(\frac{g_c d \rho \Sigma F}{4KL}\right)^{(1-n)/n} \qquad (5.9)$$

No se sabe mucho acerca del perfil de velocidad en flujo turbulento.

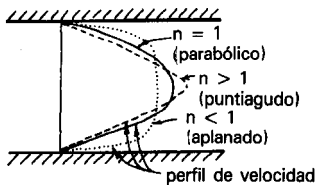


Fig. 5.9. Perfil de velocidad para fluidos de ley de potencia en flujo laminar.

Para fluidos de ley de potencia el balance de energía mecánica para el flujo entre dos puntos cualesquiera de un tubo, ecuación (1.5), se convierte en

$$\frac{g}{g_c}\Delta z + \Delta\left(\frac{u^2}{2g_c}\right) + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + W_s + \Sigma F = 0$$

donde

$$\Sigma F = \frac{2 f_F L u^2}{g_c d}$$

$$f_F = f\begin{pmatrix}\text{numero de Reynolds generalizado } Re_{gen} \\ \text{y probablemente de la rugosidad}\end{pmatrix} \qquad (5.10)$$

y donde, con la ecuación (5.9),

$$Re_{gen} = \frac{d^n u^{2-n}\rho}{8^{n-1}K}\left(\frac{4n}{1+3n}\right)^n$$

La Fig. 5.10 muestra la relación entre f_F y Re_{gen} como se conoce hoy en día. Nótese que los experimentos no han sido suficientes para incluir el efecto de la rugosidad en este gráfico.

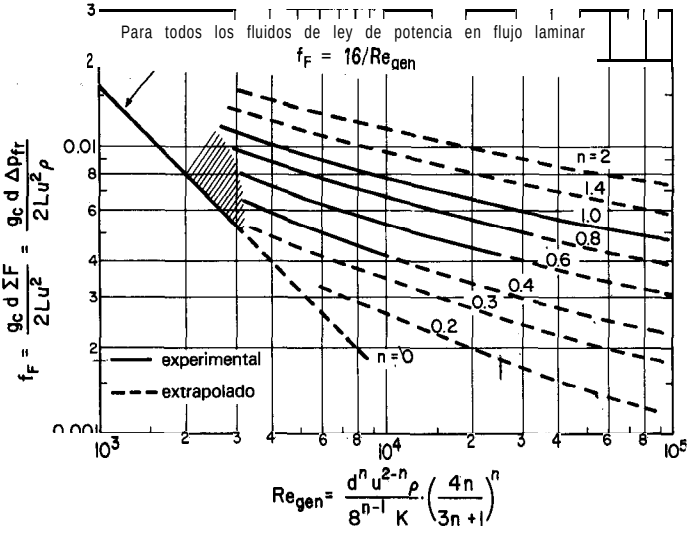


Fig. 5.10. Gráfico que relaciona la pérdida fricciona1 con la velocidad de flujo en tubos para fluidos de ley de potencia [Adaptado de D. S. Dodge y A. B. Metzner, *AIChE J.*, 5, 189 (1959)].

Para el flujo de fluidos de ley de potencia en tubos circulares se utiliza esta definición generalizada del número de Reynolds, ya que hace coincidir todas las líneas de flujo laminar en una sola en el gráfico de f_F frente a Re. Sin embargo, debe advertirse que esta definición no es útil para el flujo en otras formas de conducción o para otros fluidos distintos de los de ley de potencia.

C. Plásticos generales

El perfil de velocidad es complejo y se deduce la relación esfuerzo-velocidad:

$$\tau = \tau_0 + \frac{K}{g_c}\left(\frac{du}{dy}\right)^n \tag{5.4}$$

Una sección central con flujo en pistón está siempre presente en este caso como se muestra en la Fig. 5.11.

Para flujo laminar la integración de la expresión del perfil de velocidad da la siguiente velocidad media del fluido

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{g_c d^2 \rho \Sigma F}{32KL}\left(\frac{g_c d \rho \Sigma F}{4KL}\right)^{(1-n)/n} 4n(1-m)^{(n+1)/n} \\ &\times\left[\frac{(1-m)^2}{1+3n} + \frac{2m(1-m)}{1+2n} + \frac{m^2}{1+n}\right] \\ \text{donde}\quad & m = \frac{4\tau_0 L}{\rho d \Sigma F} = \frac{\tau_0}{\tau_{\text{pared}}} \quad \text{y} \quad m \le 1 \end{aligned}\right\} \tag{5.11}$$

$u = 0$ cuando $m \geq 1$

Este término sólo para newtonianos

Esta expresión de flujo laminar se reduce a las correspondientes expresiones para plásticos de Bingham (cuando n = 1), para fluidos de ley de potencia (cuando $\tau_0 = 0$) y para newtonianos (cuando n = 1 y $\tau_0 = 0$).

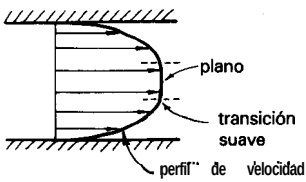


Fig. 5.11. Perfil de velocidad para plásticos generales.

El gráfico f_F frente a Re para plásticos generales no se ha desarrollado todavía. Por tanto, para evaluar la pérdida'friccional debida al flujo debe utilizarse la ecuación (5.11) para flujo laminar, e interpolar entre plásticos de Bingham y fluidos de ley de potencia para flujo turbulento.

D. Comentarios sobre el flujo en tubos

Muchos NNs son fluidos bastante viscosos cuyos flujos están en régimen laminar. Por tanto, las ecuaciones de flujo para este régimen son de particular interés.

Algunas veces se utiliza la pérdida de presión fricciona1 Δp_{fr} en vez de la pérdida fricciona1 ***CF.*** Estos términos están relacionados por el balance de energía mecánica del capítulo 1. Para líquidos donde $\varrho \cong$ constante

$$\Delta p_{fr} = \rho \Sigma F = -\left[\frac{g\rho\Delta z}{g_c} + \Delta\left(\frac{\rho u^2}{2g_c}\right) + \Delta p\right] \tag{5.12}$$

La pérdida friccional siempre es positiva

$(p_2 - p_1)_{medido}$

En el caso especial frecuente donde pueden ignorarse los términos de energía cinética y energía potencial se tiene

$$\Delta p_{fr} = \varrho \Sigma F = -\Delta p_{medido} \tag{5.13}$$

IV. DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES DE FLUJO DE LOS FLUIDOS

Se utilizan tres clases de aparatos para medir las propiedades de flujo de los no newtonianos. En las Figs. 5.12, 5.13 y 5.14 se muestran estos aparatos.

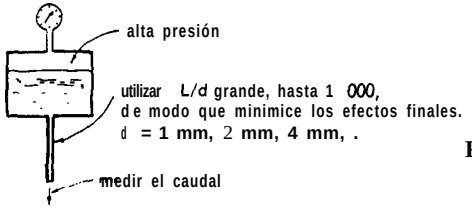


Fig. 5.12. Viscosimetro de tubo o reómetro de extrusión: es el más sencillo de los aparatos para medir las propiedades de flujo de los no newtonianos.

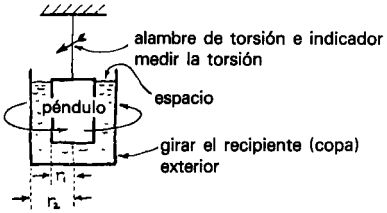


Fig. 5.13. Viscosímetro rotatorio de cilindros concéntricos: útiles especialmente son los de espacio estrecho donde $r_1/r_2 \to 1$, y el de espacio «infinito» donde $r_2 \to \infty$.

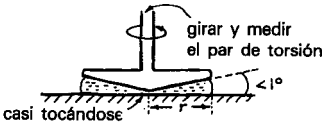


Fig. 5.14. Viscosímetro de cono y plato.

A continuación se verá cómo se evalúan las propiedades de flujo de un fluido a partir de experimentos hechos en dos tipos de viscosímetros de cilindros concéntricos y en el viscosímetro de tubo.

A. Viscosimetro de espacio estrecho

Con $r_1/r_2 \to 1$, como se muestra en la Fig. 5.15, se puede utilizar con seguridad la aproximación de lámina plana, en cuyo caso el par de torsión está relacionado con el esfuerzo por

$$(\text{Par de torsión}) = \begin{pmatrix}\text{esfuerzo de}\\ \text{cizalladora}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{radio}\\ \text{del}\\ \text{péndulo}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{área}\\ \text{mojada}\end{pmatrix} = \tau \cdot r \cdot 2\pi r L, \ [\text{J}] \tag{5.14}$$

mientras el gradiente de velocidad viene dado por

$$\frac{du}{dr} = \frac{2\pi r N}{\text{Ar}} \qquad [\text{s}^{-1}] \tag{5.15}$$

Todo lo que se necesita hacer es medir el par de torsión para diferentes velocidades de rotación. Esto da una serie de medidas de τ frente a du/dr a partir de las cuales se puede encontrar los parámetros de flujo directa y sencillamente.

Observaciones. (a) Este aparato tiene efectos severos friccionales que calientan el fluido, cambiando sus propiedades. Por tanto, con frecuencia es necesario refrigerar.

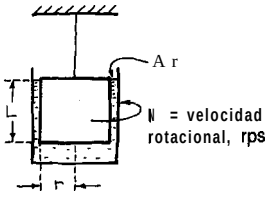


Fig. 5.15. Viscosímetro de espacio estrecho.

(b) Los efectos finales tales como fricción en la base del péndulo se tienen en cuenta midiendo el par de torsión para un newtoniano de viscosidad conocida y entonces calculando un valor de la longitud efectiva L_e tal que se satisfaga la siguiente ecuación par de torsión-esfuerzo

$$(\text{Par de torsión}) = 2\pi r^2 L_e \frac{\mu}{g_c}\left(-\frac{du}{dr}\right) \quad [N\ \mathrm{m}] \tag{5.16}$$

(c) Este aparato no es demasiado flexible para tratar un gran intervalo de esfuerzos de cizalladura.

(d) Para otras correcciones menores véase Skelland (1967).

B. Cilindro en un medio infinito

La relación esfuerzo-par de torsión para este aparato, mostrado en la figura 5.16, es

$$\tau = \frac{\text{Par de torsión}}{2\pi r^2 L} \tag{5.17}$$

mientras el gradiente de velocidad en la superficie del cilindro que gira se calcula que es

$$\frac{du}{dr} = 4\pi N \left[\frac{d(\log N)}{d(\log \text{ par de torsión})}\right] \tag{5.18}$$

Experimentalmente todo lo que se necesita hacer es medir el par de torsión para una serie de valores de N, representarlo en una escala log-log y evaluar la pendiente para los diversos valores de N. Con las ecuaciones (5.17) y (5.18) esto da la curva τ frente a du/dr directamente. Por consiguiente, este aparato puede utilizarse para encontrar los parámetros de flujo para todos los NNs independientes del tiempo.

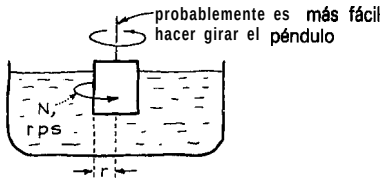


Fig. 5.16. Viscosímetro de medio «infinito».

Observaciones. (a) Este aparato es rápido y fácil de utilizar.

(b) Para corregir los efectos finales se utiliza una longitud equivalente L_e, como con el viscosímetro de espacio estrecho.

(c) Para asegurar que el cilindro exterior es suficientemente grande para aplicar la aproximación de medio infinito, se utilizan dos tamaños diferentes de cilindros exteriores y se comparan los resultados.

(d) Cuando el espacio de separación está entre los dos extremos anteriores las ecuaciones se hacen complicadas.

(e) Para correcciones menores adicionales véase Skelland (1967).

C. Viscosímetro de tubo

Para flujo laminar, un balance de fuerzas en una sección del tubo de longitud L da

$$\tau_w = \frac{d\Delta p_{fr}}{4L} = \frac{d\rho\Sigma F}{4L} \tag{5.19}$$

Skelland (1967) demostró también que en la pared del tubo

$$\left(-\frac{du}{dr}\right)_w = \frac{8u}{d}\left(\frac{3n'+1}{4n'}\right) \tag{5.20}$$

donde

$$n' = \frac{d\,[\log(d\rho\Sigma F/4L)]}{d\,[(\log(8u/d)]}, \tag{5.21}$$

El procedimiento para encontrar las características de flujo de un fluido de ley de potencia es entonces como sigue:

1. Se hacen una serie de ensayos utilizando diferentes diámetros, longitud de tubo o pérdida de presión. Para cada ensayo se mide Δp y u, evaluándose entonces $d\rho\Sigma F/4L$ y $8u/d$.

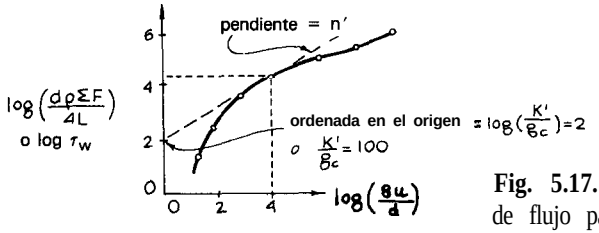


Fig. 5.17. Evaluación de los parámetros de flujo para un caudal dado en un tubo.

2. Se hace un gráfico log-log de $d\rho\Sigma F/4L$ frente a $8u/d$ y se determina su pendiente n' y ordenada en el origen K'/g_c, como se muestra en la Fig. 5.17.

- Sin' = 1 entonces el fluido es newtoniano con viscosidad μ = K'.
- Si n' es constante, pero diferente de la unidad, entonces se trata de un fluido de ley de potencia con parámetros de flujo.

$$n = n'$$

$$K = K'\left(\frac{4n}{3n + 1}\right)^n$$

- Si n' no es constante se calcula τ_w y $(-du/dr)_w$ para cada punto a partir de las ecuaciones (5.19), (5.20) y (5.21), y se construye el gráfico τ_w frente a $(-du/dr)_w$. A partir del mismo se encuentra el tipo de fluido a manejar y se evalúan sus parámetros de flujo.

Observaciones. (a) Este aparato es muy flexible, puede explorar un amplio intervalo de valores de esfuerzo. Para lodos se debe tener un agitador en el recipiente.

(b) Las ecuaciones anteriores sólo se aplican al régimen laminar. Hay que asegurarse de que el flujo está en este régimen evaluando el número de Reynolds generalizado.

$$\mathrm{Re}_{gen} = \frac{d^n u^{2-n}\rho}{8^{n-1}K}\left(\frac{4n}{1 + 3n}\right)^n$$

para el ensayo realizado a mayor caudal, después de haber encontrado los parámetros de flujo.

(c) En las expresiones anteriores el término $\rho\Sigma F$ se evalúa con las ecuaciones (5.12) y (5.13). Para tener en cuenta los efectos de la energía cinética y la energía potencial en estas expresiones, más efectos de deslizamiento, véase una vez más Skelland (1967).

V. DISCUSIÓN SOBRE NO NEWTONIANOS

A. Materiales que tienen una tensión de fluencia, tales como plásticos de Bingham

Estos materiales muestran un comportamiento como un sólido (elástico) y como un líquido (plástico) dependiendo de la intensidad del esfuerzo que actúa sobre ellos. Muchas sustancias tratadas normalmente como sólidos exhiben este comportamiento elástico-plástico, por ejemplo los metales. Con suficiente esfuerzo o tensión ellos dan de sí, fluyen, y pueden extrusionarse, darles forma, taladrarse, etc. Por otro lado el vidrio y muchas rocas no tienen una tensión de fluencia en la escala de tiempo del hombre. Pero incluso la presentan en la escala geológica.

Tabla 5.1. Parámetros de flujo de algunos plásticos de Bingham familiares

Material	Tensión de fluencia, τ_0 (Pa = N/m²)	Viscosidad plástica, η (kg/m s)
Salsa de tomate; Catchup (30°C)	14	0.08
Mostaza (30 °C)	38	0.25
Oleomargarina (30 °C)	51	0.12
Mahonesa (30 °C)	85	0.63
Mantequilla, en un día cálido, muy blanda y casi fundida	10-20	
Mantequilla, recién sacada del frigorífico, dura, pero extensible	100-150	
Plomo (20 °C)	1.3×10^7	
Material de soldadura (20 °C)	2.7×10^7	
Cobre (20 °C)	7×10^7	
Hierro y diversos aceros (20 °C)	$20\text{-}50 \times 10^7$	
Aleación de titanio (20 °C)	120×10^7	

En el nivel microscópico, este comportamiento elástico-plástico tiene lugar en los *metales* por desplazamientos atómicos, o sea, deslizamiento de moléculas una sobre otra, *o* en *los sistemas de dos fases*, una finamente dispersada en la otra con grandes fuerzas superficiales actuando entre las fases. Ejemplos de estos sistemas de dos fases son

- Mahonesa -aceite dispersado en una solución acuosa.
- Crema batida -aire dispersado en una solución de proteína.
- Margarina -cristales de grasas dispersos en aceite.
- Chocolate -azúcar y cacao dispersos en mantequilla de cacao (35%).

- Puré de patatas -agua (90%) dispersada en material alimenticio.
- Pasta de dientes -tiza dispersada en agua.

El plástico de Bingham es la representación más sencilla para los materiales que presentan una tensión de fluencia, y en la tabla 5.1 se dan valores de los parámetros de flujo para algunos materiales corrientes de este tipo.

B. Fluidos de ley de potencia

La ley de potencia es una representación conveniente para muchos fluidos, y la tabla 5.2 muestra los valores de los parámetros de flujo para algunas sustancias familiares que pueden representarse razonablemente por este modelo.

C. Reflexiones sobre la clasificación de los materiales

1. La observación de que la viscosidad medida de un fluido cambia con la velocidad de cizalladura es un signo seguro de comportamiento no newtoniano (veánse Figs. 5.1 y 5.2).

Tabla 5.2. Parámetros de flujo de algunos fluidos de ley de potencia familiares.

Material	n (–)	K (kg/m s^{2-n})
Compota de manzana, diferentes recetas (24 °C)	0.41	0.66
(24 "C)	0.65	0.50
Papilla de plátanos, diferentes muestras (24 °C)	0.46	6.5
(24 °C)	0.33	10.7
Sangre humana	0.89	0.00384
Sopas y salsas	0.51	3.6-5.6
Zumo de tomate (5,8 % sólidos, 32 °C)	0.59	0.22
(30% solidos, 32 °C)	0.40	18.7
4% de pasta de papel en agua (tubo de 20-30 cm)	0.575	20.7
33 % de cal en agua (tubo de 2-5 cm)	0.171	7.16
15% de carboximetilcelulosa en agua (tubo de 2-4 cm)	0.554	3.13

2. Los fluidos de ley de potencia y los plásticos de Bingham son los modelos sencillos para no newtonianos. Existen otros mucho más complicados. Afortunadamente estas dos aproximaciones sencillas son con frecuencia bastante satisfactorias para propósitos ingenieriles. Incluso materiales dependientes del tiempo y otros más complejos que circulen en régimen estacionario por tuberías se pueden con frecuencia tratar con estos modelos sencillos.

3. Algunas veces la velocidad de cizalladura (gradiente), du/dy, determinará si un material se comporta como fluido o sólido. Elevadas velocidades provocarían una ruptura del material, mientras que velocidades bajas lo harían fluir. Mezclas de almidón-agua fría son ejemplos familiares. Incluso el agua líquida rompe para cizalladuras altas. Por otro lado, incluso el vidrio dará de sí y fluirá a temperatura ambiente si transcurre tiempo suficiente. Por ejemplo, los paneles de vidrio de ventanas de los tiempos medievales son más delgados en la parte superior que en la base.

4. La mayoría de fluidos biológicos son NNs y deben tratarse como tales.

5. La mayoría de los NNs pueden clasificarse dé varias maneras, dependiendo de cómo se estén procesando.

6. En este capítulo sólo se han presentado unos modelos sencillos para NNs. La cuestión completa de dependencia del tiempo (agitar vigorosamente y la salsa de tomate se hace fluida, dejarla y se vuelve espesa) y el comportamiento viscoelástico es algo que no se ha tratado.

REFERENCIAS Y LECTURAS RELACIONADAS

A. H. P. Skelland, ***Non-Newtonian Flow and Heat Transfer,*** Wiley, New York (1967) Excelente referencia; acúdase en primer lugar.

S. E. Charm, ***The Fundamentals of Food Engineering,*** Second ed., Ch. 3, Avi, Westport (1971). Escrita precipitadamente y difícil de seguir, pero tiene mucho material útil.

H. G. Muller, ***An Introduction to Food Rheology,*** Crane Russak, New York (1973). Libro delicioso, incluso recomendado como lectura al acostarse.

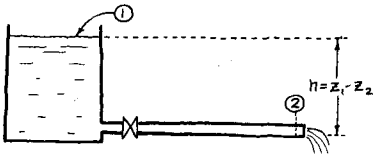
G. W. Govier and K. Aziz, ***The Flow of Complex Mixtures in Pipes,*** Von Nostrand Reinhold, New York (1972). Temerosos los autores de olvidar algo, lo tiene todo; un omnilibro.

R. B. Bird, G. C. Dai, and B. J. Yarusso, ***Reviews in Chemical Engineering,*** 1, 1 (1982). Una buena revisión bien organizada de la teoría y de la experimentación sobre flujo y transmisión de calor de no Newtonianos con tensión de fluencia.

NOTA: La mayoría de los datos en este capitulo sobre las propiedades de flujo de no newtonianos están tomados de Skelland, Charm y Muller y del ***Handbook of Chemistry and Physics***, 47ª ed., Chemical Rubber, Boca Raton, FL (1966).

EJEMPLO 5.1. FLUJO DE UN PLÁSTICO DE BINGHAM DESDE UN TANQUE.

Se descarga un plástico de Bingham (τ_0 = 20 Pa, η = 0,02 kg/m s, ϱ = 2000 kg/m^3). desde la base de un tanque de almacenamiento a través de una tubería horizontal de 100 mm de d.i. de 19,6 m de longitud equivalente. ¿Qué carga h de fluido dará una velocidad de salida de 1 m/s?



Solución

Se puede encontrar la carga bien utilizando los gráficos de **diseño** para plásticos de **Bingham** (Fig. 5.8) o utilizando la ecuación de flujo (5.7). A continuación se resolverá de las dos maneras.

Método A, utilizando el gráfico de diseño de la Fig. 5.8. Para éste se determina

$$\mathrm{He} = \frac{g_c \tau_0 d^2 \rho}{\eta^2} = \frac{(1)(20)(0.1)^2(2000)}{(0.02)^2} = 10^6$$

$$\mathrm{Re} = \frac{du\rho}{\eta} = \frac{(0.1)(1)(2000)}{0.02} = 10^4$$

$$f_F = 0.025 \quad \text{(de la Fig. 8)}$$

Para encontrar la carga necesaria se aplica el balance de energía **mecánica** entre los puntos 1 y 2, que da

$$\Delta z + \underbrace{\frac{\Delta u^2}{2g}}_{\approx 0} + \underbrace{\frac{g_c}{g}\frac{\Delta p}{\rho}}_{=0} + \underbrace{\frac{g_c}{g} W_s}_{=0} + \frac{g_c}{g}\Sigma F = 0$$

o

$$h = z_1 - z_2 = \frac{2 f_F u^2 L}{gd}$$

$$= \frac{2(0.025)(1)^2(19.6)}{0.1(9.8)} = 1 \text{ m}$$

NOTA: En esta solución se ignora el término de energía cinética, ya que se supone que 1 m/s representa un efecto pequeño de la energía. Si se incluyera este término se tendría

$$h = \frac{2 f_F L u_2^2}{gd} + \frac{u_2^2}{2g} = 1 + \frac{1^2}{2(9.8)} = 1.05 \text{ m}$$

o sea, una corrección del 5 %.

Método B, utilizando la ecuación de flujo (5.7). En primer lugar se necesita evaluar una serie de términos. Entre los puntos 1 y 2 el balance de energía mecánica da

$$\Sigma F = -\left[\frac{g\Delta z}{g_c} + \underbrace{\frac{\Delta u^2}{2g_c}}_{=0} + \underbrace{\frac{\Delta p}{\rho}}_{=0} + \underbrace{W_s}_{=0}\right]$$

$$= -\frac{9.8(\Delta z)}{1} = 9.8h\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$$

entonces

$$m = \frac{4\tau_0 L}{\rho d\Sigma F} = \frac{4(20)(19.6)}{(2000)(0.1)9.8h} = \frac{0.8}{h}$$

Sustituyendo todos los valores conocidos en la ecuación (5.7) se obtiene

$$1 = \frac{(1)(0.1)^2(2000)9.8h}{128(0.02)(19.6)}\left[1 - \frac{4}{3}\frac{0.8}{h} + \frac{1}{3}\frac{(0.8)^4}{h^4}\right]$$

$$h^4 - 1.1306h^3 + 0.13653 = 0$$

o

$$h = 0.99 \text{ m}$$

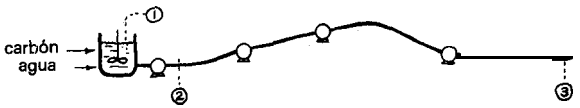
que es aproximadamente la misma respuesta del método A. En realidad la respuesta del método A es un poco menos precisa debido al posible error de lectura en el gráfico.

EJEMPLO 5.2. TRANSPORTE DE CARBÓN POR TUBERÍA

En Arizona del Norte la Peabody Coa1 Co. transporta carbón (ρ = 1 500 kg/m^3) por una tubería, previa preparación del lodo pertinente con agua. Se tritura, pues, carbón y se pulveriza hasta menos de 8 mallas y se bombea entonces a 440 km de distancia en forma de un lodo de 50% en peso a través de una tubería de 0,45 m de d.i., que tiene cuatro estaciones de bombeo. El tiempo de transito es de 3 días.

(a) ¿Qué potencia de bombeo se necesita si la motobomba tiene una eficacia del 70%?

(b) ¿Cuál es el coste de bombeo/tonelada para transportar carbón desde la mina hasta su destino?



Datos:

- Un lodo de 50% en peso de carbón se comporta como un fluido de ley de potencia con $n = 0{,}2$ y $K = 0{,}58$, en unidades SI.
- Coste de la electricidad 3c/kWh.

[Véase *Chemical Engineering News,* p. 17 (15 de abril 1974) para más información sobre esta operación.]

Solución

De los datos se tiene

$$u = \frac{400\ \text{km}}{3\ \text{días}}\left(\frac{1\ \text{día}}{24 \times 3600\ \text{s}}\right)\left(\frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}}\right) = 1.7\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La densidad de una mezcla de 50 % en peso, después de mucho trasiego, se encuentra que es

$$\bar{\rho} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{2(1000)(1500)}{1000 + 1500} = 1200\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Caudal másico del lodo transportado:

$$\dot{m} = \dot{u}A\rho = (1.7)\left[\frac{\pi}{4}(0.45)^2\right](1200) = 324\frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Puesto que el lodo es un fluido de ley de potencia

$$\text{Re}_{\text{gen}} = \frac{d^n u^{2-n}\rho}{8^{n-1}K}\left(\frac{4n}{1 + 3n}\right)^n$$

$$= \frac{(0.45)^{0.2}(1.7)^{1.8}(1200)}{8^{-0.8}(0.58)}\left[\frac{4(0.2)}{1 + 3(0.2)}\right]^{0.2} = 21\ 060$$

Por tanto, de la Fig. 5.10 se encuentra

$$f_F = 0{,}002$$

Considérese ahora el balance de energía mecánica. Para el sistema completo (puntos 1 a 3) se puede escribir.

$$\cancelto{0}{\frac{g\Delta z}{g_c}} + \cancelto{0}{\frac{\Delta u^2}{2g_c}} + \cancelto{0}{\frac{\Delta p}{\rho}} + W_s + \Sigma F = 0$$

A continuación se comentarán los términos anulados. En el tercer término p_1 y p_3 valen ambos 1 atm, por tanto Ap = 0. Debido a la gran longitud de la tubería, las pérdidas **fricciones deberán** dominar y superar ampliamente las otras pérdidas. Por consiguiente las pérdidas de energía cinética serían despreciables, y los efectos de entrada a la tubería y de elevación del tanque pueden también ignorarse con seguridad. Finalmente, la diferencia de nivel, ya que no viene dada, se ignorará. Todo esto conduce a

$$-W_s = \Sigma F = \frac{2f_F u^2 L}{g_c d}$$

$$= \frac{2(0.002)(1.7)^2(440\ 000)}{(1)(0.45)} = 11\ 303\ \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

y las necesidades reales de potencia total

$$\left.\begin{aligned} -\dot{W}_s &= (11.3\ \text{kJ/kg})(324\ \text{kg/s})(1/0.7) = 5239\ \text{kW} \\ \text{o} \quad -W_s &= 1.3\ 10\ \text{kW/estación de bombeo} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(a)}$$

El coste del transporte de carbón por tubería es entonces

$$(5239\ \text{kW})\left(0.03\ \frac{\$}{\text{kW h}}\right)\left(\frac{\text{h}}{3600\ \text{s}}\right)\frac{1\ \text{s}}{(324/2)\ \text{kg carbón}}\left(1000\ \frac{\text{kg}}{\text{ton}}\right)$$

$$= 27\text{c/ton. de carbón} \qquad \text{(b)}$$

PROBLEMAS SOBRE NO NEWTONIANOS

5.1. Considérese un plástico de Bingham que circula por una tubería horizontal. 'Si la pérdida de presión desde un extremo al otro de la tubería desciende, entonces el flujo desciende normalmente. Eventualmente, si Ap se disminuye suficientemente; se alcanza un punto crítico donde el flujo se para y el material «congela» en la tubería. Determínese este Ap crítico para la salsa de tomate circulando por un tubo horizontal (L = 10 m, d = 10 cm).

5.2. Si el flujo de un plástico de Bingham se «congela» justo en una longitud de 10 m de un tubo horizontal de 10 cm de d.i., ¿qué longitud de tubo de 20 cm de d.i. provocaría que el fluido congelase para la misma pérdida de presión global a lo largo del tubo?

5.3. ¿Qué diámetro de tubo vertical permitiría a la mahonesa (ρ = 1 200 kg/m^3) fluir bajo su propio peso?

5.4. Se conecta un tubo de 3 mm de d.i. y de 100 mm de longitud a la base de un bote de mostaza dirigido recto hacia abajo. Cuando el bote está lleno (altura de 1 m) la mostaza sale por el tubo, pero cuando la altura en el tanque desciende hasta 0,4 m el flujo se para. A partir de la información anterior encuéntrese la tensión de fluencia de la mostaza, un plástico de Bingham de densidad ρ = 1 200 kg/m^3.

Se descarga un plástico de Bingham (τ_0 = 20 Pa, η = 0,2 kg/m s, ρ = 2 000 kg/m^3) desde el fondo de un tanque de almacenamiento a través de una tubería horizontal de 0,1 m de d.i. Determínese la velocidad de salida en el tubo si éste está 10 m por debajo del nivel del líquido en el tanque y tiene una longitud equivalente de

5.5. 4,9 metros.

5.6. 19,6 metros.

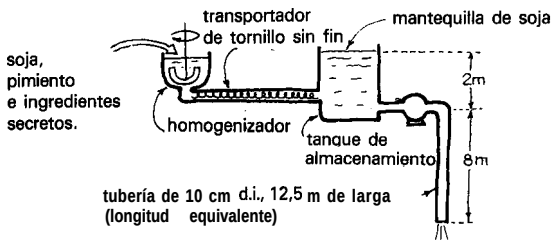
5.7. Ha de bombearse una pasta de dientes, denominada «Leer», a través de una tubería de acero inoxidable de 50 mm de d.i. desde la máquina de mezclado de los ingredientes hasta la máquina de llenado de los tubos de pasta de dientes. La longitud equivalente de la línea, incluyendo las pérdidas en codos, uniones y entrada y salida, es 10 m y la velocidad media del flujo es 1 m/s.

(a) ¿Qué diferencia de presión (en atm) dará este caudal?

(b) ¿Qué tamaño de motor hará el trabajo para una eficacia de la motobomba de 30%?

Datos: La pasta de dientes puede considerarse que es un plástico de Bingham con las siguientes propiedades: ρ = 1 600 kg/m^3; τ_0 = 200 Pa; η = 10 kg/m s.

5.8. Se desea bombear mantequilla de soja homogenizada (ρ = 1 250 kg/m^3; τ_0 = 80 Pa; η = 1 kg/m s) desde un tanque de almacenamiento en el piso superior de una pequeña factoría hasta el departamento de embalaje situado más abajo. ¿Qué tamaño de bomba y motor, con una eficacia global del 50%, debería colocarse en la línea para garantizar que la velocidad de flujo nunca estaría por debajo de 0,8 m/s? Véase el esquema para datos adicionales.



5.9. En la época de la recolección de la miel se planea utilizar el equipo del problema 5.8 para bombear miel mezclada con especias a una velocidad nunca inferior a 0,8 m/s desde el tanque de almacenamiento hasta el departamento de embalaje. Se espera que la bomba y el motor tengan una eficacia del 50% para esta operación. ¿Qué tamaño de bomba y motor deberían comprarse?

Datos: La miel aromatizada es un fluido de ley de potencia con $n = 2$; $K = 5/98$ kg/m; $\rho = 1\ 250$ kg/m^3.

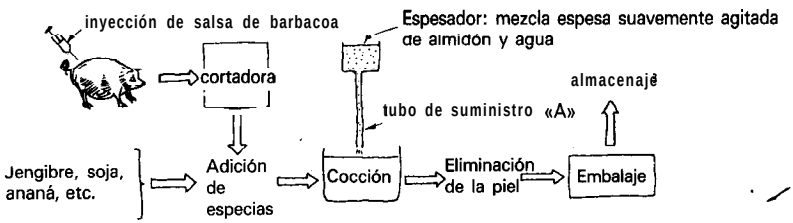
Ha de bombearse pintura a 1 m/s a través de una tubería horizontal de 1 cm de d.i. y 25 m de largo. Encuéntrese el tamaño de la motobomba, eficacia global de un 40%, necesaria.

5.10. Resuélvase el problema utilizando los gráficos de diseño dados en este capítulo.

5.11. Resuélvase el problema utilizando la ecuación de flujo dada en este capítulo.

Datos: Esta pintura sigue el comportamiento de un fluido de ley de potencia con: $n = 0{,}5$, $K = 2{,}53$ kg/m s$^{3/2}$, y $\rho = 2000$ kg/m^3.

5.12. Yummy Oriental Delicacies, Inc., ha cambiado completamente los hábitos alimenticios de los hogares americanos, y de los 32 platos chinos que prepara y comercializa, los de cerdo agridulce son los favoritos con mucho. Los almacenes de comestibles no pueden atender la demanda y se está desarrollando un mercado negro para este producto. Yummy tendrá que acelerar la producción tan pronto como sea posible, y la dirección ha decidido que sea unas 10 veces la actual velocidad de producción.

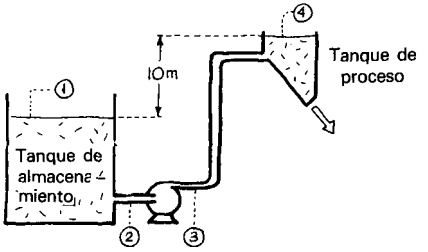


En el esquema anterior se muestra la línea de producción de Yummy para cerdo agridulce, algo simplificada. Su trabajo será sustituir el tubo del suministro A por un tamaño mayor de tubo. El astrólogo-acupunturista de la compañía dice que doblando el diámetro del tubo (si se hace entre el 10 y el 15 del mes) se conseguirá el resultado. El jefe no está bastante seguro y le pide que verifique esta recomendación. Específicamente, si usted dobla el diámetro del tubo, ¿qué ocurrirá a la velocidad de suministro de la solución espesa de almidón?

Datos: En primera aproximación trátese la solución de almidón como un fluido de ley de potencia dilatante con $n = 2$.

5.13. Ha de bombearse un lodo de pasta de papel al 4 % desde un tanque de almacenamiento bien mezclado a través de una tubería de 20 cm de d.i. hasta un tanque de

proceso. El nivel del liquido en el tanque de proceso está 10 m por encima que en el tanque de almacenamiento, y la longitud equivalente de la tubería de conexión es 40 m. La motobomba de la linea tiene una potencia de 25 kW y una eficacia global del 50%. Con esta instalación, tal como se muestra más abajo, calcúlese el caudal esperado de lodo en m^3/s.



5.14. El caudal del anterior problema es demasiado bajo. Se desea elevarlo hasta $0{,}2\ m^3/s$. ¿Qué tamaño de motobomba (50% de eficacia global) realizaría la operación?

5.15. ***Platanoducto.*** ¿Por qué enviar plátanos por barco desde Honduras hasta los Estados Unidos? Considérese lo complicado de las operaciones en la plantación, su carga en el barco, el posible aplastamiento, el posible deterioro, la preocupación por ratas y cucarachas, su descarga, el transporte por carretera, etc. ¿Por qué no, pues, pelar los plátanos en Honduras y bombearlos como un puré a través de una tubería directamente hasta Chicago, a 5 000 km, añadiendo entonces un poco de cola vegetal para dar a los plátanos cualquier forma que se desee? ¡Qué oportunidad tan excitante para un modelado creativo de los plátanos! Sin embargo, antes de sumergirse en esta reforma, considérese si este objetivo es económico. Por tanto, ignorando los costes de capital en la construcción del platanoducto, estímese el coste de bombeo para dicha operación. Exprésese el coste como $/año y c/kg de plátanos suministrado.

Datos: Supóngase: la motobomba tiene una eficacia global del 50%.

Costes de la electricidad 3.6 c/kW . h o 1c/MJ.

Tamaño del tubo = 10 cm d.i.

Velocidad media del puré de plátanos = 1 m/s.

La característica del flujo del puré de plátanos viene dada por la siguiente expresión.

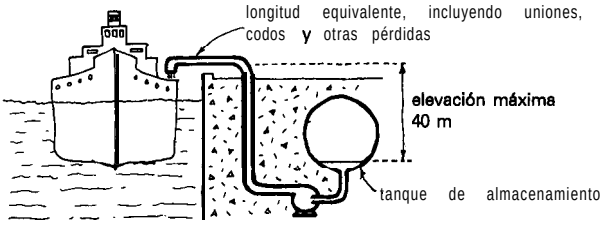
$$\tau = 6.3(du/dy)^{1/3} \text{ (en unidades SI)}$$

5.16. Chicago y la zona del Este Medio del país se han interesado realmente por estos nuevos plátanos reformados (véase el problema anterior) de modo que se está considerando la instalación de más estaciones de bombeo para elevar así la velocidad en la conducción hasta 6 m/s. Con este cambio, ¿cuál es el coste por kg de plátanos que se bombea desde Honduras a Chicago?

5.17. Considérense los siguientes hechos:

- Los países del Este Asiático embarcan actualmente grandes cantidades de petróleo para todo el mundo en gigantescos petroleros. Éstos regresan vacíos, lo que constituye un cierto despilfarro.

- Estos países tienen también grandes cantidades de gas natural que no saben qué hacer con él.
- Algunos de los países importadores de petróleo tienen mucho mineral de hierro. Los finos de este mineral no son apreciados, ya que no pueden utilizarse directamente en los hornos altos ya que pueden provocar su destrucción.
- En los últimos años una serie de empresas han desarrollado procesos para reducir con gas natural finos de minerales de hierro peletizados.



Una idea obvia: ¿Por qué no llenar los petroleros vacíos en su regreso con un lodo de mineral de hierro y fabricar acero directamente en el Este de Asia? Se podrían así resolver los problemas de los petroleros vacíos, de los finos de mineral residuales, del gas natural residual, y al mismo tiempo se produciría acero para estas economías crecientes.

Explórese un pequeño aspecto del proceso global, el bombeo del lodo denso de mineral de hierro al interior de los petroleros desde tanques de almacenamiento subterráneos conectados a la atmósfera. ¿Qué tamaño de motobomba se necesita (de un 33% de eficacia global) para una velocidad de flujo de lodo denso de 2 m/s a través de una tubería de 0,3 m?

Datos; Densidad del lodo: $\rho = 3000$ kg/m^3. El lodo se puede considerar como un fluido no newtoniano de ley de potencia con $K = 3$ kg/m s^{2-n} y $n = 0.15$.

5.18. El pigmento de pintura «Maestro Holandés» se hace de polvo de TiO_2 en agua con un dispersante (para evitar la sedimentación del solido), un espesador (un derivado de la celulosa), formaldehído (para evitar que las bacterias se coman el espesador), más ésto y aquéllo. El resultado final, después de mucha mezcla y agitación difícil, es un hermoso pseudoplástico de Bingham blanco, cuyas características de flujo vienen dadas por

$$\tau = 20 + 2(du/dy)^{0.5}$$

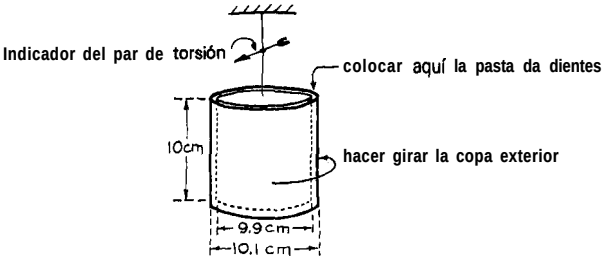
El pigmento ($\rho = 1\,700$ kg/m^3) circula desde el depósito hasta un camión de carga a través de 25 m de tubería de 20 cm. ¿Cuánto tiempo se tardara en llenar un camión (36 m^3) sólo por gravedad si el nivel del pigmento en el depósito está aproximadamente a 6 m por encima de la salida de la tubería?

5.19. ***Carbón para Texas.*** La Texas Eastern Corp. está planeando bombear carbón ($\rho = 1\,500$ kg/m^3) a través de una tubería para lodos de 0,96 m de d.i. desde las regiones mineras de carbón de Montana (elevación = 1 400 m) hasta la costa del

Golfo de Texas (elevación = 30 m), a una distancia de 3.000 km. Se utilizará agua procedente del río Little Bighorn (25 x 10^6 m^3/año) para obtener un lodo al 50% en volumen, que es un fluido de ley de potencia (n = 0,2; K = 0,65 kg/m $s^{1,8}$).

¿Cuál será el coste por tonelada de carbón transportado de esta manera si los costes de energía son 3c/kW·h y el sistema de bombeo tiene una eficacia global del 50%? [Información a partir de *Chem. Eng. News,* p. 20 (12 de marzo, 1979).]

5.20. Se planea producir y comercializar una excelente y nueva pasta de dientes de brillo cegador denominada «Leer». Se ha construido ya una pequeña planta piloto y se dispone de muestras de «Leer» para ensayos. En la planta industrial se tendrá que bombear «Leer» a diversos sitios, y para hacer esto de una manera eficaz se necesita saber sus propiedades de flujo. Para ello se introduce «Leer» en un viscosímetro de capa rotatoria de las dimensiones mostradas a continuación:



Se encuentra que la capa es capaz de girar solamente cuando el par de torsión excede $\pi/10$ Nm; y la capa gira a 3,8 r.p.m. cuando el par de torsión es $\pi/5$N m. ¿Qué clase de fluido es «Leer» y cuáles son los valores de sus parámetros de flujo?

5.21. Encuéntrense las propiedades de flujo de una carga de 5 toneladas de un excelente chocolate caliente, después de 72 horas de mezclado, a partir de los siguientes datos obtenidos en un viscosímetro rotatorio de separación estrecha (r_1 = 25 mm; r_2 = 28 mm; L_e = 76,4 mm).

Par de torsión (N m)	0.0051	0.0077	0.0158	0.0414
Velocidad rotación (min^{-1})	Empieza justo a girar	0.39	2.62	14.81

[Datos de Charm, p. 63 (1971).]

5.22. Se sumerge un cilindro (r = 0,95 cm, L_e = 4 cm) en un recipiente de zumo de naranja concentrado a 0 °C, se hace girar y se mide el par de torsión, con los siguientes resultados:

Velocidad de rotación (s^{-1})	0.1	0.2	0.5	1.0
Factor de torsión (N m)	42 x 10^{-6}	63 x 10^{-6}	107 x 10^{-6}	152 × 10^{-6}

Encuéntrense las características de flujo de esta muestra de zumo de naranja. [Datos de Charm, p. 64 (1971).]

5.23. Encuéntrense las características de flujo de puré de sopa de misionero (variedad Niugini) a partir de los siguientes datos tomados en un viscosímetro de tubo

d (mm)	L (cm)	Δp (MPa)	$\dot{v}$ (cm^3/s)
0.8	10	1.6	0.05
0.8	10	5	0.5
8	200	1	5

[Datos de Port Moresby.]

Se está investigando el flujo de un fluido de ley de potencia sospechoso (ρ = 1000 kg/m^3) en un viscosímetro de tubo capilar (diámetro del tubo = 1 mm; longitud del tubo = 100 mm). Se han hecho dos ensayos con los resultados que se muestran más abajo.

(a) Encuéntrense los parámetros de flujo de este fluido.
(b) ¿Cuál seria el nombre de este fluido?
(c) Las ecuaciones para este viscosímetro sólo se pueden aplicar en flujo laminar, por tanto calcúlese el número de Reynolds para el ensayo realizado a caudal mayor para verificar si se satisface esta condición.

		Caudal	Pérdida de presión a través del tubo
5.24.	Ensayo 1	3.535 kg/h	4 MPa
	Ensayo 2	0.03535 kg/h	0.8 MPa
5.25.	Ensayo 1	0.3535 kg/h	4 MPa
	Ensayo 2	0.03535 kg/h	0.8 MPa

5.26. Encuéntrense las características de flujo de la pasta de tomate a partir de los siguientes datos, tomados en un viscosimetro de tubo: L = 1,22 m; d = 12,7 mm; altura de la pasta de tomate en el recipiente = 0,11 m y ρ = 1 120 kg/m^3.

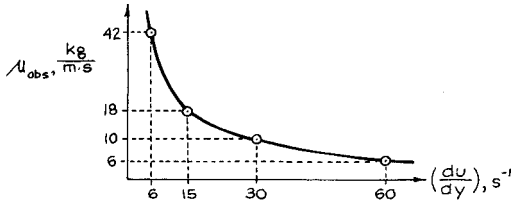
$\dot{v}$ (cm^3/s)	0.1	0.5	1.3	4.3
$-\Delta p$ (Pa)	19600	27500	34800	43800

[Datos de Charm, p. 62 (1971).]

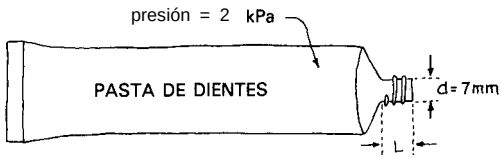
5.27. La observación muestra que la pasta de tomate tiene una tensión de fluencia, por tanto desarróllese una ecuación que incluya este factor para representar los datos de flujo del problema anterior.

5.28. Se ha publicado que el zumo colado y enfriado (10 °C) de estofado de ostras de las Montanas Rocosas tiene las propiedades de flujo indicadas en el gráfico adjunto.

¿Cómo se describirían las propiedades viscosas de este exquisito manjar regional? Dése una ecuación si se puede.



5.29. Se han determinado ya las propiedades de flujo de la pasta de dientes «Leer» (plástico de Bingham: $\tau_0 = 200\ N/m^2$; $\eta = 10\ kg/m\ s$), y se la ha bombeado desde el mezclador hasta la máquina de llenado de los tubos de pasta de dientes. Se considerará ahora el diseño del tubo de pasta de dientes.



Para obtener una cantidad razonable de pasta de dientes se acepta que la boquilla del tubo deberá tener 7 mm de d.i. Además, la «fuerza a realizar con los dedos» necesaria para impulsar la pasta de dientes fuera del tubo no deberá ser ni demasiado grande ni demasiado pequeña. ¿Qué longitud deberá tener la boquilla del tubo para que la pasta de dientes justo empiece a salir cuando la presión ejercida con los dedos sea 2kPa?

Capítulo 6 FLUJO A TRAVÉS DE LECHOS RELLENOS

Existen dos tipos bastante diferentes de medios porosos:

- ***Lechos rellenos.*** Éstos incluyen pilas de rocas, filtros de arena, la tierra en los tiestos de flores, cigarrillos, columnas de absorción... Para un buen contacto gas-líquido, las columnas de absorción se rellenan normalmente con objetos cerámicos, de plástico o metálicos de formas especiales tales como anillos y sillas que tienen una gran área superficial y una elevada fracción de huecos; por tanto presentan una baja resistencia al flujo.
- ***Sólidos porosos.*** Éstos incluyen materiales naturales porosos tales como rocas subterráneas de yacimientos de petróleo, pumita . . . . y estructuras preparadas tales como partículas de alúmina sinterizadas, esponjas de espuma de poliuretano, colchones de espuma de caucho; etc.

Este capítulo se dedica al flujo en lechos rellenos.

1. CARACTERIZACIÓN DE UN LECHO RELLENO

A. Esfericidad ϕ de una partícula

La esfericidad es la medida única más útil para caracterizar la forma de partículas irregulares y otras no esféricas. Se define como

$$\phi = \left(\frac{\text{superficie de la esfera}}{\text{superficie de la partícula}} \right)_{\substack{\text{igual} \\ \text{volumen}}} = \frac{\bigcirc}{\bigcirc} \leq 1 \qquad (6.1)$$

La tabla 6.1 muestra los valores de la esfericidad para diversas formas familiares de partículas.

Tabla 6.1. Esfericidad de partículas[a]

Forma de la partícula	Esfericidad ϕ
Esfera	1,00
Cubo	0,81
Cilindros	
$h = d$	0,87
$h = 5d$	0,70
$h = 10d$	0,58
Discos	
$h = d/3$	0,76
$h = d/6$	0,60
$h = d/10$	0,47
Arena de playa	Tan alta como 0,86
Arena de rio	Tan baja como 0,53
Promedio para diversos tipos de arena	0,75
Sólidos triturados	0,5-0,7
Partículas granulares	0,7-0,8
Trigo	0,85
Anillos Raschig	0,26-0,53
Sillas Berl	0,30-0,37
Sillas de níquel	0,14

[a] Datos tomados de Brown (1950) y de consideraciones geométricas.

B. Tamaño de partículas, d_p

Cuando se mide el tamaño de una partícula esférica, con una regla o por otros procedimientos, se sabe lo que la medida significa. Pero con partículas no esféricas se tienen dificultades. Cuando se tiene un tamaño de partícula como el de la Fig. 6.1, ¿qué significado tiene la dimensión «a» o «b» o alguna otra parecida?

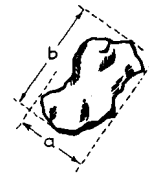


Fig. 6.1. Una partícula de forma irregular.

El tamaño de partícula d_p se define de forma que sea útil para los objetivos de flujo y pérdida de presión. Con esto en mente, cómo se evalúa d_p depende del tipo de instrumento disponible para medir el tamaño.

1. Para ***partículas grandes*** (> 1 mm) se determina el tamaño

- pesando un número conocido de partículas, si se conoce su densidad;
- por desplazamiento de un fluido por un número conocido de partículas, si las partículas no son porosas, o bien
- mediante calibres o micrómetros, si las partículas son de forma regular.

A partir de estas medidas se calcula en primer lugar el diámetro equivalente de la esfera, definido como sigue:

$$d_{esf} = \begin{pmatrix} \text{diámetro de la esfera} \\ \text{que tiene el mismo volumen} \\ \text{que la partícula} \end{pmatrix} = \left(\frac{6V}{\pi}\right)^{1/3} \qquad (6.2)$$

de la que el tamaño de partícula viene dado como

$$d_p = \phi \cdot d_{esf} \qquad (6.3)$$

donde ϕ se mide directamente o se estima de la tabla 6.1.

2. Para ***tamaños intermedios,*** el análisis por tamizado es la manera más conveniente de medir el tamaño. Cada fabricante tiene sus propios tamaños diseñados, por tanto se sabe qué tamices se están utilizando. Como ejemplo, los tamices estándar Tyler, ampliamente utilizados, tienen los tamaños mostrados en la tabla 6.2. El tamaño del tamiz d_{tam} es entonces la media entre la apertura del tamiz que justo deja pasar la partícula y el tamiz sobre lo que resta. Por ejemplo, partículas que pasan a través de un tamiz de 150 mallas, pero quedan sobre un tamiz de 200

Tabla 6.2. Tamaños de tamices estándar Tyler

Número de malla (número de alambres/pulg.)	Apertura, μm (distancia hueca entre alambres adyacentes)	Número de malla (número de alambres/pulg.)	Apertura, μm (distancia hueca entre alambres adyacentes)
3	6680	35	417
4	4699	48	295
6	3327	65	208
8	2362	100	147
10	1651	150	104
14	1168	200	74
20	833	325	53
28	589	400	38

mallas, deberían denominarse partículas -150 + 200 mallas y tendrían un tamaño de tamiz

$$d_{\text{tam}} = \frac{104 + 74}{2} = 89 \ \mu\text{m}$$

Desgraciadamente no hay una relación general entre d_{tam} y d_p. Lo mejor que se puede decir es

- para partículas irregulares sin alguna dimensión más larga o más corta se toma

$$d_p \cong \phi d_{\text{tam}} \tag{6.4}$$

- para partículas irregulares con alguna dimensión más larga, pero que la razón longitudinal no exceda 2 : 1; por ejemplo, huevos,

$$d_p \cong d_{\text{tam}} \tag{6.5}$$

- para partículas irregulares con alguna dimensión más corta, pero que la razón longitudinal no exceda 1 : 2

$$d_p \cong \phi^2 d_{\text{tam}} \tag{6.6}$$

- para partículas aciculares o como fibras

$$d_p > d_{\text{tam}}$$

- para partículas muy planas como tortas

$$d_p < \phi^2 d_{\text{tam}}$$

- para estas partículas planas o aciculares puede a veces ser mejor aproximar la forma a discos o cilindros idealizados.

3. Para ***partículas muy pequeñas*** ($< 40 \ \mu\text{m}$) se acude a métodos indirectos como sedimentación o de estudio del movimiento browniano para medir el tamaño de la partícula.

4. Para ***una distribución de tamaño de partículas,*** tales como la mostrada en la Fig. 6.2, existen muchas maneras de definir un tamaño medio; Puesto que es la

superficie de la partícula la que da resistencia fricciona1 al flujo, conviene definir un tamaño de partícula promedio en relación a su superficie. Por consiguiente,

$$\bar{d}_p = \left(\begin{array}{c} \text{tamaño único de partícula que tendría la misma área superficial} \\ \text{total que la mezcla de tamaños en cuestión -igual volumen} \\ \text{total de lecho e igual fracción de huecos en ambos casos} \end{array} \right)$$

Esta definición conduce a la sencilla expresión siguiente

$$\bar{d}_p = \frac{1}{\sum\limits_{\substack{\text{todos los} \\ \text{cortes de} \\ \text{tamaños}}} \left(\frac{x_i}{d_{pi}} \right)} \tag{6.7}$$

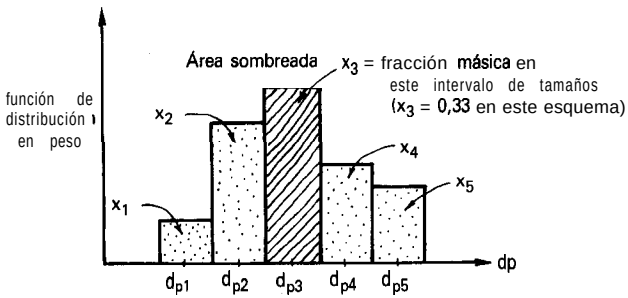


Fig. 6.2. Histograma que representa la distribución de tamaño de las partículas en un lecho relleno.

C. Determinación experimental de la Esfericidad Efectiva $\phi_{s,ef}$

Existen una serie de serios problemas al utilizar ϕ_s para relacionar d_{tam} con d_p para solidos de forma irregular. En primer lugar, todo tipo de formas de partícula pueden tener la misma esfericidad, por ejemplo lápices, buñuelos y monedas. En segundo lugar, ¿cómo se cuantifica la «forma de huevo» de una partícula irregular? y, ¿cómo ha de tenerse en cuenta la rugosidad de la partícula? Finalmente y lo más importante de todo, es muy difícil y tedioso evaluar adecuadamente la esfericidad de las partículas irregulares.

Debido a estas razones, se recomienda el siguiente procedimiento experimental para relacionar d_p con d_{tam}. Se determina cuidadosamente y con precisión la fracción de huecos ε_m. A continuación se mide la pérdida fricciona1 de este lecho, ΣF, para una serie de velocidades de flujo. Finalmente, se insertan ε_m, ΣF y todas las propiedades del sistema en la ecuación de Ergun, ecuación (6.6) y se deduce el valor de d_p que ajuste mejor los datos. A continuación se aplica la relación

$$d_p = \phi_{s,ef}\, d_{tam}$$

Este valor de la esfericidad efectiva puede utilizarse entonces para predecir las pérdidas friccionales en lechos de este material, de cualquier tamaño y también de una amplia distribución de tamaños.

En general éste es el procedimiento más seguro para relacionar d_{tam} con d_p

D. Fracción de huecos, ϵ

En las figuras 6.3 y 6.4 se muestran los datos típicos de fracción de huecos para lechos rellenos. Además, se han propuesto muchas ecuaciones y correlaciones para dar la fracción del lecho. Sin embargo, si es importante tener un buen valor para el diseño es mejor medir directamente la fracción de huecos del lecho relleno. Ello no es demasiado laborioso de hacer.

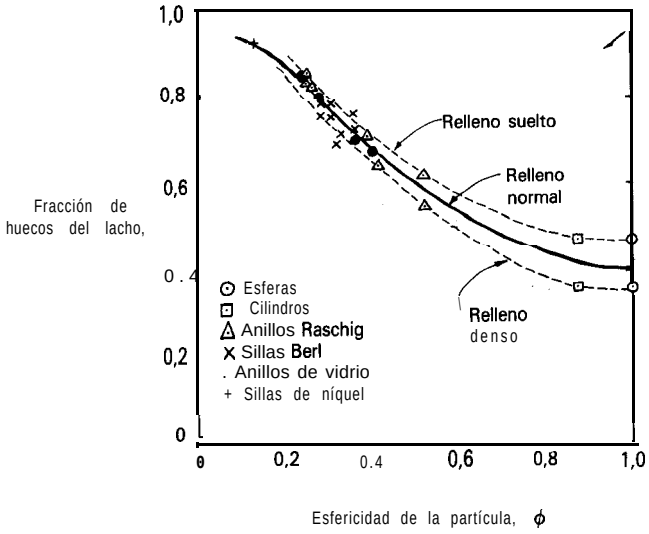


Fig. 6.3. El hueco aumenta a medida que la esfericidad disminuye para lechos, rellena al azar de partículas uniformes. [Adaptado de Brown et al. (1950).]

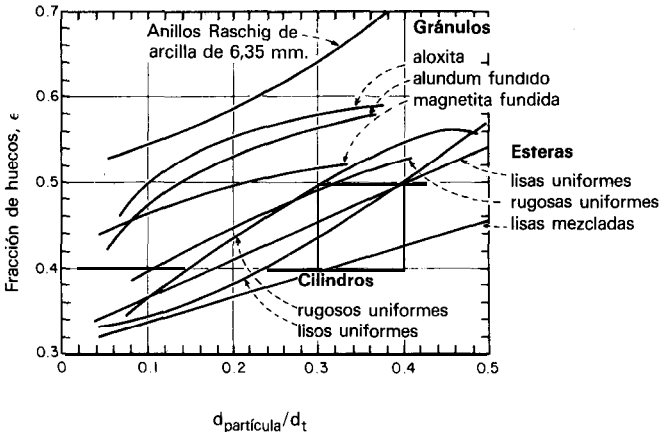


Fig. 6.4. La región cercana a la pared de un lecho relleno tiene una fracción de huecos creciente. [De Leva (1957).]

II. PÉRDIDA FRICCIONAL PARA LECHOS RELLENOS

Para fluidos que circulan a través de un lecho relleno de sólidos como se muestra en la Fig. 6.5, el número característico de Reynolds se define como

$$\mathrm{Re}_p = \frac{d_p u_0 \rho}{\mu} \tag{6.8}$$

donde ρ es la densidad del fluido y u_0 se denomina velocidad superficial del fluido. Ésta es la velocidad que tendría el fluido si el recipiente no contuviera sólidos.

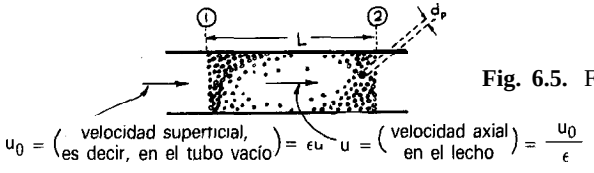


Fig. 6.5. Flujo a través de un lecho relleno.

La pérdida fricciona1 para flujo a través de lechos rellenos puede expresarse como

$$\Sigma F = \underbrace{\frac{150(1-\varepsilon)^2 \mu u_0 L}{g_c \varepsilon^3 d_p^2 \rho}}_{\text{Pérdidas viscosas}} + \underbrace{\frac{1.75(1-\varepsilon) u_0^2 L}{g_c \varepsilon^3 d_p}}_{\text{Pérdidas turbulentas}} \quad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}_1}\right] \tag{6.9}$$

La ecuación (6.9) es una expresión propuesta por **Ergun** (1952) basada en la hábil combinación de la ecuación de Kozeny-Carman para el flujo en la región viscosa, y de la ecuación de Burke-Plummer para la región turbulenta. Esta expresión de dos términos ajusta bien los datos, se utiliza ampliamente, y se denomina, no sorprendentemente, la ecuación de **Ergun**. Cuando $Re_p < 20$ el término de pérdida viscosa domina y puede utilizarse sólo con un error despreciable. Por otro lado, cuando Re, > 1000 sólo se necesita utilizar el término de pérdida turbulenta.

Se puede representar esta correlación en un gráfico de factor de fricción frente al número de Reynolds, como si se tratara de flujo en un tubo. Para esto se define el factor de fricción como

$$f_f = \left| \frac{\text{pérdida de energía friccional} \,/\, \text{kg de fluido}}{\text{pérdida de energía cinética} \,/\, \text{kg de fluido}} \right| = \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} \cdot \frac{(\Sigma F) g_c d_p}{u_0^2 L} \tag{6.10}$$

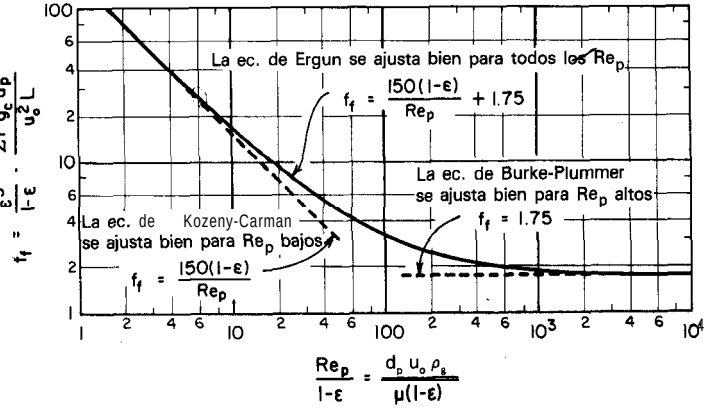


Fig. 6.6. Factor de fricción frente a número de Reynolds para el flujo a través de lechos rellenos.

La ecuación de **Ergun** se convierte entonces en

$$f_f = 150 \frac{1-\varepsilon}{Re_p} + 1.75 \tag{6.11}$$

que se ha visualizado en la Fig. 6.6.

Utilícese la ecuación (6. ll) con la ecuación (6. 10), o bien directamente la ecuación (6.9) para determinar las pérdidas friccionales en lechos rellenos.

III. BALANCE DE ENERGÍA MECÁNICA PARA LECHOS RELLENOS

Considérese el sistema de flujo de la Fig. 6.7. Un balance de energía mecánica entre los puntos 1 y 5 del sistema da

$$\frac{g}{g_c}\Delta z + \Delta\left(\frac{u^2}{2g_c}\right) + \int\frac{dp}{\rho} + W_s + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{véase ecuación (6.9) o (6.10)}}}{\Sigma F} = 0 \qquad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right] \tag{6.12}$$

Considérense los términos individuales de esta expresión.

1. **Término de fricción, *CF*.** Debido a que la sección de lecho relleno tiene una área interfacial muy grande su pérdida fricciona1 es normalmente mucho mayor que la del resto del sistema de tuberías. Por consiguiente, se suele considerar con frecuencia su pérdida fricciona1 sólo, o sea

$$\Sigma F_{\text{total}} \cong \Sigma F_{\text{sección relleno}}$$

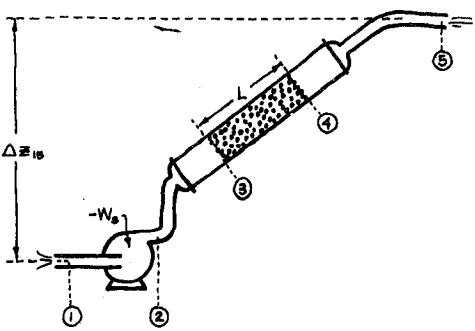


Fig. 6.7. Sistema de flujo que incluye un lecho relleno.

2. Término de energía potencial, $g\Delta z/g_c$. Para gases es normalmente despreciable, pero para líquidos puede ser un término importante en el balance de energía mecánica.

3. Término de trabajo debido al flujo en sistemas con pequeños cambios de densidad, $\int dp/\rho$. Cuando la densidad del fluido no varía mucho cuando pasa a través del lecho relleno, se puede utilizar una densidad promedio del fluido en el sistema. Por consiguiente,

$$\int\frac{dp}{\rho} \cong \frac{\Delta p}{\bar{\rho}} \tag{6.13}$$

Esta condición la satisfacen todos los líquidos y también los gases cuando la variación relativa de presión es menor, que un 10 %, o sea, donde

$$\Delta p < 0.1\bar{p}$$

4. Términos de trabajo debido al flujo para gases que presentan grandes cambios de densidad, $\int dp/\rho$. Cuando la pérdida de presión fricciona1 es grande, es decir, cuando Ap > $0{,}1\bar{p}$, se debería tener apropiadamente en cuenta la variación de la densidad con la presión. Por tanto, combinando la ecuación (9) con el balance de energía mecánica de la ecuación (6.12), despreciando los términos de energía cinética y potencial, dividiendo por u_0^2, e introduciendo la velocidad másica superficial $G_0 = (u\ \varepsilon\ )_p$ se obtiene

$$\int \frac{\rho_g\, dp}{G_0^2} + \frac{150(1-\varepsilon)^2 \mu L}{g_c \varepsilon^3 d_p^2 G_0} + \frac{1.75(1-\varepsilon) L}{g_c \varepsilon^3 d_p} = 0 \qquad (6.14)$$

Si el gas se expansiona reversiblemente a medida que circula a través del lecho relleno, debería enfriarse. Sin embargo, en este caso, el flujo no es reversible, la fricción provoca un calentamiento, de modo que probablemente es mejor suponer flujo isotermo. Con esto y con la hipótesis de gas ideal la integración desde el punto 3 al punto 4 da

$$\frac{g_c(mw)}{2G_0^2 RT}\left(p_4^2 - p_3^2\right) + \frac{150(1-\varepsilon)^2 \mu L}{\varepsilon^3 d_p^2 G_0} + \frac{1.75(1-\varepsilon) L}{\varepsilon^3 d_p} = 0 \qquad (6.15)$$

Adviértase el paralelismo de esta expresión con la ecuación (3.21).

Esta expresión isoterma para lecho relleno es la que debe utilizarse, pues, en los sistemas de flujo de gases que experimenten grandes cambios de presión.

5. Término de energía cinética, $(\Delta u^2/2g_c)$. Éste, normalmente, es despreciable tanto para líquidos como para gases, ya que rara vez se consiguen velocidades muy altas en lechos rellenos. Sin embargo, si se ha incluido este factor se debería utilizar la solución del capítulo 3 [veánse ecuaciones (3.12) y (3.21)] y añadir el término correcto a la ecuación (6.15).

6. Término de trabajo debido al flujo, W_s. Realizando un balance de energía alrededor del sistema entre los puntos 1 y 5 se obtiene directamente el trabajo mecánico. Alternativamente, conociendo p_1 y p_2, un balance de energía mecánica alrededor sólo del compresor ideal (se ignoran EC, EP y ΣF) da la energía recibida por el fluido circulante,

$$W_s = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} \qquad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right] \qquad (6.16)$$

Para líquidos y para gases que experimenten una variación fracciona1 pequeña de la presión (o sea, $Ap < 0{,}1\ \bar{p}$) esta expresión se simplifica a

$$-W_s = \frac{\Delta p}{\bar{p}} \tag{6.17}$$

Para gases que experimentan una variación elevada fracciona1 de la presión ($Ap > 0{,}1\ \bar{p}$), se integra la ecuación (6.16) obteniéndose las ecuaciones (1.9) o (1.14).

7. Comentarios. Aunque la mayoría de investigadores están de acuerdo en que la forma de la ecuación de Ergun representa razonablemente la pérdida friccional en lechos rellenos, algunos han sugerido que no debe darse tanta credibilidad a los valores de las constantes de Ergun, 150 y 1,75.

Por ejemplo, para el trabajo en hornos altos con partículas muy grandes, Standish y Williams (1975) encontraron que las constantes de Ergun deberían ambas doblarse o triplicarse. De nuevo, MacDonald et *al.* (1979) sugirieron recientemente que 150 debería sustituirse por 180, y 1,75 por 1,80 para partículas lisas y 4,0 para partículas muy rugosas.

Sin embargo, si se tiene en cuenta que la mayoría de los datos varían en un factor de dos del valor medio, el autor prefiere, por ahora, y recomienda, no modificar la ecuación original de Ergun con su considerable respaldo de verificación experimental.

REFERENCIAS Y LECTURAS RELACIONADAS

G. G. Brown *et al.*, *Unit Operations*, Chapter 16, Wiley, New York (1950).

S. Ergun, Fluid flow through packed columns, *Chem. Eng. Prog. 48, 89* (1952).

M. Leva, Variables in fixed bed systems, *Chem. Eng.*, p. 263 (Agosto 1957).

1. F. MacDonald, M. S. El-Sayed, K. Mow, and F. A. L. Dullien, Flow through porous media -the Ergun equation revisited, *Ind. Eng. Chem. Fundam.* 18, 199 (1979).

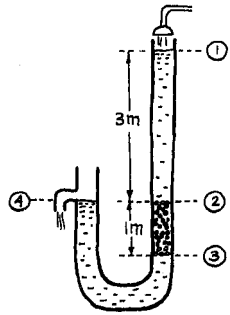
N. Standish and 1. D. Williams, *Proc. of a Blast Furnace Aerodynamics Symp.*, Aus. I. M. M., Wollongong, NSW, Australia (1975).

X. Schlünder, *Chemical Reaction Engineering Reviews -Houston*, ACS Symposium Series No. 72, p. 110 (1978).

EJEMPLO 6.1. UN EXPERIMENTO DE LABORATORIO EN UN LECHO RELLENO

En el segundo piso del laboratorio del Instituto de Tecnología Química del Este de China hay un tubo de vidrio de 0,22 m de d.i. relleno hasta una altura de 1 m con esferas de 10 mm como se muestra más abajo. ¿Cuál será la velocidad superficial del agua a 20 °C

a través del lecho relleno si el nivel del agua se mantiene 3 m por encima de la parte superior del lecho?



Solución

Se puede elegir aplicar el balance de energía mecánica entre varios pares de puntos en el sistema; por ejemplo, entre los puntos 1 y 3, 1 y 4, 2 y 3, o 2 y 4. Sin embargo, en todos los casos deberá incluirse la sección de lecho relleno, ya que es donde tendrá lugar la mayor parte de la pérdida friccional. Se aplicará el balance entre los puntos 1 y 4, en cuyo caso los términos $\Delta p/\rho$ y de energía cinética son nulos. Por consiguiente, se tiene

$$\frac{g\Delta z}{g_c} + \underbrace{\cancel{\frac{\Delta u^2}{2g_c}}}_{=0} + \underbrace{\cancel{\frac{\Delta p}{\rho}}}_{=0} + \underbrace{\cancel{W_s}}_{=0} + \Sigma F = 0 \qquad \text{(i)}$$

Sin bomba o turbina en el sistema, $W_s = 0$, de modo que

$$\Sigma F + \frac{g}{g_c}(z_4 - z_1) = 0$$

Ahora bien, la pérdida friccional desde los puntos 1 a 4 es debida a la resistencia de la sección de lecho relleno 2-3 y las secciones de tubo vacío 1-2 y 3-4. Sin embargo, es razonable suponer que la resistencia de las secciones de tubo vacío es despreciable comparada con la de la sección rellena. Por consiguiente, aplicando la ecuación de Ergun (6.9), y estimando la fracción de huecos del lecho como 0,38 de las Figs. 6.3 y 6.4, se obtiene

$$\frac{150(1-0.38)^2(10^{-3})u_0(1)}{(1)(0.38)^3(0.01)^2(1000)} + \frac{1.75(1-0.38)u_0^2(1)}{(1)(0.38)^3(0.01)} + \frac{(9.8)}{(1)}(0-3) = 0 \qquad \text{(ii)}$$

o bien

$$10.51\,u_0 + 1977\,u_0^2 - 29.4 = 0 \qquad \text{(iii)}$$

Resolviendo se obtiene

$$u_0 = 0.119 \text{ m/s}$$

NOTA: La solución anterior utiliza la ecuación completa de Ergun. Si se supone que dominan las pérdidas turbulentas, se podría despreciar el término lineal de la expresión de segundo grado anterior, ecuación (iii). obteniéndose

$$u_0 = \left(\frac{29.4}{1977}\right)^{1/2} = 0.122 \text{ m/s} \ (2{,}5\% \text{ alto})$$

y, comprobando a continuación el número Reynolds, se encuentra

$$\mathrm{Re}_p = \frac{d_p u_0 \rho}{\mu} = \frac{(0.01)(0.122)(1000)}{10^{-3}} = 1222$$

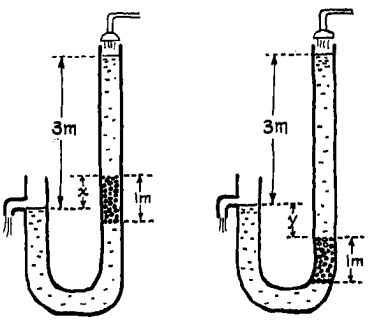
que justifica la hipótesis de flujo turbulenta.

La solución a este problema es bastante sensible al valor escogido para la fracción de huecos debido a que ésta, en efecto, aparece a la cuarta o quinta potencias en la ecuación (ii). Así, si se hubiese elegido $\epsilon = 0{,}42$, en vez de $\epsilon = 0{,}38$, se habría encontrado para la ecuación (i)

$$6.81\ u_0 + 1370\ u_0^2 - 29.4 = 0$$

$$u_0 = 0.144 \text{ m/s} \ (21\% \text{ alto})$$

Esta gran incertidumbre en la lectura de ϵ a partir de las Figs. 6.3 y 6.4 es un reflejo de la gran variación de hueco

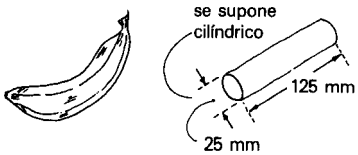


obtenible en un lecho relleno. Según se rellene el lecho, agitando a medida que se introducen los sólidos, se pueden obtener diferentes valores para la fracción de huecos.

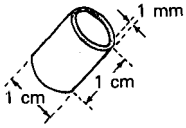
En los esquemas indicados mas arriba con cualquier valor para x e y, la fuerza impulsora se mantiene en 3 m, la resistencia no cambia -1 m de lecho relleno-, por tanto la solución es la misma que la presentada antes.

PROBLEMAS SOBRE LECHOS RELLENOS

6.1. Yo predigo que los «Plátanos Felices» barrerán pronto el país. Se producirán pasando óxido nitroso fácilmente absorbible (gas de la risa) a través de un lecho relleno de plátanos de América Central verdes pero ya desarrollados. Para desarrollar este proceso se necesitará saber la pérdida de presión en estos lechos de bananas. Para conseguir esto, estímese el tamaño efectivo de plátano d_p a partir de las consideraciones mostradas a continuación:



6.2. Se planea rellenar una torre con anillos Raschig de las dimensiones mostradas a continuación. Determínese el tamaño de partícula efectivo d_p ***de este*** material de ***relleno.***

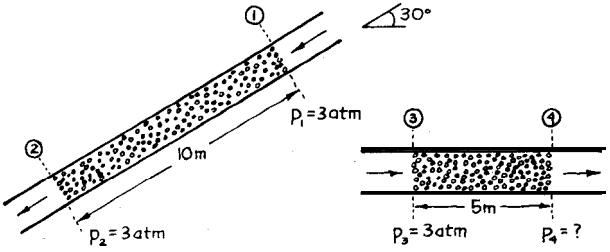


NOTA: La ventaja de estos rellenos especialmente diseñados es que dan un comportamiento de partícula pequeíia acoplado con un gran hueco —y una fracción de huecos elevada da una pérdida de presión baja.

6.3. Desde el punto de vista de pérdida de presión, ¿qué tamaño de esferas en un lecho relleno se comportarían igual que una mezcla rellena al azar de iguales pesos de esferas de 1 mm y 2 mm? Supóngase la misma fracción de huecos en ambos lechos.

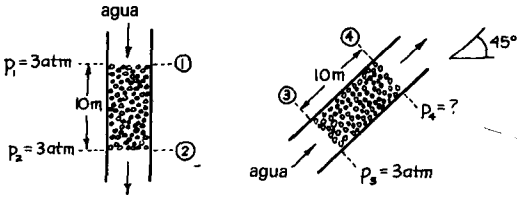
6.4. Se pasa aire aproximadamente a 20 °C y 1 atm hacia arriba a través de un lecho fijo (L = 0,8 m, d_{lecho} = 0,1 m, ϵ = 0,4) de partículas esféricas (ρ_s = 3 000 kg/m^3, d_p = 10 mm) para una velocidad superficial de 1,5 m/s. Encuéntrese la pérdida de presión a través del lecho.

6.5. Circula agua hacia abajo a través de un tubo inclinado 30° con respecto a la horizontal y relleno una longitud de 10 m con esferas metálicas (d_p = 1 mm, ρ_s = 5200 kg/m^3, ϵ = 0,34). Para una determinada velocidad de flujo la presión es 3 atm en los dos extremos del lecho.



El tubo se coloca ahora horizontalmente, la longitud de relleno se reduce a 5 m y el agua circula a la misma velocidad a través del lecho. Si la presión a la entrada del lecho es 3 atm, ¿cuál es la presión a la salida del lecho?

6.6. Circula agua hacia abajo a través de un tubo vertical relleno 10 m con esferas metálicas (d_p = 1 mm, ρ_s = 5200 kg/m^3, ϵ = 0,34). Para una velocidad de flujo determinada la presión justo por encima del lecho es 3 atm. La presión justo por debajo del lecho es también 3 atm.



Se coloca ahora el tubo a 45° con respecto a la vertical y se hace circular agua hacia arriba con el mismo caudal a través del lecho. Si la presión justo a la entrada es 3 atm, ¿cuál es la presión a la salida del lecho?

6.7. Para el regenerador del Ejemplo 15.1, se comprime aire ambiental, se enfría a 20 °C y entonces se pasa a una velocidad másica superficial de 4,8 kg/m^{2}s a través de un recipiente de 54,5 m de alto, y un 1 m^2 de sección transversal, y relleno con un material practicamente esférico (d_p = 0,05 m, ϵ = 0,4), y finalmente abandona el lecho relleno a 20 °C y 1 atm. ¿Qué tamaño de compresor ideal proporcionará este caudal de aire?

6.8. Flujo de gas en reactores catalíticos de lecho relleno. Los lechos rellenos de catalizador con refrigeración a través de la pared se utilizan ampliamente en la industria de procesos para llevar a cabo reacciones fuertemente exotérmicas; para fines de diseño el ingeniero debe ser capaz de desarrollar un modelo que se aproxime razonablemente a lo que ocurre en estos reactores. Este modelo debe tener en cuenta una serie de fenómenos, el flujo del calor generado hacia las paredes refrigeradas, la dispersión del material circulante radial y axialmente, y también la distribución de velocidad del gas circulante.

Este flujo puede representarse de diversas maneras, desde una muy sencilla hasta otra más real pero compleja. Por ejemplo, el modelo más sencillo supone flujo en pistón de gas, lo que significa que todos los elementos de fluido se mueven exactamente a la misma velocidad a través del lecho relleno sin adelantamientos. Otro modelo supone flujo en pistón del gas con pequeñas fluctuaciones de velocidad al azar sobreimpuestas. Éste se denomina modelo de dispersión axial.

Ahora bien, se sabe que la fracción de huecos cerca de las paredes de un lecho relleno es mayor que en la zona principal del lecho, por tanto un tercer modelo visualiza dos regiones de flujo, un núcleo central de fracción de huecos menor rodeado por una región anular cercana a la pared de fracción de huecos mayor y de espesor igual al diámetro de una partícula. Se supone que en cada región hay flujo en pistón, pero con una velocidad mayor en la región de fracción de huecos más alta.

Los modelos mas precisos tratan de incorporar el perfil verdadero de la velocidad en lecho relleno, un perfil que de hecho se desvía bastante del flujo en pistón; sin embargo, este perfil hoy en día no se conoce todavia con facilidad. Schlünder (1978)

da un buen resumen del estado del conocimiento sobre los factores que intervienen en el adecuado modelado de los reactores de lecho fijo.

Si se considera el tercer modelo indicado, y la fracción de huecos en la zona central del lecho relleno de partículas de catalizadores esféricas es 0,36 y 0,5 en la región de la pared, encuéntrese la razón de velocidades del fluido que circula por estas regiones para:

(a) partículas muy pequeñas y flujo lento;

(b) partículas muy grandes y caudal alto.

Si el reactor de lecho relleno tiene un diámetro igual al de 8 partículas, ¿qué fracción de fluido circula en la zona de la pared?:

(c) para partículas muy pequeñas y flujo lento;

(d) para partículas muy grandes y caudal muy alto.

6.9. En el diseño de un intercambiador de calor gas-sólido de contacto directo de flujo cruzado, los sólidos se pasan horizontalmente sobre una rejilla mientras-el gas circula hacia arriba a través del sólido. Supóngase que los sólidos calientes ($d_p \simeq 10$ mm, $\epsilon = 0{,}4$) se pasan a una velocidad de 0,2 m/s, formando una capa de 0,2 m de espesor, mientras que el aire frío circula hacia arriba a través de la masa sólida desde una cámara de alta presión (la presión es 2 kPa por encima de la atmosférica) hasta la atmósfera, siendo la temperatura promedio de todo el intercambiador de 100°C. Encuéntrese la dirección del flujo de aire a través de la capa del sólido, y dése ésta como el ángulo que forma respecto a la vertical θ, como se muestra en la Fig. 6.P10.

6.10. La etapa crítica en el proceso propuesto de Motorola para producir sílice ultrapura, grado para celdas solares, es la reacción

$$\text{Si}\left(\begin{matrix}\text{grado comercial,}\\ \text{sólido, 98\% pureza}\end{matrix}\right) + \text{SiF}_4\left(\begin{matrix}\text{gas,}\\ \text{puro}\end{matrix}\right) \rightarrow 2\ \text{SiF}_2\left(\begin{matrix}\text{gas,}\\ \text{puro}\end{matrix}\right) \quad \ldots \text{ exotérmica}$$

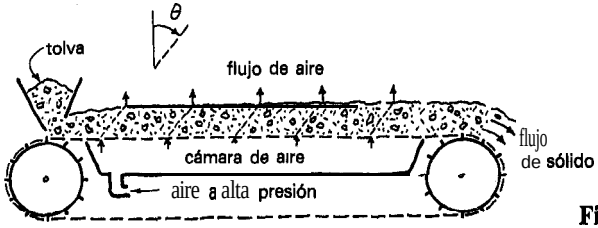


Fig. 6. P10.

El SiF_2 se descompone entonces para producir sílice pura. La termodinámica dice que a la temperatura de operación escogida de 1350 K la reacción sólo llegaría a ser apreciable cuando la presión descendiera por debajo de 100 Pa. El reactor sera un tubo vertical de 0,4 m de d.i. relleno con partículas de sílice de 6 mm ($\epsilon = 0{,}5$). El gas reactante (SiF_4 puro) entrará al reactor a 2000 Pa y 1350 K, y se espera que 1,2 m aguas abajo la presión haya descendido hasta 100 Pa. Desde ese punto la reacción tiene lugar, la temperatura se eleva, y la conversión a producto es rápidamente completa. Estímese el caudal de producción de sílice (kg/h) obtenible de este reactor.

Datos:

$\mu_{SiF_4} = 4 \times 10^{-5}$ kg/m s (estimada) $\qquad (pm)_{SiF_4} = 0.104$

$(pm)_{Si} = 0.02'8 \qquad (C_p/C_v)_{SiF_4} = 1.15$ (estimada)

Capítulo 7 FLUJO EN LECHOS FLUIDIZADOS

I. EL ESTADO FLUIDIZADO

Supóngase que se aumenta progresivamente la velocidad del fluido que está circulando hacia arriba a través de una carga de sólidos. La resistencia fricciona1 aumenta, y eventualmente se alcanza un punto en el que la resistencia iguala exactamente el peso de los sólidos. En este punto los sólidos quedan suspendidos -en otras palabras está «fluidizado»— y la velocidad superficial del fluido necesaria justo para fluidizar los sólidos se denomina velocidad mínima de fluidización u_{mf}. A medida que aumenta la velocidad de flujo del fluido más allá de este punto un lecho fluidizado con líquido sigue expansionándose, mientras un lecho con gas se expansiona sólo ligeramente. Esta progresión se muestra en la Fig. 7.1. El estado fluidizado tiene muchas propiedades deseables semejantes a las de un líquido. Por ejemplo, se pueden mover fácilmente sólidos justo por bombeo o flujo por gravedad.

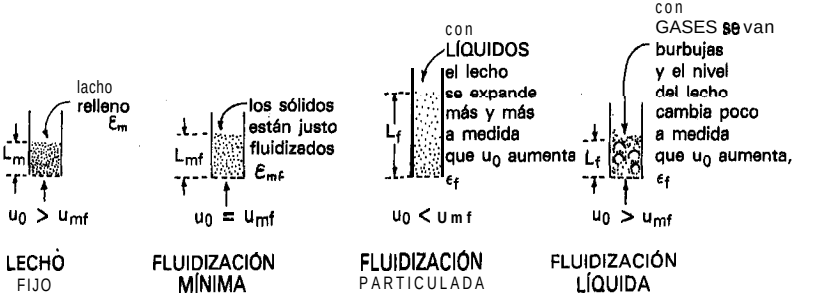


Fig. 7.1. Transición desde un lecho relleno a uno fluidizado a medida que se eleva la velocidad del fluido ascendente.

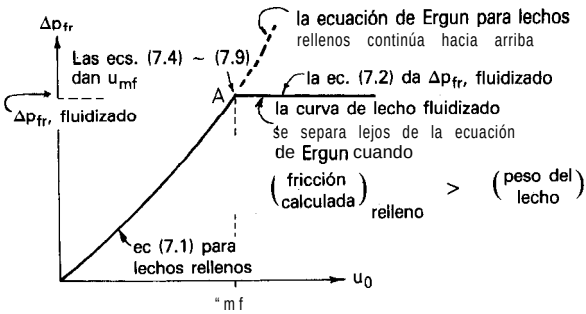


Fig. 7.2. Pérdida fricciona1 en el lecho relleno y en el estado fluidizado.

La progresión desde lecho relleno a lecho fluidizado se sigue mejor en un gráfico de pérdida de presión frente a la velocidad, como se muestra en las Figs. 7.2 y 7.3. El comportamiento de lecho relleno, mostrado a la izquierda de estas figuras, se representa razonablemente por la ecuación de Ergun (6.9).

$$\Delta p_{fr} = \rho_g \Sigma F = \frac{150}{g_c} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu u_0 L}{d_p^2} + \frac{1.75}{g_c} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \frac{\rho_g u_0^2 L}{d_p} \qquad \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{Pa}\right] \qquad (7.1)$$

donde el tamaño de partícula característico d_p viene dado por las ecuaciones (6.3)-(6.7). A partir de esta ecuación se observa que

$$\Delta p_{fr} \propto u_0 \qquad \text{(para baja velocidad)}$$

$$\Delta p_{fr} \propto u_0^2 \qquad \text{(para alta velocidad)}$$

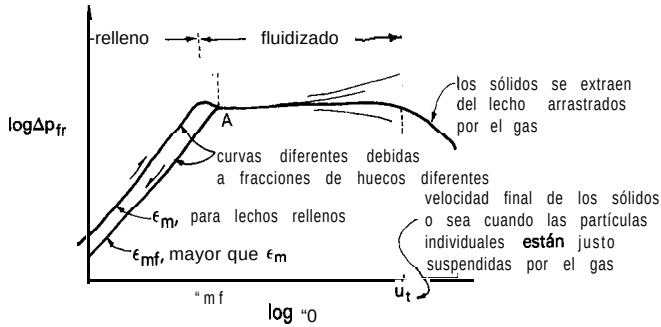


Fig. 7.3. Curva de pérdida de presión frente a velocidad con más detalle y en coordinados log-log.

El punto A en las Figs. 7.2 y 7.3 representa el inicio de la fluidización; por tanto, corresponde a la denominada velocidad mínima de fluidización. A la derecha del punto A el lecho está bien fluidizado. En las siguientes secciones se tratará

- la pérdida de presión y la potencia necesaria de bombeo para fluidizar un lecho de sólidos.
- la velocidad mínima de fluidización, dada por el punto A de las Figs. 7.2 y 7.3.

II. PÉRDIDA FRICCIONAL Y POTENCIA NECESARIA DE BOMBEO PARA FLUIDIZAR UN LECHO DE SÓLIDOS

Considérese la instalación de la Fig. 7.4. Los sólidos fluidizarán ($u_0 = u_{mf}$, $\epsilon = \epsilon_{mf}$) justo cuando

$$\left|\begin{pmatrix}\text{fuerza de rozamiento}\\ \text{ejercida por el fluido}\\ \text{sobre las partículas}\end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix}\text{peso neto}\\ \text{de sólidos}\\ \text{en el lecho}\end{pmatrix}\right|$$

o bien

$$\begin{pmatrix}\text{pérdida}\\ \text{de presión}\\ \text{friccional}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{área de la}\\ \text{sección transversal}\\ \text{del lecho}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{volumen}\\ \text{del}\\ \text{lecho}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{fracción}\\ \text{de}\\ \text{sólidos}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{peso}\\ \text{específico neto}\\ \text{de sólidos}\end{pmatrix}$$

o, en símbolos,

$$\Delta p_{fr} \cdot A_t = A_t L_{mf}(1 - \varepsilon_{mf})(|\rho_s - \rho_g|)(g/g_c)$$

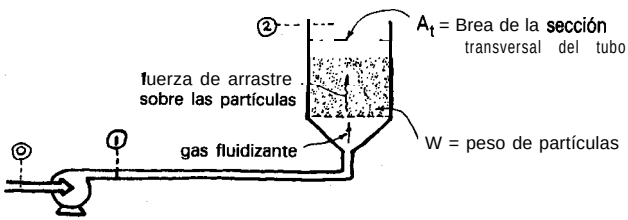


Fig. 7.4

Escribiendo el balance de energía **mecánica** de la **ecuación** (6.12) entre los puntos 1 y 2 de la Fig. 7.4 e ignorando los efectos de la energía cinética, se obtiene para la unidad de área de la sección transversal del lecho

$$\underbrace{\Delta p_{fr}}_{\text{Pérdida de presión friccional}} = \rho_g \Sigma F = -\left(\Delta p + \underbrace{\frac{\rho_g g \Delta z}{g_c}}_{\text{Ignórese para gases}}\right) = \underbrace{L_{mf}(1-\varepsilon_{mf})(|\rho_s - \rho_g|)\frac{g}{g_c}}_{= W/A_t} \qquad (7.2)$$

La potencia necesaria de bombeo se encuentra escribiendo el balance de energía mecánica entre los puntos 0 y 2. Esto da

$$-W_s = \Sigma F_{\text{para el lecho}} = \frac{\Delta p_{fr}}{\rho_g} \qquad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right] \qquad (7.3)$$

Las ecuaciones **(1.9)-(1.14)** tratan también adicionalmente de las necesidades de potencia de bombeo.

En situaciones mas realistas deben tenerse en cuenta las pérdidas friccionales de la placa de distribución de aire que mantiene los sólidos del ciclón separador o filtros, bolsa en la parte superior del lecho y resto de equipo en la línea entre los puntos 1 y 2. Por tanto, en lugar de la ecuación **(7.3),** se debería más adecuadamente escribir

$$-W_s = \Sigma F_{\text{para el lecho}} + \Sigma F_{\text{plato distribuidor}} + \Sigma F_{\text{ciclón separador}} + \text{etc.} \qquad (7.3a)$$

Para velocidades de flujo mayores que u_{mf} la pérdida fricciona1 por unidad de fluido que pasa a través del lecho permanece prácticamente invariable, como se muestra en las Figs. 7.2 o 7.3; sin embargo, la potencia de bombeo necesaria cambiara en **proporción** a la velocidad de fluidización u_0.

III. VELOCIDAD **MÍNIMA** DE **FLUIDIZACIÓN,** u_{mf}

La intersección de las ecuaciones **(7.1)** y (7.2) representa la condición en que las ecuaciones empiezan a fluidizar (punto A de la Fig. 7.2). Por tanto, la combinación de estas dos ecuaciones de la siguiente expresión para encontrar la velocidad mínima de fluidización.

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1.75}{\varepsilon_{mf}^3}\left(\frac{d_p u_{mf}\rho_g}{\mu}\right)^2 + \frac{150(1-\varepsilon_{mf})}{\varepsilon_{mf}^3}\left(\frac{d_p u_{mf}\rho_g}{\mu}\right) = \frac{d_p^3\rho_g(|\rho_s-\rho_g|)g}{\mu^2}\\
&\underbrace{\frac{1.75}{\varepsilon_{mf}^3}\mathrm{Re}_{p,mf}^2}_{\text{Ignorar este término para } d_p \text{ pequeño}} + \underbrace{\frac{150(1-\varepsilon_{mf})}{\varepsilon_{mf}^3}\mathrm{Re}_{p,mf}}_{\text{Ignorar este término para } d_p \text{ grande}} = \underbrace{\mathrm{Ar}}_{\text{Número de Arquímedes}}
\end{aligned}\right\} \quad (7.4)$$

En el caso especial de partículas muy pequefias o muy grandes la expresión anterior se simplifica como sigue: para *partículas muy pequeñas*

$$u_{mf} = \frac{d_p^2(|\rho_s - \rho_g|)}{150\,\mu}\cdot\frac{g\varepsilon_{mf}^3}{1-\varepsilon_{mf}} \qquad \mathrm{Re}_{p,mf} < 20 \tag{7.5}$$

y para *partículas muy grandes*

$$u_{mf}^2 = \frac{d_p(|\rho_s - \rho_g|)}{1.75\,\rho_g}\cdot g\varepsilon_{mf}^3 \qquad \mathrm{Re}_{p,mf} > 1000 \tag{7.6}$$

Si no se conoce ε_{mf} y/o la esfericidad ϕ (que está incluida en d_p), se puede utilizar la modificación de estas ecuaciones sugeridas por Wen y Yu (1966). Para una variedad de sistemas encontraron que

$$\frac{1}{\phi\varepsilon_{mf}^3} \cong 14 \quad \text{y} \quad \frac{1-\varepsilon_{mf}}{\phi^2\varepsilon_{mf}^3} \cong 11$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación (7.4) y combinando con la ecuación (6.3) se obtiene entonces

$$\frac{d_{esf}\,u_{mf}\rho_g}{\mu} = \left[(33.7)^2 + \frac{0.0408\,d_{esf}^3\,\rho_g(|\rho_s-\rho_g|)g}{\mu^2}\right]^{1/2} - 33.7 \tag{7.7}$$

Para partículas pequeñas esta expresión se simplifica para dar

$$u_{mf} = \frac{d_{esf}^2\,(|\rho_s - \rho_g|)g}{1650\,\mu} \qquad \mathrm{Re}_{p,} < 20 \tag{7.8}$$

y para partículas grandes

$$u_{mf}^2 = \frac{d_{esf}(|\rho_s - \rho_g|)g}{24.5\ \rho_g} \qquad Re_{mf} > 1000 \tag{7.9}$$

donde d_{esf} está relacionado al diámetro del tamiz d_{tam} por las ecuaciones (6.3) y (6.4), (6.5), (6.6) o (6.7).

Para más detalle sobre las características de flujo de los lechos fluidizados, véase Kunii y Levenspiel (1979).

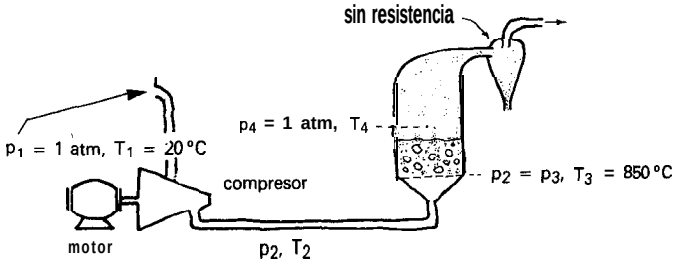
REFERENCIAS Y LECTURAS RELACIONADAS

C. Y. Wen and Y. H. Yu, A generalized method for predicting the minimum fluidization velocity, *AIChE J.* 12, 610 (1966).

D. Kunii and 0. Levenspiel, *Fluidization Engineering*, Chapter 3, Krieger, Melbourne, FL *(1979).*

EJEMPLO 7.1. POTENCIA PARA HACER FUNCIONAR UN INCINERADOR FLUIDIZADO DE BASURAS MUNICIPALES

Ha de comprimirse aire a temperatura ambiente (20%) y alimentarse un incinerador fluidizado que opera a alta temperatura y utiliza arena como un sólido portador. Encuéntrese la potencia necesaria para el compresor si la unidad tiene que funcionar a unas diez veces la velocidad mínima de fluidización.



Datos:

- Incinerador: 3 m d.i., altura del lecho en reposo = 0,56 m
  $\epsilon_m = 0{,}36$, $\epsilon_{mf} = 0{,}44$, $\epsilon_f = 0{,}54$
- Sólidos: Arena de -28 + 35 mallas, $\rho_s = 2000\ kg/m^3$, $\phi = 0{,}875$.

- Temperatura del lecho = 850 °C. Debido a sus remarcables buenas características de distribución del calor, un lecho bien fluidizado es prácticamente isotermo: supóngase, por tanto, que el aire alcanza los 850°C tan pronto como entra en el lecho.
- Tómese $\mu_{aire,\ 850°C} = 4{,}5 \times 10^{-5}$ kg/m s.
- Eficacia global del compresor y del motor = 70%.
- Ignórese la pérdida de presión en el distribuidor y en los ciclones.

Solución

La estrategia será determinar, por turno, la pérdida de presión a través del lecho, la velocidad del gas a través del lecho y, finalmente, la potencia necesaria. Ahora bien, en primer lugar es necesario evaluar unas pocas magnitudes necesarias

$$L_{mf} = \frac{L_m(1-\varepsilon_m)}{1-\varepsilon_{mf}} = \frac{0.56(1-0.36)}{1-0.44} = 0.64 \text{ m}$$

$$d_{tam} = \frac{417+589}{2} = 503\ \mu\text{m, de la tabla 6.2}$$

$$d_p = \phi d_{tam} = 0.875(503) = 440\ \mu\text{m, de la ecuación (6.4)}$$

Cálculo de Δp_{fr} a partir de la ecuación (7.2)

$$\Delta p_{fr} = \rho_g \Sigma F = L_m(1-\varepsilon_m)(\rho_s - \rho_g)\frac{g}{g_c}$$

$$= 0.56(1-0.36)(2500)9.8 = 8781 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 101{,}325 + 8781 = 110{,}106 \text{ Pa}$$

Y

$$\bar{\rho}_{g,\ \text{en el lecho}} = \frac{(pm)\,\bar{p}}{RT_3} = \frac{0.0289\left(\dfrac{110{,}106+101.325}{2}\right)}{(8.314)(1123)}$$

$$= 0.321 \text{ kg/m}^3$$

Cálculo de u_{mf} a partir de la ecuación (7.1)

$$\Delta p_{fr} = \frac{150(1-\varepsilon_{mf})^2 \mu u_{mf} L_{mf}}{g_c \varepsilon_{mf}^3 d_p^2} + \frac{1.75(1-\varepsilon_{mf})\bar{\rho}_g u_{mf}^2 L_{mf}}{g_c \varepsilon_{mf}^3 d_p}$$

La sustitución de los valores conocidos da

$$8781 = \frac{150(1-0.44)^2(4.5 \times 10^{-5})\,u_{mf}(0.64)}{1(0.44)^3(0.00044)^2} + \frac{1.75(1-0.44)(0.327)\,u_{mf}^2(0.64)}{1(0.44)^3(0.00044)}$$

o

$$8781 = 82{,}148\ u_{mf} + 5472\ u_{mf}^2$$

y resolviendo se obtiene

$$u_{mf} = 0.106 \text{ m/s}$$

Por tanto la velocidad del gas que entra en el lecho a 850 °C y 110 kPa es

$$u_0 = 10\ u_{mf} = 1.06 \text{ m/s}$$

NOTA: En vez de encontrar Δp_{fr} y a continuación u_{mf}, se podría haber encontrado u_{mf} directamente de la ecuación (7.4). Se hubiera obtenido el mismo resultado.

Cálculo de la potencia necesaria a partir de las ecuaciones (1.12) y ***(1.14).*** En primer lugar, se determina el caudal motor de gas a partir de las condiciones del mismo justo a la entrada del lecho. Así

$$\dot{n} = \frac{p_3\dot{v}_3}{RT_3} = \frac{(110106)(1.06)(\pi/4)(3)^2}{(8.314)(1123)} = 88.5 \text{ mol/s}$$

y efectuando un balance de energía alrededor del compresor se obtiene

$$-\dot{W}_s = \frac{k}{k-1}\cdot\frac{\dot{n}RT_1}{\eta}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k} - 1\right]$$

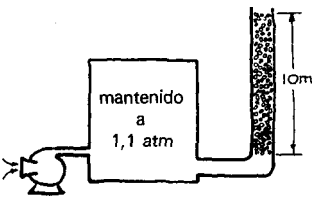
$$= \frac{1.4}{1.4-1}\,\frac{(88.5)(8.314)(293)}{0.7}\left[\left(\frac{110{,}106}{101{,}325}\right)^{(1.4-1)/1.4} - 1\right]$$

$$= 25902 \text{ J/s} = 26 \text{ kW}$$

PROBLEMAS SOBRE LECHOS FLUIDIZADOS

7.1. Se pasa aire a 20°C hacia arriba a través de un lecho (2 m de alto, 0,5 m d.i., ϵ_m = 0,4, ϵ_{mf} = 0,44) de piedra caliza (d_p = 2 mm, ϱ_s = 2900 kg/m^3). ¿Qué presión de aire a la entrada se necesita para fluidizar los sólidos (presión de salida = = 1 atm)?

7.2. Aire a 1,1 atm y 20°C se filtra hacia arriba a través de un lecho de 10 m de alto de esferas sólidas de plata de 1 mm (ϵ_{mf} = 0,4) y se descarga a la atmósfera. ¡Diez metros! ¡Qué derroche! La plata es valiosa, por lo que se piensa vender una parte. Nadie sabe qué cantidad de sólidos debe restar para que siga siendo un lecho fijo: ¿Qué altura de plata puede retirarse de modo que el lecho no se fluidice?



7.3. Se planea pasar aire hacia arriba a través de un lecho de sólidos situados sobre un tamiz. ¿Fluidizarán los sólidos?

$$\rho_s = 3000 \text{ kg/m}^3,\ d_p = 2 \text{ mm},\ \varepsilon_m = 0.36$$

Lecho: 2 m de altura, 0,5 m d.i.

Aire: p_{entrada} = 130 kPa, p_{salida} = 100 kPa, T = 100 °C

7.4. Aire a 150 kPa y 20°C circulará hacia arriba a una velocidad superficial de 1 m/s a través de un lecho de sólidos.

(a) ¿Fluidizarán los sólidos?

(b) Encuéntrese la presión de salida del aire para este caudal.

Datos:

Sólidos: ϱ_s = 4500 kg/m^3, d_p = 1 mm

Lecho: ϵ_m = 0,36, 1 m de altura, 0,3 m d.i.

7.5. Entra aire (u_0 = 1 m/s, p = 0,2 MPa, T = 293 K) y pasa hacia arriba a través de un lecho de sólidos (d_p = 1 mm, ϵ_m = 0,4, ϱ_s = 9500 kg/m^3, L_m = 1 m) colocados entre dos rejillas que tienen una resistencia despreciable al flujo del aire.

(a) ¿Cuál es la presión de salida?

(b) Se retira la rejilla superior. Ahora bien, ¿cuál es la presión de salida?

7.6. Se pasa aire a 20 °C y 1 atm hacia arriba a través de un lecho fijo de sólidos.

(a) ¿A qué velocidad superficial del aire las partículas empezarán a fluidizar?

(b) Para la velocidad mínima de fluidización, ¿cual será la pérdida de presión a través del lecho?

Datos:

Sólidos: $d_{esf} = 15$ mm, $\phi = 0.67$, $\rho_s = 3000$ kg/m^3

Lecho: $\epsilon_m = \epsilon_{mf} = 0{,}4$, altura = 0,5 m, diámetro = 0,1 m

7.7. Calcúlese u_{mf} para un lecho de partículas irregulares (tómese $d_p = d_{tam} \cdot \phi_s$) fluidizado por aire a 20 °C y 1 atm.

Datos:

Sólidos: $d_{tam} = 100\ \mu$m, $\phi_s = 0.63$, $\rho_s = 5000$ kg/m^3

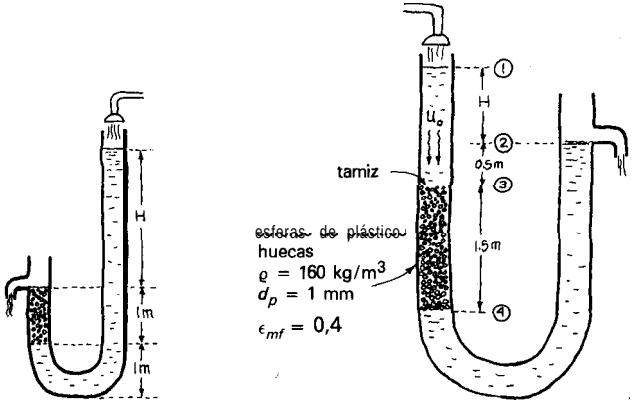
Fracción de huecos: $\epsilon_m = \epsilon_{mf} = 0{,}6$ (estimada)

7.8. Se rellena un tubo en U con cuentas de vidrio de 1 mm ($\rho_s = 2200$ kg/m^3, $\epsilon_m = 0{,}40$) y circula agua a través del sistema como se muestra en el esquema más abajo a la izquierda. Cuando se varía el nivel superior del agua cambia por tanto el caudal en el lecho relleno.

(a) ¿A partir de qué altura ***H*** las esferas se elevarán y serán arrastradas fuera del sistema?

(b) ¿Cuál es la velocidad del agua en ese momento?

7.9. En el esquema más abajo de la derecha se esquematiza un experimento de flujo en un lecho relleno. A medida que se aumenta el caudal de agua, el nivel de agua en el punto 1 aumenta y ***H*** crece. Eventualmente se alcanza un punto en el que las bolas de plástico fluidizan hacia abajo. Determínese la altura ***H*** y el caudal del liquido cuando esto ocurre.



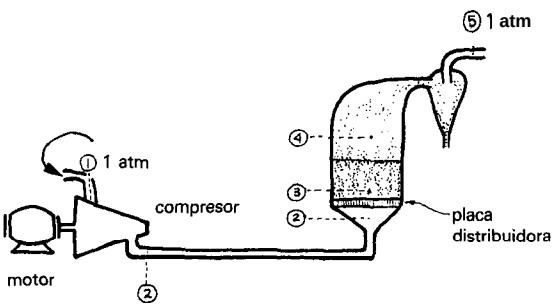
7.10. He aquí una propuesta para Disneylandia de Tokio. Amontónese un grupo de 75 niños en un cilindro de Plexiglás de 3 m de d.i. y fluidíceselos. Manos y pies volando, ¡qué divertido sería! y le llamaríamos «Tifón», la palabra china para «Gran Viento».

(a) ¿Qué velocidad de aire se necesitaría para fluidizar los niños?

(b) ¿Qué tamaño de compresor de un 50% de eficacia (para tener en cuenta ineficacias, resistencia del distribuidor, una rejilla por encima del lecho para retener algún niño arrastrado ocasionalmente) se necesita si $u_0 = 1{,}1\,u_{mf}$?

Datos: Los niños pesan desde 25 a 50 kg con 40 kg como media. Para niños chillones convenientemente Yestidos (caos, almohadillas y todo) considérese $\phi = 0{,}22$, $\varrho = 800$ kg/m^3 y supóngase que $\epsilon_m = 0{,}4$, $\epsilon_{mf} = \epsilon_f = 0{,}5$ son estimaciones buenas de la fracción de huecos entre los niños.

7. ll. En el ejemplo 7.1 se hace la hipótesis simplificativa de que la pérdida de presión de la placa de distribución y del ciclón son relativamente pequeñas y pueden ignorarse. Repítase el ejemplo 7.1 con la hipótesis más realista de que $\Delta p_{\text{distribuidor}} = 20\,\%\ \Delta p_{\text{lecho}}$ y $\Delta p_{\text{ciclón}} = 10\,\%\ \Delta p_{\text{lecho}}$.



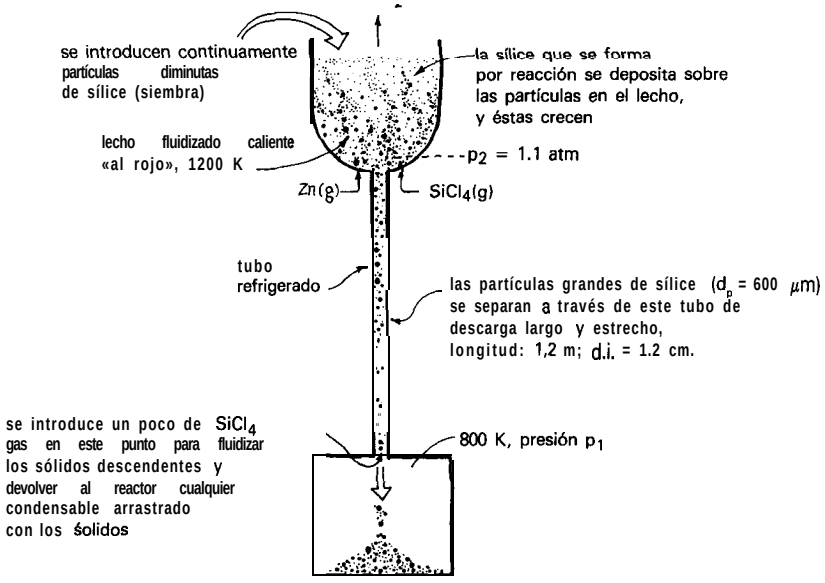
7.12. ***Producción de sílice ultrapura.*** El Battelle Memorial Institute está desarrollando un proceso de lecho fluidizado para producir sílice ultrapura grado para celdas solares. La reacción ha de tener lugar a 1200 K, siendo

$$2Zn(g) + SiCl_4(g) \rightarrow 2ZnCl_2(g) + Si\downarrow$$

y el proceso es algo parecido a lo indicado en el esquema adjunto. Si el tubo de descarga se tapona la situación es ruinosa para el proceso. Para evitar este razonamiento, pegamiento o anegamiento de los sólidos se pasa un poco de $SiCl_4$ gas ***hacia arriba*** del tubo para fluidizar los sólidos. Esto asegurará una descarga suave de los sólidos.

(a) ¿Sería capaz de decir si los sólidos en el tubo de descarga están fluidizados 0 no?

(b) ¿Qué flujo ascendente de gas se necesitaría para mantener los sólidos descendentes fluidizados?



Datos: Las partículas de sílice en el tubo de descarga:

$$d_p = 600\ \mu\text{m},\ \rho_s = 2200\ \text{kg/m}^3,\ \varepsilon_{mf} = 0.4.$$

$SiCl_4$ gas en las condiciones promedio (1000 K) en el tubo de descarga:

$$(\text{pm}) = 0.170\ \text{kg/mol},\ \mu = 4 \times 10^{-5}\ \text{kg/m s}$$

7.13. ***Modelo** frío **de un QLF (quemador de lechoji'uidizado).*** Nuestro laboratorio tiene un ***modelo** frío* (no está diseñado para funcionar en caliente produciendo vapor de agua) de un horno de lecho fluidizado de los que se utilizan para la generación de vapor de agua a partir de la combustión de carbón. La unidad consiste en un recipiente de 1 m^2 de sección transversal, que fluidiza roca triturada, aproximadamente de 4 mallas de tamaño, con una altura de lecho de 0,5 m. Se introduce en el compresor aire a temperatura ambiente (20 "C), pero se estima que el lecho, por si mismo, estará más caliente, aproximadamente 40 °C.

(a) Encuéntrese la velocidad superficial del gas que justo fluidizará a los sólidos.
(b) Se planea operar el lecho a cuatro veces la velocidad mínima de fluidización.

¿Qué tamaño de compresor de una eficacia global del 60% se necesitará? Supóngase que las pérdidas de presión a través de la placa de distribución y del ciclón serán del 20% y el 10% de la del lecho, respectivamente.

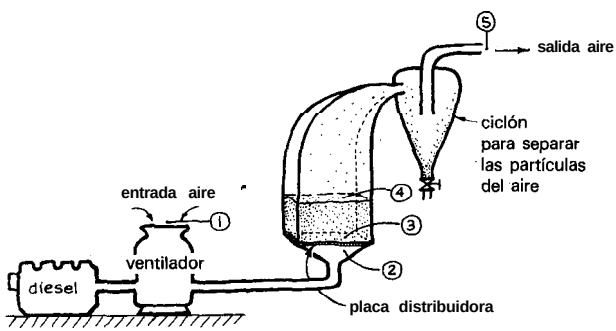
Datos:

$$\rho_s = 2900\ \text{kg/m}^3,\ d_{scr} = 5\ \text{mm},\ \phi = 0.6$$

$$\varepsilon_m = 0.4,\ \varepsilon_{mf} = 0.5,\ \varepsilon_f = 0.6$$

$$\mu_{aire}\ (40\,°\text{C}) = 1.96 \times 10^{-5}\ \text{kg/m s}$$

7.14. Repítase el problema anterior con un cambio: en vez de utilizar estas partículas grandes utilicense sólidos de aprox. 28 mallas (d_{tam} = 0,5 mm).

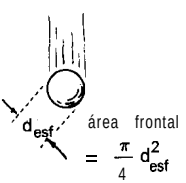


Capítulo 8 PARTÍCULAS SÓLIDAS QUE CAEN A TRAVÉS DE FLUIDOS

1. ESFERAS

Las fuerzas que actúan sobre una esfera que desciende a través de un fluido (se le denominará gas por conveniencia) son las siguientes:

$$\left|\begin{pmatrix}\text{Fuerza causante}\\ \text{de la aceleración}\\ \text{de la partícula}\end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix}\text{Peso aparente}\\ \text{de la partícula}\end{pmatrix}\right| - \left|\begin{pmatrix}\text{Fuerza de}\\ \text{rozamiento}\end{pmatrix}\right|$$



$$|F| = \frac{m}{g_c}\frac{du}{dt} = \left(\frac{\pi}{6} d^3_{esf}\right)\left(|\rho_s - \rho_g|\right)\frac{g}{g_c} - |F_d| \tag{8.1}$$

donde la fuerza de rozamiento

$$|F_d| = C_D \cdot \frac{\pi d^2_{esf}}{4}\frac{\rho_g u^2}{2 g_c} \tag{8.2}$$

coeficiente de rozamiento

Para la ***velocidad terminal,*** $du/dt = 0$, en cuyo caso las ecuaciones (8.1) y (8.2) dan

$$u_t = \left(\frac{4gd_{\text{esf}}(|\rho_s - \rho_g|)}{3\rho_g C_D}\right)^{1/2} \quad \text{o} \quad C_D = \frac{4gd_{\text{esf}}(|\rho_s - \rho_g|)}{3\rho_g u_t^2} \tag{8.3}$$

Se ha encontrado experimentalmente que el coeficiente de resistencia o rozamiento C_D es función del número de Reynolds de la partícula para la velocidad terminal, definido como

$$\text{Re}_{\text{esf},t} = \frac{d_{\text{esf}} u_t \rho_g}{\mu} \tag{8.4}$$

Para el caso especial de flujo ***viscoso de una esfera,*** que tiene lugar cuando $\text{Re}_t < 1$, Stokes desarrolló la siguiente expresión para la fuerza de rozamiento

$$F_d = \frac{3\pi d_{\text{esf}} \mu u}{g_c} \tag{8.5}$$

Sustituyendo en la ecuación (8.4) se obtiene

$$\left.\begin{aligned} u_t &= \frac{(|\rho_s - \rho_g|) g d_{\text{esf}}^2}{18\mu} \\ C_D &= \frac{24}{\text{Re}_{\text{esf},t}} = 24\left(\frac{\mu}{d_{\text{esf}} u_t \rho_g}\right) \end{aligned}\right\} \text{válidas sólo cuando } \text{Re}_{\text{esf},t} < 1 \tag{8.6}$$

Para ***el flujo turbulento de una esfera,*** Re, > 1, no se ha desarrollado ninguna expresión teórica satisfactoria para la fuerza de rozamiento; en consecuencia la pérdida fricciona1 ha de encontrarse experimentalmente. En las Figs. 8.1 y 8.2 se dan estos datos como la relación C_D frente a Re, para $\phi = 1$. La figura 8.1 es útil para encontrar la pérdida fricciona1 dada u_t, mientras que la Fig. 8.2 es útil para encontrar u_t para partículas dadas.

II. CUALQUIER FORMA DE SÓLIDOS

Para sólidos de forma irregular lo mejor que puede hacerse -es encontrar la pérdida de fricción experimentalmente. Estos datos se muestran en las Figs. 8.1 y 8.2. La figura 8.2 es más útil para encontrar la velocidad terminal de una partícula dada.

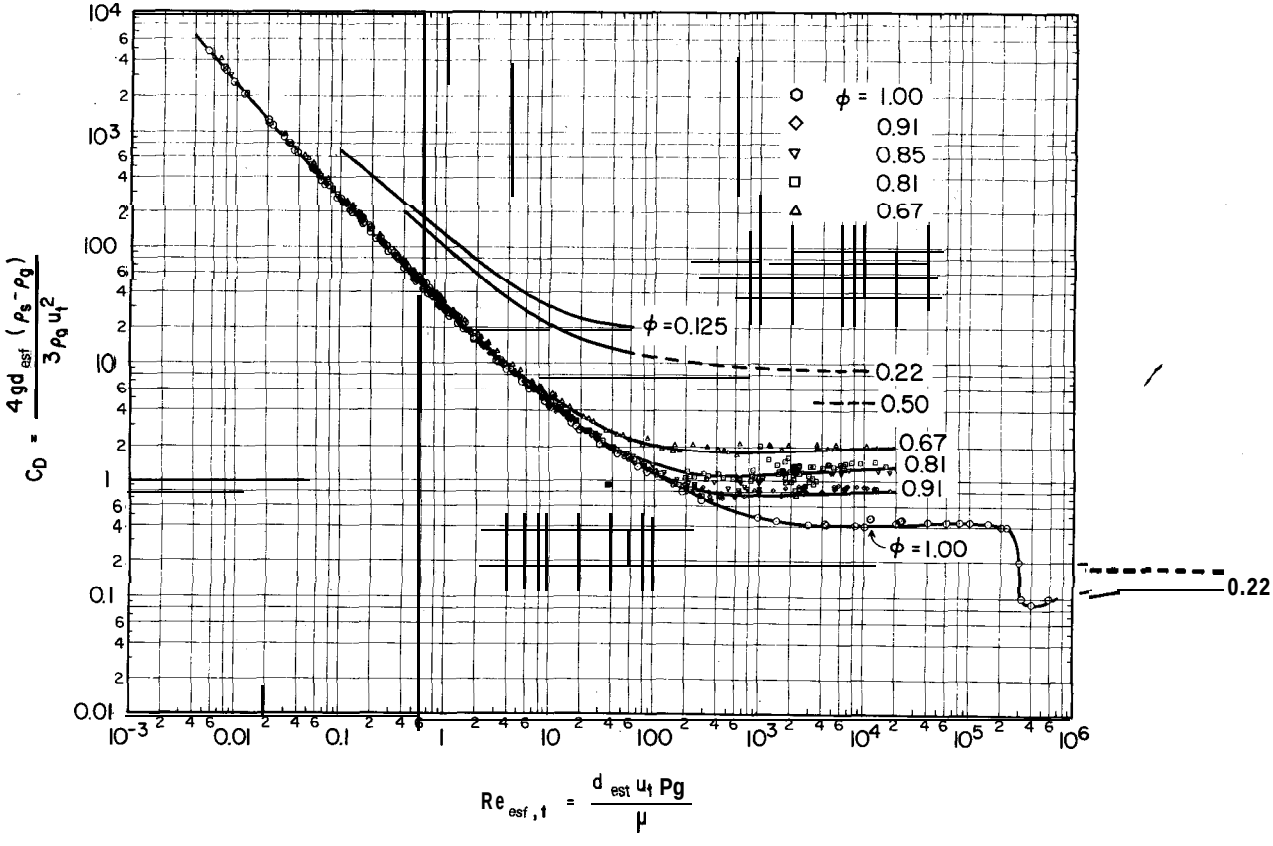


Fig. 8.1. Factor de fricción o coeficiente de rozamiento frente a número de Reynolds terminal para partículas que caen a través de un fluido.

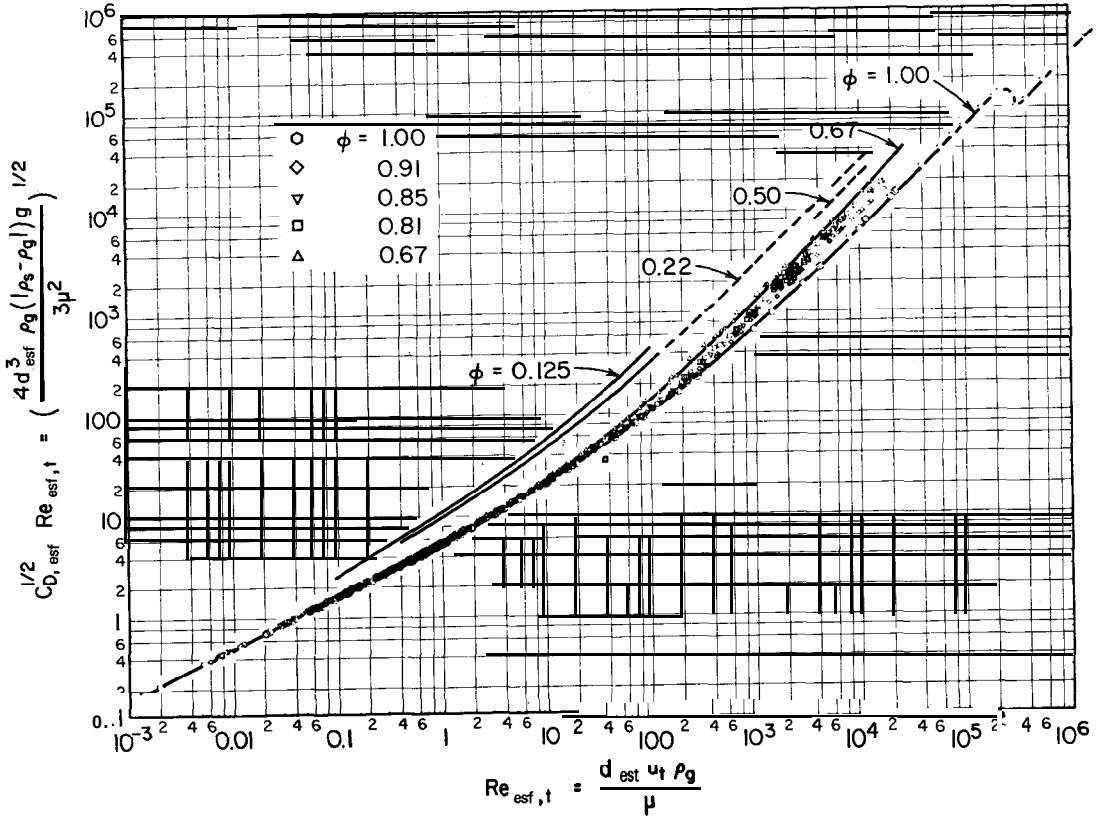


Fig. 8.2. Gráfico para determinar la velocidad terminal de partículas que caen a través de fluidos.

Estas figuras fueron preparadas por Cecen (1982) a partir de los datos presen-' tados por Achenbach (1972), Pettijohn y Christiansen (1948), Schiller (1932), Schlichting (1979), Schmiedel (1928) y Wadell (1934).

REFERENCIAS Y LECTURAS RELACIONADAS

E. Achenbach, Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers, *J. Fluid Mech. 54, 565* (1972).

F. Cecen, M. S. Project, Chemical Engineering Department, Oregon State University, Corvallis (1982).

E. S. Pettyjohn and E. B. Christiansen, Effect of particle shape on free-settling rates of isometric particles, *Chem. Eng. Prog. 44,* 157 (1948).

L. Schiller, *Hydro- und Aerodynamik Handbuch der Experimentalphysik,* Bd. IV, Teil 2, p. 335 (1932).

H. Schlichting, *Boundary Layer Theory,* Sixth Ed., p. 17, McGraw-Hill, New York (1979).

J. Schmiedel, Experimentelle Untersuchungen über die Fallbewegung von Kugeln und Scheiben in reibenden Flussigkeiten, *Phys. Z. 29, 593* (1928).

H. Wadell, The coefficient of resistance as a function of Reynolds number for solids of various shapes, *J. Franklin Znst.* **217, 459 (1934).**

EJEMPLO 8.1. DEMANDA CONTRA LOS ESTADOS UNIDOS POR SUS VOLCANES CON MAL COMPORTAMIENTO

El 18 de mayo de 1980 el Monte Santa Helena en la Costa Oeste de los Estados Unidos erupcionó catastróficamente, arrojando una pluma de ceniza hasta una altura de 20 km. Los vientos arrastraron entonces estos millones de toneladas de partículas, principalmente sílice (~70%), a través de los Estados Unidos, depositando una capa de 2 cm sobre mi casa de campaña (2 km de altura) en las Rocosas a 1000 km de distancia. Empezó a llover ceniza justo 50 horas después de la erupción, y aunque abandoné la casa poco después, tuve que respirar este aire contaminado.

Estoy preocupado porque he leído en la página 19 del número del 9 de junio de 1980 del *Chemical Engineering News* que las partículas de sílice menores de 10 μm son respirables y pueden causar silicosis. Nadie me había dicho esto; desde entonces se me ha desarrollado una tos, y siendo un americano normal, estoy preparado para demandar al Gobierno por su gran negligencia en no avisarme de este peligro. Pero, por supuesto, solamente haré la demanda si las partículas están en el intervalo peligroso de tamaños.

Por favor, estímese el tamaño de partículas que sedimentarían sobre mí al principio de esta lluvia de cenizas.

Datos: Supóngase qué las partículas de ceniza son de sílice pura, para la que

$$\rho_s = 2650 \text{ kg/m}^3 \quad \text{y} \quad \phi = 0.6.$$

Las condiciones atmosféricas promedio de 2 a 20 km son $T = -30\,°C$, $p = 40$ kPa, para las que $\mu_{aire} = 1{,}5 \times 10^{-5}$ kg/m s.

Solución

El enunciado del problema no especifica qué se entiende por «tamaño de partícula» -la sílice es bastante no esférica-, por tanto se determinará tanto el tamaño de tamiz como el tamaño esférico equivalente. En primer lugar se encuentra

$$\rho_g = \frac{(pm)\,p}{RT} = \frac{(0.0289)(40\,000)}{(8.314)(243)} = 0.5722 \text{ kg/m}^3$$

$$u_t = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{20\,000 - 2000}{50 \times 3600} = 0.1 \text{ m/s}$$

Entonces

$$\mathrm{Re}_{esf,t} = \frac{d_{esf} u_t \rho_g}{\mu} = \frac{d_{esf}(0{,}1)(0{,}5722)}{1{,}5 \times 10^{-5}} = 3815\, d_{esf} \qquad \text{(i)}$$

y de la ecuación (8.3)

$$c_{D,\,esf} = \frac{4 g d_{esf}(\rho_s - \rho_g)}{3\rho_g u_t^2} = \frac{4(9{,}8)d_{esf}(2650 - 0{,}57)}{3(0{,}5722)(0{,}1)^2} \qquad \text{(ii)}$$

$$= 6.05 \times 10^6 d_{esf}$$

Resolviendo por tanteo y utilizando la Fig. 8.1

Se supone d_{esf}	$\mathrm{Re}_{esf,t}$ de la ecuación (i)	$C_{D,\,esf}$ de la ecuación (ii)	$c_{D,\,esf}$ de la Fig. 8.1
1×20^{-5} m	0.038	60	670
10×10^{-5}	0.38	600	73
3.4×10^{-5}	0.13	206	205 (suficientemente aproximado)

Por consiguiente $d_{esf} = 34$ pm, y para partículas irregulares sin dimensión particularmente corta o larga, las ecuaciones (6.3) y (6.4) dan

$$d_{tam} = \frac{d_p}{\phi} = d_{esf} = 34\ \mu\text{m}$$

Conclusión. Sea cual sea la definición que se adopte, es mejor no presentar la demanda.

PROBLEMAS SOBRE OBJETOS QUE CAEN A TRAVÉS DE UN FLUIDO

8.1. ***Aerodium.*** Ha llegado a Saint Simon, cerca de Montreal, el «Aerodium», un cilindro vertical rechoncho de 12 m de alto y 6 m de d.i., con redes de seguridad en la parte superior y en la base. Un propulsor DC-3 que está accionado por un motor diesel de 300 kW impulsa aire hacia arriba a través del Aerodium aproximadamente a 150 km/h, mientras el «saltador» vestido con un traje inflable, flota, da vueltas y se divierte en esta caída libre artificial en contra de este torrente de aire sin el peligro del caso real.

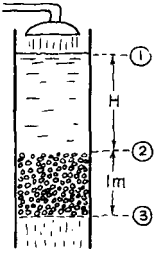
Si un adulto así vestido de 80 kg (densidad = 500 kg/m^3) en la posición de águila desplegada puede colgar suspendido cuando la velocidad del aire es de 130 km/h, ¿cuál es el valor de la esfericidad en esta posición? (Información tomada de *Parachutist, pág.* 17, agosto 1981.)

8.2. Se mide mediante un microscopio la velocidad de caída libre de una partícula de cobre esférica muy diminuta en agua a 20 °C y se encuentra que es 1 mm/s. ¿Cuál es el tamaño de la partícula?

8.3. ¿A quién podría ocurrirle si no a Joe «Mala Suerte»? Joe sale de caza, se pierde, dispara tres rápidos tiros al aire, y lo que consigue es que caigan directamente golpeándole las tres balas sobre su cabeza. ¿Qué velocidad llevaban las balas cuando le golpearon?

Datos: Cada bala tiene una masa de 180 granos, o sea 0,0117 kg, ϕ = 0,806, ρ_{bala} = 9500 kg/m^3.

8.4, Desciende agua a través de un lecho relleno de 1 m (ϵ = 0,4) de esferas de plástico (ρ_s = 500 kg/m^3) de 1 mm . ¿Qué carga de agua se necesita para evitar que las esferas floten?



8.5. Rutherford Arlington, un estudiante de primer año que pesa 80 kg desnudo, desea intensamente hacer algo insólito, y le llama la idea de saltar desde un globo a 1000 m de altura por encima de la Plaza Central durante una reunión al mediodía. Imagínese el impacto -un cuerpo celeste real que incide en su punto medio-. ¿A qué velocidad alcanzaría el objetivo

(a) si se enrosca como una esfera perfecta?

(b) si toma la forma de águila con sus alas desplegadas? En esta orientación ϕ = 0,22.

8.6. Encuéntrese la velocidad mínima ascendente de aire a 20 °C que haría flotar una pelota de pimpón.

Datos: Las pelotas Nittaku 3 Star utilizadas para el 37.º Campeonato Mundial de Tokio de 1983 tienen un diámetro de 37,5 mm y una masa de 2,50 g.

8.7. Slobovia del Sur entró recientemente en la carrera espacial con sus propios diseños innovadores. Por ejemplo, el paracaídas de aterrizaje de su nave espacial de ensayo lunar, el «lunik», se almacenó ingeniosamente en la punta del cohete de frenado para ahorrar espacio. Desafortunadamente, en vez de abrir el paracaídas y a continuación encender el cohete, nuestro intrépido hombre espacial, el «lunático», encendió primero el cohete, que utilizó todo su combustible para quemar el paracaídas -todo esto 150 km por encima de la tierra-. Cuando el Slob retornó finalmente a la tierra tuvo un aterrizaje algo brusco. ¿A qué velocidad se estima que golpeó el suelo?

Información sobre** el **cohete: Volumen = 5 m^3, masa = 2,5 toneladas y área de la superficie = 20 m^2.

8.8. Rutherford Arlington, afamado exhibicionista, planea utilizar un globo de helio para el ascenso antes de su espectacular caída libre (véase Problema 8.5). Para alcanzar una altura de 1000 m en 10 min, ¿qué tamaño de globo necesitaría?

Datos: La masa combinada de Ruthy y su globo = 120 kg, $\phi = 1$, $T = 20\,°C$, $\pi = 100$ kPa.

(Problema preparado por Dan Griffith.)

8.9. Con referencia a la hipotética atracción denominada «Tifón» para Disneylandia de Tokio (Problema 7.10) en la que se fluidizan niños en un gran cilindro de plexiglás, el único peligro es que algún niño pequeño puede elevarse por encima de sus chillones compañeros siendo lanzado completamente fuera. Para ver si esto es posible que ocurra, calcúlese la velocidad terminal de un niño pequeño japonés. Véase el Problema 7.10 para datos adicionales.

8.10. Un lecho de partículas uniformes se fluidiza mediante un gas para una velocidad u_{mf} y se elutria para u_t. Encuéntrese la razón u_t/u_{mf}

(a) para sólidos muy finos ($u_{mf} = 1$ mm/s);

(b) para sólidos muy grandes ($u_{mf} = 1$ m/s).

Esta razón, u_t/u_{mf}, es una buena medida de la flexibilidad de un lecho fluidizado para acomodarse a las variaciones del flujo del gas.

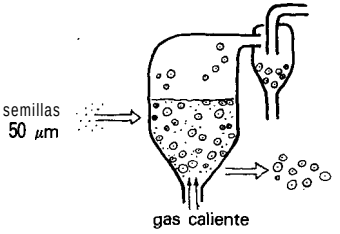
(c) ¿Qué tamaño de sólidos, pequeño o grande, puede tolerar cambios relativamente mayores de caudales?

8.11. Con referencia a los datos del Ejemplo 8.1 , ¿cuánto tiempo tardarían partículas de ceniza de 1 μm (diámetro esférico equivalente) arrojadas desde una altura de 20 km

para sedimentar hasta el nivel del mar? ¿Cuánto se alejaran del lugar de la erupción en este tiempo?

Datos: La velocidad promedio del viento del Oeste para una latitud de 45° (próxima a la situación del volcán) es 800 km/día. Ignórense las corrientes ascendentes y descendentes; en un ensayo largo deberían cancelarse.

8.12. Como parte de un nuevo proceso químico, se alimentan continuamente pequeñas semillas esféricas (ϱ_s = 8500 kg/m^3, d_p = 50 μm) a un reactor de lecho fluidizado caliente que se fluidiza mediante un gas. Una parte de este gas se descompone en el lecho caliente, depositándose un recubrimiento esponjoso de sólidos (ϱ_s = 500 kg/m^3) sobre las partículas que crecen de tamaño. Los sólidos con su recubrimiento bien mezclados abandonan el reactor. Debido a que la capacidad del reactor depende principalmente del caudal del gas, se desea que éste sea tan alto como sea posible. Este caudal está limitado, a su vez, por la elutriación. Estímese el tamaño de partícula que elutriará primero del reactor, y estímese la velocidad del gas a la salida para la que esto ocurre.



Datos para el gas caliente: ϱ = *0,030* kg/m^3, μ = 2 × 10^{-5} kg/m s, π = = 125 kPa.

Parte II INTERCAMBIO DE CALOR

La segunda parte de este volumen trata del intercambio de calor desde una corriente circulante, sea sólido, líquido o gas, a-otra, y de los muchos tipos diferentes de aparatos, denominados intercambiadores de calor, que pueden utilizarse para hacer esto. Ahora bien, en primer lugar se presentarán previamente los tres mecanismos posibles de transmisión de calor y se considerará su interacción. El Capítulo 9, pues, se dedica a este tema previo. A continuación, en el Capítulo 10 se tratan situaciones que implican más de un mecanismo de transmisión de calor, y en el Capítulo ll se considera el calentamiento y enfriamiento de objetos en estado no estacionario. En el Capítulo 12 y siguientes se utiliza esta información para el estudio del diseño de los tres tipos principales de intercambiadores de calor: el recuperador, el intercambiador de contacto directo y el regenerador. Finalmente, en el Capítulo 16 se presenta una colección de problemas que utiliza ideas y resultados de los diversos capítulos de este libro.

Capítulo 9 LOS TRES MECANISMOS DE TRANSMISIÓN DEL CALOR: CONDUCCIÓN, CONVECCIÓN Y RADIACIÓN

En general, el calor se transfiere por tres mecanismos distintos:

- por conducción, o transferencia de la energía desde la materia a la materia adyacente por contacto directo, sin intermezclación o flujo de cualquier material.
- por ***convección*** o transferencia de la energía por el mezclado íntimo de grupos de material. En la ***convección natural*** es la diferencia de densidad del fluido caliente y del frío la que produce el mezclado. En la convección ***forzada*** un agitador mecánico o una diferencia de presión externamente impuesta (por un ventilador o un compresor) es lo que produce el mezclado.
- por ***radiación,*** tal como las ondas de la luz, infrarrojas, ultravioleta y radio, que emanan desde un cuerpo caliente y se absorben por uno frío.

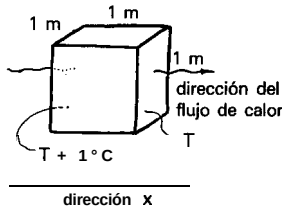
A continuación, pues, se resumen brevemente los fundamentos de estos tres mecanismos de transmisión de calor.

I. TRANSMISIÓN DE CALOR POR CONDUCCIÓN

La conducción se refiere a la transmisión de calor desde la parte más caliente a la más fría de un cuerpo por contacto molecular directo, no por movimientos de masas de material caliente a la región fría. En estado estacionario el caudal de transmisión de calor depende de la naturaleza del material y de las diferencias de temperatura, y se expresa por la ley de Fourier como:

$$\dot{q}_x = -kA\frac{dT}{dx} \tag{9.1}$$

donde $\dot{q}_x$ es el caudal de transmisión de calor en la dirección x, [W]; A es el área normal a la dirección del flujo de calor [m^2]; dT/dx es el gradiente de temperatura en la dirección x [K/m]; y k es la conductividad térmica, definida como el calor que atraviesa un cubo del material en cuestión de 1 m de lado, consecuencia de una diferencia de temperatura de 1 °C entre las caras opuestas. En la tabla 9.1 se dan valores de k para diversos materiales [W/m K].



El signo menos en esta ecuación significa que el calor circula desde las regiones de temperatura mayor a las de temperatura menor, de acuerdo con la segunda ley de la termodinámica.

Tabla 9.1. Tabla de conductividades térmicas para algunos materiales a temperatura ambiente[a]

Material	k, W/m K	Material	k, W/m K
Gases		Sólidos	
SO_2	0,009	Espuma de poliestireno	0,036
CO_2, H_2	0,018	Cartón acanalado	0,064
H_2O	0,025	Papel	0,13
Aire	0,026	Arena, seca	0,33
Líquidos		Vidrio	0,35-1,3
Gasolina	0,13	Hielo	2,2
Etanol	0,18	Plomo	34
Agua	0,61	Acero	45
Mercurio	8,4	Aluminio	204
Sodio	85	Cobre	380

[a] Para valores adicionales, véanse Apéndices 0 y U.

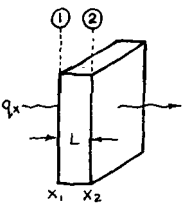
La ecuación completa para conducción de calor en estado estacionario en cualquier dirección arbitraria a través de un material isotrópico, sin generación de calor, es

$$\dot{q} = -kA(\nabla T), \qquad k = \text{constante} \tag{9.2}$$

La ecuación de Fourier se ha integrado para diversas geometrías sencillas. A continuación se indican algunas soluciones para el estado estacionario:

A. Lámina o placa plana, *k constante*

$$\dot{q}_x = -kA\frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} = -kA \cdot \frac{T_2 - T_1}{L} \tag{9.3}$$



B. Lámina o placa plana, $k = k_0\ (1 + \beta T)$

$$\dot{q}_x = -k_0 A\frac{(T_2 - T_1) + (\beta/2)(T_2^2 - T_1^2)}{x_2 - x_1} = -k_{\text{medio}} A\frac{T_2 - T_1}{L} \tag{9.4}$$

donde

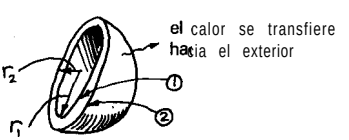
$$k_{\text{medio}} = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

C. Cilindro hueco, *k* constante

$$\dot{q}_r = -2akL\frac{T_2 - T_1}{\ln(r_2/r_1)} \tag{9.5}$$

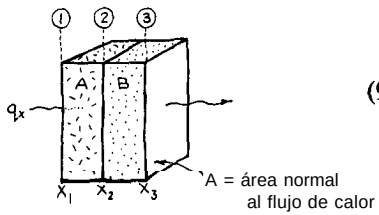
D. Esfera hueca, k'constante

$$\dot{q}_r = -4\pi k r_1 r_2\frac{T_2 - T_1}{r_2 - r_1} \tag{9.6}$$



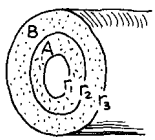
E. Serie de paredes planas

$$\dot{q}_x = -\frac{A}{\dfrac{x_2 - x_1}{k_A} + \dfrac{x_3 - x_2}{k_B}}(T_3 - T_1) \tag{9.7}$$



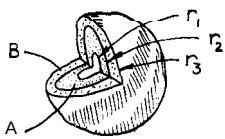
F. Cilindros concéntricos

$$q_r = -\frac{2\pi L}{\dfrac{\ln(r_2/r_1)}{k_A} + \dfrac{\ln(r_3/r_2)}{k_B}}(T_3 - T_1) \tag{9.8}$$



G. Esferas concéntricas

$$\dot{q}_r = -\frac{4\pi}{\dfrac{r_2 - r_1}{k_A r_1 r_2} + \dfrac{r_3 - r_2}{k_B r_2 r_3}}(T_3 - T_1) \tag{9.9}$$



H. Otras formas

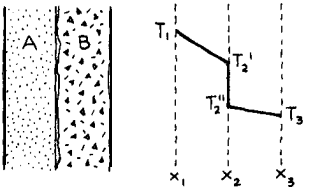
Para geometrías no sencillas 0 para temperaturas no uniformes en los límites, el flujo de calor se puede obtener solamente por resolución de la ecuación de Fourier mediante métodos numéricos o gráficos [véase Welty (1978) o McAdams (1954)].

I. Resistencia de contacto

Cuando el calor se transfiere a través de dos paredes planas adyacentes, se encuentra normalmente una resistencia extra en la interfacie debido a que las super-

ficies de contacto no son suficientemente lisas. Esto produce una caída fuerte de, la temperatura en la superficie. El flujo de calor puede entonces relacionarse a esta caída de temperatura en la interfacie por

$$q = -h_c A(T_2'' - T_2')$$



donde h_c se define como el coeficiente de transmisión de calor de contacto.

El flujo de calor a través de las dos paredes implicará entonces, globalmente, tres resistencias en serie:

A través de la pared A: $\dot{q}_x = -k_A A \dfrac{T_2' - T_1}{x_2 - x_1}$

A través de la interfacie: $\dot{q}_x = -h_c A(T_2'' - T_2')$

A través de la pared B: $\dot{q}_x = k_B A \dfrac{T_3 - T_2'}{x_3 - x_2}$

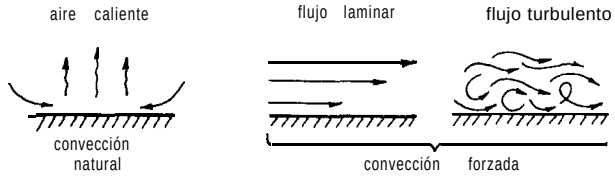
Si se tiene en cuenta que los $\dot{q}_x$ son todos iguales, se pueden combinar las ecuaciones anteriores para eliminar las temperaturas intermedias T_2' y T_2'', encontrándose

$$\dot{q}_x = -\frac{1}{\dfrac{x_2 - x_1}{k_A} + \dfrac{1}{h_c} + \dfrac{x_3 - x_2}{k_B}} A(T_3 - T_1) \tag{9.10}$$

Se pueden desarrollar ecuaciones análogas a la anterior para esferas concéntricas, cilindros concéntricos y otras formas.

II. TRANSMISIÓN DE CALOR POR CONVECCIÓN

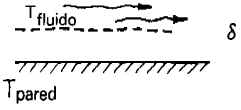
Cuando un fluido caliente se mueve en contacto con una superficie fría, el calor se transfiere hacia la pared a una velocidad que depende de las propiedades del fluido y de si se mueve por convección natural, por flujo laminar, o por flujo turbulento. Para tener en cuenta esta forma de transmisión de calor, Prandtl, en 1904, inventó el concepto de una capa límite en la que esta localizada toda la resistencia a la transmisión de calor. Esta idealización condujo a grandes simplifi-



caciones y fue adoptada entusiásticamente por prácticamente todos los investigadores y profesionales [véase Adiutori (1974) para un disidente vigoroso].

Con esta manera de ver las cosas y considerando un espesor δ de la capa límite, se tiene

$$\dot{q} = -kA\,\frac{T_{\text{fluido}} - T_{\text{pared}}}{\delta} = -kA\,\frac{\Delta T}{\delta}$$



Debido a que δ no puede estimarse independientemente, se le combina con k para dar

$$q = -(k/\delta)A\Delta T = -hAAT$$

donde, por definición

h = coeficiente de transmisión de calor [W/m^2 K]

Adviértase que h incorpora el espesor de una capa límite idealizada que dará la velocidad real de transmisión de calor. Esta cantidad h es extremadamente útil, puesto que es el coeficiente de velocidad que permite estimar la velocidad de transmisión de calor en cualquier situación particular.

Se han medido los valores de h en todo tipo de situaciones, correlacionados con las propiedades del fluido C_p, ϱ, μ, k, las condiciones de flujo u y la geometría del sistema d, y resumido compactamente en forma adimensional. La siguiente muestra de correlaciones se han tomado de McAdams (1954) o Perry y Chilton (1973), a menos que se indique otra cosa.

A. Flujo turbulento en tubos

Tanto para el calentamiento como el enfriamiento de la mayor parte de fluidos normales (Pr = 0,7 – 700) en flujo completamente turbulento (Re > 10 000), AT

moderado, y con las propiedades físicas medidas en las condiciones del seno del fluido:

$$\underbrace{\frac{hd}{k}}_{\text{Número de Nusselt}} = 0.023 \underbrace{\left[1 + \left(\frac{d}{L}\right)^{0.7}\right]}_{\text{Efecto de entrada}} \underbrace{\left[1 + 3.5\frac{d}{d_{\text{coil}}}\right]}_{\text{Para serpentines}} \left(\frac{\overbrace{dG}^{= u\rho,\ \text{donde } u = \text{velocidad media}}}{\mu}\right)^{0.8} \underbrace{\left(\frac{C_p\mu}{k}\right)}_{\text{Número de Prandtl}}^{1/3} \underbrace{\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)}_{\text{Para la temperatura de la pared}}^{0.14} \tag{9.11}$$

Una aproximación simplificada para gases comunes (error ± 25 Vo):

$$h = 0.0018 \sim \quad [\mathrm{W/m^2\,K}] \tag{9.12}$$

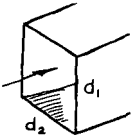
y una aproximación simplificada para calentamiento y enfriamiento de agua:

$$h = 91(T + 68)\frac{u^{0.8}}{d^{0.2}} \quad [\mathrm{W/m^2\,K}] \quad \text{con } T \text{ en } ^\circ\mathrm{C} \tag{9.13}$$

B. Flujo turbulento en conductos no circulares

1. Sección transversal rectangular. Se utiliza la ecuación para tubos circulares, ecuación (9.11), con las siguientes dos modificaciones:

$$h_{\text{rect}} \cong 0{,}76\, h_{\text{tubos}} \tag{9.14}$$



y se sustituye el diámetro del tubo con un diámetro equivalente definido como:

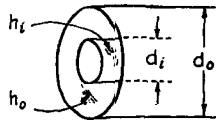
$$d_e = 4\begin{pmatrix}\text{radio}\\ \text{hidráulico}\end{pmatrix} = 4\left(\frac{\text{área sección transversal}}{\text{perímetro}}\right) = \frac{2d_1d_2}{d_1 + d_2} \tag{9.15}$$

2. Sección anular. Para flujo de calor hacia la pared del tubo interno

$$\frac{h_i d_e}{k} = 0.02\left(\frac{d_e G}{\mu}\right)^{0.8}\left(\frac{C_p\mu}{k}\right)^{1/3}\left(\frac{d_o}{d_i}\right)^{0.53} \tag{9.16}$$

donde

$$d_e = 4\left(\frac{\text{radio}}{\text{hidráulico}}\right) = d_o - d_i \tag{9.17}$$



Para la pared del tubo exterior se utiliza la ecuación (9. ll) para tubos circulares, pero con el diámetro del tubo sustituido por d_e de la ecuación (9.17)

C. Régimen de transición del flujo en tubos

En el régimen de transición, 2 100 < Re c 10 000:

$$\frac{hd}{k} = 0.11\left[\left(\frac{dG}{\mu}\right)^{2/3} - 125\right]\left(\frac{C_p\mu}{k}\right)^{1/3}\left[1 + \left(\frac{d}{L}\right)^{2/3}\right]\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14} \tag{9.18}$$

D. Flujo laminar en tubos (McAdams, Cap. 9)

En el régimen de flujo laminar, o sea Re < 2100, se tiene para Gz c 100:

$$\frac{hd}{k} = \left[3{,}66 + \frac{0{,}085\ \text{Gz}}{1 + 0{,}047\ Gz^{2/3}}\right]\left(\frac{\mu}{\mu_\omega}\right)^{0{,}14} \tag{9.19}$$

donde el número de Gretz, Gz, se define como:

$$Gz = Re \cdot Sc \cdot = \frac{d}{L}\left(\frac{dG}{\mu}\right)\left(\frac{C_p\mu}{k}\right)\left(\frac{d}{L}\right) \tag{9.20}$$

Para caudales mayores o tubos más cortos donde Gz > 100:

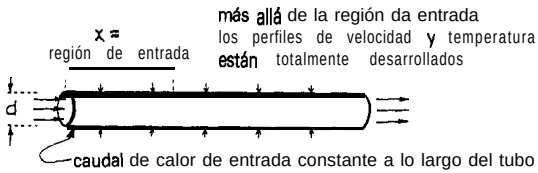
$$\frac{hd}{k} = Gz^{1/3} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_\omega}\right)^{0{,}14} \tag{9.21}$$

E. Flujo laminar en tubos, caudal de calor de entrada en la pared constante, (Kays y Crawford, 1980)

Cuando se han desarrollado completamente los perfiles de velocidad y temperatura (lejos de la región de entrada), la teoría de la dispersión axial predice que

$$hd/k = 4.36 \tag{9.22}$$

En la evaluación de h, el término AT se define como la diferencia de temperaturas entre la pared en la posición x y la temperatura de copa mezclada del fluido circulante en la misma posición. Esta situación se encuentra cuando se utilizan resistencias eléctricas para calentar o calefacción por radiación.



La teoría muestra que el perfil de velocidad en régimen laminar está completamente desarrollado para aproximadamente

$$x/d = 0.05 \text{ Re}$$

y que el perfil térmico está totalmente desarrollado para aproximadamente

$$x/d = 0.05 \text{ Re . Pr}$$

Por consiguiente, la ecuación (9.22) solo se aplica a tubos mucho mas largos que la mayor de las dos longitudes de entrada anteriores. Obsérvense a continuación algunas longitudes típicas de entrada para Re = 100:

		Longitud de entrada, x/d		
Fluido	Pr	del perfil de velocidad	del perfil de temperatura	Perfil más lentamente desarrollado
Metal líquido	0,01	5	0,05	Velocidad
Agua	1	5	5	Igual
Petróleo	100	5	500	Temperatura

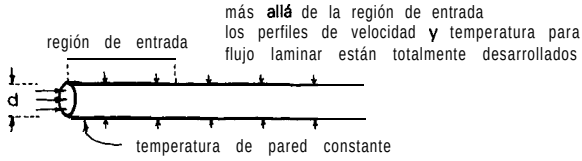
Estos valores muestran que para metales líquidos o fluidos acuosos ordinarios la longitud de entrada es bastante corta. Sin embargo, si petróleo o algún otro fluido de número de Prandtl alto circula a través del tubo, entonces la longitud de entrada puede llegar a ser sustancial, y el valor de h predicho por la ecuación (9.22) será demasiado bajo. Véase Kays y Crawford, pág. 114 (1980) para valores de h para tubos cortos, y Perry y Chilton (1973) para valores de h para conductos de otras formas.

F. Flujo laminar en tubos, temperatura de pared constante (Kays y Crawford, 1980)

Esta situación se presenta cuando tiene lugar un proceso con un alto h fuera de los tubos (ebullición, condensación, transferencia en tubos con aletas). En este caso la teoría dice que en la región de perfiles de velocidad laminar y temperatura totalmente desarrollados

$$\frac{hd}{k} = 3.66 \tag{9.23}$$

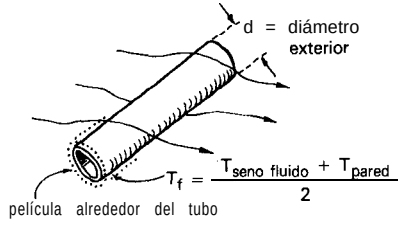
De nuevo, esta ecuación sólo se aplica cuando el tubo es mucho más largo que las dos longitudes de entrada anteriores. Para tubos más cortos el valor de h predicho por la ecuación (9.23) será demasiado bajo. Kays y Crawford, pág. 128 (1980), dan valores de h para tubos cortos, y Perry y Chilton (1973) dan valores de h para otras formas de conductos.



G. Flujo de gases normal a un cilindro único

Para un muy amplio intervalo del número de Reynolds, los resultados experimentales pueden correlacionarse por

$$\frac{hd}{k_f} = A\left(\frac{dG}{\mu_f}\right)^n \left(\frac{C_p\mu}{k_f}\right)^{0.3} \tag{9.24}$$



donde el subíndice f se refiere a las propiedades del gas para la temperatura de la película, estimada como

$$T_f = \frac{T_{\text{seno fluido}} + T_{\text{pared}}}{2}$$

y donde las constantes A y n vienen dadas en la tabla 9.2. Para aire a 93 °C y Re = 1000 — 50000, se tiene la siguiente ecuación simplificada:

$$h = 0.0018\frac{C_p G^{0.6}}{d^{0.4}} \qquad [\mathrm{W/m^2\,K}] \tag{9.25}$$

H. Flujo de líquidos normal a un cilindro único

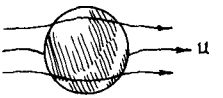
Para Re = 0,1 — 300, los datos se correlacionan por

$$\frac{hd}{k_f} = \left[0.35 + 0.56\left(\frac{dG}{\mu_f}\right)^{0.52}\right]\left(\frac{C_p\mu}{k_f}\right)^{0.} \tag{9.26}$$

Tabla 9.2. Constantes en la ecuación (9.24) para flujo normal a cilindros únicos

$\frac{du\rho_f}{\mu_f}$	A	n	$\frac{hd}{k_f}$ para aire de la ecuación (9.20)
1-4	0.960	0.330	0.890-1.42
4-40	0.885	0.385	1.40-3.40
40–4000	0.663	0.466	3.43-29.6
4000–40,000	0.174	0.618	29.5–121.
40 000-250 000	0.257	0.805	121.–528.

1. Flujo de gases sobre una esfera



$$\frac{hd}{k_f} = 2 + 0.6\left(\frac{dG}{\mu_f}\right)^{0.5}\left(\frac{C_p\mu}{k}\right)_f^{1/3} \quad \text{para} \quad \left(\frac{dG}{\mu_f}\right) < 325 \tag{9.27}$$

$$\frac{hd}{k_f} = 0.4\left(\frac{dG}{\mu_f}\right)^{0.6}\left(\frac{C_p\mu}{k}\right)_f^{1/3} \quad \text{para} \quad \left(\frac{dG}{\mu_f}\right) = 325\text{–}70\,000 \tag{9.28}$$

J. Flujo de líquidos sobre una esfera

$$\frac{hd}{k_f} = \left[0.97 + 0.68\left(\frac{dG}{\mu_f}\right)^{0.52}\right]\left(\frac{C_p\mu}{k}\right)_f^{0.3} \tag{9.29}$$

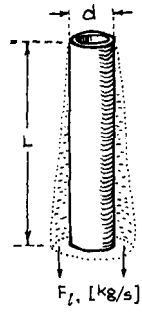
K. Otras geometrías

Para bancos de tubos, los valores de h pueden ser hasta un 50% superiores que para tubos únicos, el valor real dependiendo del número de filas de la geometría usada. Para bancos de tubos, serpentines, tubos de sección transversal no circular, tubos con aletas y otras muchas situaciones, véase **McAdams (1954),** Cap. 10.

L. Condensación en tubos verticales

La ecuación teórica deducida por Nusselt en 1916 se recomienda todavía hoy en día

$$\frac{hL}{k_l} = 0.925\left(\frac{L^3\rho_l^2 g}{\mu_l\Gamma}\right)^{1/3} = 0.943\left(\frac{L^2\rho_l^2 g\lambda}{k_l\mu_l\Delta T}\right)^{1/4} \tag{9.30}$$



donde

$$\Gamma = \left(\frac{\text{caudal de condensado}}{\text{circunferencia}}\right) = \frac{F_l}{\pi d} \qquad [\text{kg/s m}] \tag{9.31}$$

Para vapor de agua que condensa en condiciones atmosféricas esta ecuación se reduce a

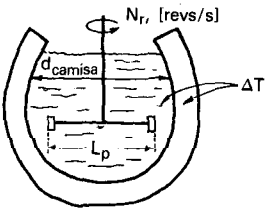
$$h = 0.97\left(\frac{d}{F_l}\right)^{1/3} \qquad [\text{W/m}^2\ \text{K}] \tag{9.32}$$

M. Recipientes agitados con paredes encamisadas

Para diversos tipos de agitadores se tiene la expresión general

$$\frac{hd_{\text{camisa}}}{k} = a\left(\frac{L_p^2 N_r \rho}{\mu}\right)^b \left(\frac{C_p \mu}{k}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^m \qquad (9.33)$$

Número de Reynolds para recipientes agitados



donde las constantes ***a, b*** y ***m*** vienen dadas en la tabla 9.3.

N. Partículas únicas que descienden a través de gases y líquidos (Ranz y Marshall, 1952)

$$\frac{hd_p}{k} = 2 + 0.6\left(\frac{d_p u \rho}{\mu}\right)^{1/2} \left(\frac{C_p \mu}{k}\right)^{1/3} \qquad (9.34)$$

Tabla 9.3. Constantes de la ecuación (9.33) para transmisión de calor en las paredes de recipientes agitados

Tipo de agitador	a	b	m	Intervalo de Re
Paleta	0.36	2/3	0.21	300-3 x 10^5
Turbina de palas flotante	0.53	2/3	0.24	80-200
Disco, turbina de palas planas	0.54	2/3	0.14	40-3 x 10^5
Hélice	0.54	2/3	0.14	2×10^3
Áncora	1.0	1/2	0.18	10-300
Áncora	0.36	2/3	0.18	300-40000
Helicoidal	0.633	1/2	0.18	$8-10^5$

0. Fluido-partículas en lechos fijos (Kunii y Levenspíel, 1979)

(a) Para lechos de sólidos finos

con gases $$\frac{hd_p}{k} = 0.012\ \mathrm{Re}_p^{1.6}\mathrm{Pr}^{1/3} \quad \text{para Re,} < 100 \qquad (9.35)$$

con líquidos $$\frac{hd_p}{k} = 0.16\ \mathrm{Re}_p^{1.6}\mathrm{Pr}^{1/3} \quad \text{para Re,,} < 10 \qquad (9.36)$$

(b) Para sólidos gruesos con gases o líquidos

$$\frac{hd_p}{k} = 2 + 1.8\,\mathrm{Re}_p^{1/2}\mathrm{Pr}^{1/3} \quad \begin{cases} \text{para Re, } > 100\text{, gases} \\ \text{para Re, } > 10\text{, líquidos} \end{cases} \tag{9.37}$$

donde Re, = $(d_p u_0 \varrho/\mu)$ y u_0 = velocidad superficial (velocidad aguas arriba o en el recipiente sin sólidos).

P. Gas-partículas fluidizadas

El coeficiente de transmisión de calor es difícil de medir en esta situación, por tanto hasta que se disponga de datos seguros se sugiere la siguiente ecuación para una estimación conservadora de ***h.***

$$\frac{hd_p}{k} = 2 + 0.6\left(\frac{d_p u_0 \rho}{\mu}\right)^{1/2}\left(\frac{C_p \mu}{k}\right)^{1/} \tag{9.38}$$

Q. Lechos fluidizados-tubos inmersos

Para lechos de partículas finas, o $\mathrm{Re}_{mf} < 12{,}5$, Botterill (1983) recomienda la siguiente expresión dimensional sencilla (en unidades SI):

$$\frac{hd_p}{k_g} = 25\frac{d_p^{0.64}\rho_s^{0.2}}{[k_g\,(\text{a la temperatura del lecho})\,]^{0,4}} \tag{9.39}$$

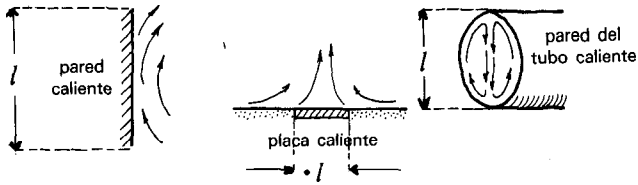
Para lechos de partículas grandes o $\mathrm{Re}_{mf} > 12{,}5$, Botterill sugiere utilizar

$$\frac{hd_p}{k_g} = 0.7\left[\,d_p^{0.5}\mathrm{Ar}^{0.39} + \mathrm{Ar}^{0.15}\right] \tag{9.40}$$

donde Ar es el número de Arquímedes (véase Apéndice T).

R. Convección natural

Los fluidos que circulan lentamente sobre superficies calientes presentan valores de ***h*** mayores que los esperados. Esto es debido a la convección natural. Las



variables particulares que caracterizan la convección natural se combinan en un grupo adimensional, el número de Grashof, definido como

Longitud característica

En las condiciones de la película

Coeficiente de expansión volumétrica

$$Gr = \frac{l^3 \rho_f^2 g \beta \Delta T}{\mu^2}$$

$$\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \underset{\text{ideal}}{\overset{\text{gas}}{=}} \frac{1}{T}$$

T_{pared} $T_{seno\ fluido}$

En el seno del fluido

Las correlaciones para convección natural tienen con frecuencia la forma:

$$\mathrm{Nu} = A[\mathrm{Gr}\,.\,\mathrm{Pr}]^B$$

o

$$\frac{hl}{k} = A\left[\left(\frac{l^3 \rho^2 g \beta \Delta T}{\mu_f^2}\right)\left(\frac{C_p \mu_f}{k_f}\right)\right]^B \qquad (9.41)$$

o

$$Y = AX^B$$

S. Convección natural-placas y cilindros verticales, *l* > 1 m

Laminar : $Y = 1.36\, X^{1/5}$ para $X < 10^4$ (9.42)

Laminar : $Y = 0.55\, X^{1/4}$ para $X = 10^4 - 10^9$ (9.43)

Turbulento: $Y = 0.13\, X^{1/3}$ para $X > 10^9$ (9.44)

Las ecuaciones simplificadas para aire en condiciones ambientales:

$$h = 1.4\left(\frac{\Delta T}{l}\right)^{1/4} \quad [\mathrm{W/m^2\,K}] \quad \text{para régimen laminar} \tag{9.45}$$

$$h = 1.3(\Delta T)^{1/3} \quad [\mathrm{W/m^2\,K}] \quad \text{para régimen turbulento} \tag{9.46}$$

y para agua en condiciones ambientales:

$$h = 120(\Delta T)^{1/3} \quad [\mathrm{W/m^2\,K}] \quad \text{para X} > 10^9 \tag{9.47}$$

T. Convección natural-esferas y cilindros horizontales, $d < 0{,}2$ m

$$\text{Laminar}: \quad Y = 0.53\,X^{1/4} \quad \text{para X} = 10^3\text{–}10^9 \tag{9.48}$$

$$\text{Turbulento}: \quad Y = 0.13\,X^{1/3} \quad \text{para X} > 10^9 \tag{9.49}$$

Para X $< 10^4$, véase Perry y Chilton (1973).

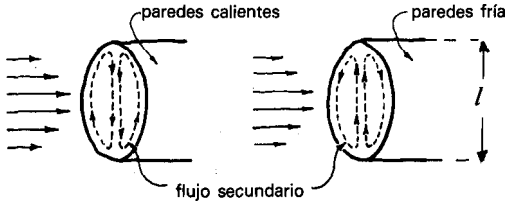
Las ecuaciones simplificadas para aire en condiciones ambientales:

$$h = 1.3\,(\Delta T/l)^{1/4} \quad [\mathrm{W/m^2\,K}] \quad \text{para régimen laminar} \tag{9.50}$$

$$h = 1.2(\Delta T)^{1/3} \quad [\mathrm{W/m^2\,K}] \quad \text{para régimen turbulento, el caso normal para tubos} \tag{9.51}$$

U. Convección natural para fluidos en flujo laminar en el interior de los tubos

En flujo laminar, cuando Gr > 1000, la convección natural desarrolla un flujo secundario apreciable del fluido en el tubo que aumenta a su vez el coeficiente



de transmisión de calor. En esta situación las ecuaciones (9.19), (9.20) y (9.23) para flujo laminar incluirían el factor multiplicador adicional:

$$0.87(1 + 0.015\ \mathrm{Gr}^{1/3}) \tag{9.52}$$

Para flujo turbulento no se necesita ninguna corrección de este tipo, debido a que la tendencia a desarrollar un flujo secundario queda totalmente enmascarada por los vigorosos torbellinos turbulentos.

V. Convección natural -placas horizontales

(a) Para placas calentadas cara hacia arriba, o placas enfriadas cara hacia abajo:

$$\text{Laminar: } Y = 0.54\ X^{1/4} \quad \text{para } X = 10^5\text{–}2 \times 10^7 \tag{9.53}$$

$$\text{Turbulento: } Y = 0.14\ X^{1/3} \quad \text{para } X = 2 \times 10^7\text{–}3 \times 10^{10} \tag{9.54}$$

(b) Para placas calentadas cara hacia abajo, o placas enfriadas cara hacia arriba:

$$\text{Laminar: } Y = 0.27\ X^{1/4} \text{ para } X = 3 \times 10^5\text{–}3 \times 10^{10} \tag{9.55}$$

(c) Las tres ecuaciones simplificadas correspondientes para aire en condiciones ambientales:

$$h = 1.3\left(\frac{\Delta T}{l}\right)^{1/4} \quad [\mathrm{W/m^2\ K}] \text{ para régimen laminar} \tag{9.56}$$

$$h = 1.5\Delta T^{1/3} \quad [\mathrm{W/m^2\ K}] \text{ para régimen turbulento} \tag{9.57}$$

$$h = 0.64\left(\frac{\Delta T}{l}\right)^{1/4} \quad [\mathrm{W/m^2\ K}] \text{ para régimen laminar} \tag{9.58}$$

W. Otras situaciones

Los coeficientes de transmisión de calor para ebullición, condensación, flujo de gas a alta velocidad (efectos de compresibilidad y flujo supersónico), flujo de alto vacío y muchas otras situaciones, se han estudiado y referido en la vasta bibliografía sobre transmisión de calor, y están bien condensados en McAdams (1954), en Perry y Chilton (1973) y en Cavaseno (1979).

III. TRANSMISIÓN DE CALOR POR RADIACIÓN

Todos los materiales emiten, absorben y transmiten radiación en un grado que depende fuertemente de su temperatura. Sea

$$\alpha_{1\leftarrow 2} = \frac{\text{energía absorbida por una superficie a } T_1}{\text{energía incidente procedente de una fuente } T_2}, \quad \text{poder absorbente} \tag{9.59}$$

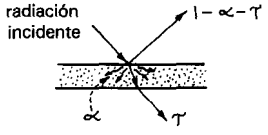
El poder absorbente varía desde 0 a 1. El material absorbente perfecto tiene $\alpha = 1$ y se denomina *cuerpo negro.* Sea

$$\epsilon_1 = \frac{\text{energía emitida por una superficie a } T_1}{\text{energía emitida por un emisor ideal, un cuerpo negro, a } T_1}, \quad \text{emisividad} \tag{9.60}$$

y

$$\tau_1 = \frac{\text{energía transmitida a través del cuerpo a } T_1}{\text{energía incidente}}, \quad \text{transmitancia} \tag{9.61}$$

Entonces la fracción de energía reflejada es $1 - \alpha - \tau$.



A. Radiación desde un cuerpo

La energía emitida desde la superficie A_1 de un cuerpo depende fuertemente de la temperatura y de la naturaleza de la superficie, y viene dada por

$$_{41\rightarrow} = \sigma A_1 \varepsilon_1 T_1^4 \qquad [\mathrm{W}] \tag{9.62}$$

donde la constante de radiación

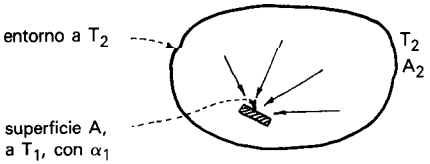
$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2\ K^4} \tag{9.63}$$

se denomina constante de Stefan-Boltzmann. La ecuación (9.62) se denomina la ley de Stefan-Boltzmann de la radiación, y la cuarta potencia de la temperatura es una consecuencia de la segunda ley de la termodinámica.

B. Radiación sobre un cuerpo

La energía absorbida por una superficie A_1, que está a T_1, de la recibida desde un cuerpo negro a T_2 que la rodea, viene dada por

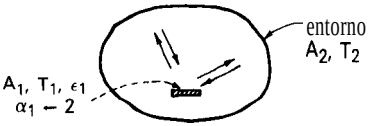
$$\dot{q}_{1\leftarrow 2} = \sigma A_1 \alpha_{1\leftarrow 2} T_2^4 \qquad [\mathrm{W}] \tag{9.64}$$



C. Intercambio de energía entre un cuerpo y su entorno

El intercambio de energía entre una superficie A_1 a T_1 y cualquier tipo de entorno que le rodea completamente a T_2, de las ecuaciones (9.62) y (9.64), es entonces

$$\dot{q}_{12} = \sigma A_1 \left[\varepsilon_1 T_1^4 - \alpha_{1\leftarrow 2} T_2^4 \right] \tag{9.65}$$



D. Poder absorbente y emisividad

Si un objeto y su entorno están ambos a T_1, entonces el objeto ni gana ni pierde calor. Por tanto, la ecuación (9.65) se convierte en

$$\dot{q}_{12} = 0 = \sigma A_1 \left[\varepsilon_1 T_1^4 - \alpha_{1\leftarrow 1} T_1^4 \right]$$

Ahora bien, el valor de α y ϵ puede variar enormemente con el tipo de superficie y con la temperatura, como se muestra en la tabla 9.4. Sin embargo, para cualquier temperatura particular T_1, la expresión anterior muestra que

$$\varepsilon_1 = \alpha_{1\leftarrow 1} \tag{9.66}$$

Tabla 9.4. -Tabla de poderes absorbentes y emisividades de varios materiales[a]

Material	Para radiación solar (~ 5 000 K) hacia una superficie a. temperatura ambiente $\alpha_{ambiente - solar}$	Para radiación a temperatura ambiente $\epsilon_{ambiente} = \alpha_{ambiente - ambiente}$
Ag, pulida	0,07	0,01
Al, lámina brillante o pulida	0,1-0,3	0,04-0,09
Cu, pulido	0,18	0,02-0,04
Hierro galvanizado, sometido a intemperie	0,89	0,23-0,28
Hg, limpio	—	0,09
Acero inoxidable # 301, pulido	0,37	0,16
Pintura blanca, brillante	0,18	0,92-0,96
Pintura negra, mate	0,97	0,96-0,98
Pintura de aluminio	0,55	0,51-0,67
Pavimento de asfalto, limpio	0,93	—
Hormigón, rugoso	—	0,94
Tierra, campo arado	0,75	—
Césped	0,75-0,80	—
Grava	0,29	—
Ladrillo rojo, rugoso	0,7-0,75	0,93
Papel para techos, negro	—	0,91
Papel blanco	0,28	0,95
Madera	—	0,90-0,04
Nieve, limpia	0,2-0,35	0,82
Hielo	—	0,97
Agua, masa profunda	—	0,96

[a] Tomados de las referencias de este capítulo.

Esto significa que el poder absorbente de una superficie para una radiación T_1 es igual a la emisividad de dicha superficie cuando está a T_1.

E. Cuerpos grises

Un objeto cuyo poder absorbente es el mismo para las radiaciones de cualquier temperatura se denomina cuerpo gris. Por tanto, para un cuerpo gris

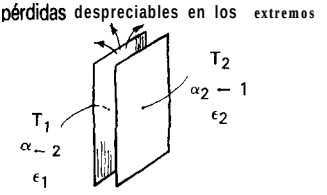
$$\alpha = \epsilon = \text{constante, para todas las temperaturas}$$

La aproximación de cuerpo gris se utiliza con frecuencia, puesto que simplifica enormemente los análisis difíciles.

F. Radiación entre dos superficies adyacentes

Si las caras de las superficies están suficientemente próximas de modo que toda la radiación que sale de una de ellas es interceptada por la otra, el intercambio neto de calor es

$$\dot{q}_{12} = \frac{\sigma A\left[\alpha_{2\leftarrow 1}\varepsilon_1 T_1^4 - \alpha_{1\leftarrow 2}\varepsilon_2 T_2^4\right]}{\alpha_{1\leftarrow 2} + \alpha_{2\leftarrow 1} - \alpha_{2\leftarrow 1}\alpha_{1\leftarrow 2}} \tag{9.67}$$



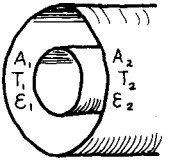
1. Para *dos superficies grises encaradas* $\alpha_{2\leftarrow 1} = \epsilon_2$, $\alpha_{1\leftarrow 2} = \epsilon_1$, de modo que la expresión anterior se reduce a

$$\dot{q}_{12} = \frac{\sigma A\left[T_1^4 - T_2^4\right]}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1} \tag{9.68}$$

2. Para *cilindros grises concéntricos se* obtiene, similarmente

Siempre el área menor

$$\dot{q}_{12} = \frac{\sigma A_1\left[T_1^4 - T_2^4\right]}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{A_1}{A_2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)} \tag{9.69}$$



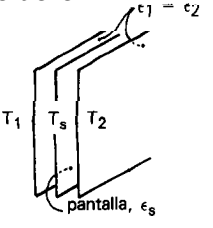
G. Radiación entre superficies próximas con pantallas intermedias

Si dos superficies encaradas están separadas por una pantalla opaca muy delgada, entonces si $\epsilon_1 = \epsilon_2$, siendo ϵ_s cualquier valor, se tiene

$$T_s^4 = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2} \tag{9.70}$$

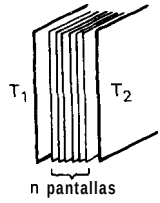
de la que

$$\dot{q}_{12} = \frac{1}{2}\,\frac{\sigma A\left[T_1^4 - T_2^4\right]}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_s} - 1} \tag{9.71}$$



Por consiguiente, una pantalla de material similar a las dos superficies radiantes reducirá a la mitad la transferencia de radiación entre dos superficies encaradas muy próximas. Extendiendo este análisis se encuentra para n pantallas de emisividad idéntica,-que

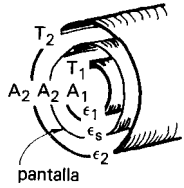
$$412 = \frac{1}{n+1}\,\frac{\sigma A\left[T_1^4 - T_2^4\right]}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_s} - 1} \tag{9.72}$$



Análogamente, para una pantalla entre tubos o alrededor de una esfera,

Siempre la del tubo interior

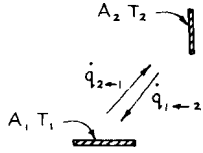
$$\dot{q}_{12} = \frac{\sigma A_1\left[T_1^4 - T_2^4\right]}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{A_1}{A_2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + \dfrac{A_1}{A_s}\left(\dfrac{2}{\varepsilon_s} - 1\right)} \tag{9.73}$$



En todos los casos las pantallas ***o escudos de radiación*** reducen el intercambio de calor radiante entre los cuerpos.

H. Factor geométrico o de visión para cuerpos negros

Si ambas superficies son negras y no están encaradas, entonces sólo una fracción de la radiación que sale de la superficie 1 es interceptada por la superficie 2. Esta fracción se denomina factor geométrico



o de visión F_{12}, y por tanto la radiación que saliendo de 1 es interceptada por 2 es

$$q_{2\leftarrow 1} = \sigma A_1 F_{12} T_1^4 \tag{9.74}$$

Análogamente, la radiación que saliendo de 2 es interceptada por 1 es

$$q_{1\leftarrow 2} = \sigma A_2 F_{21} T_2^4 \tag{9.75}$$

Si ambas temperaturas son iguales, no habrá intercambio neto de calor entre 1 y 2. Por consiguiente,

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \tag{9.76}$$

El intercambio neto de calor entre estas dos superficies es entonces

$$\dot{q}_{12} = \sigma A_1 F_{12} \left[T_1^4 - T_2^4 \right] \qquad \text{con } A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \tag{9.77}$$

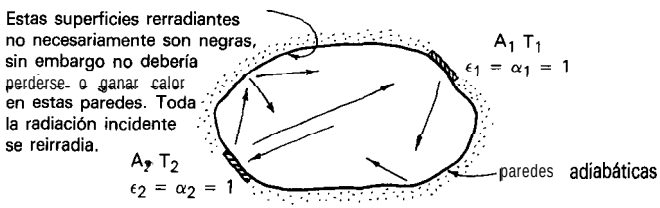
Si las superficies son grises, no negras, el intercambiador de calor viene dado por

$$\dot{q}_{12} = \sigma A F'_{12} \left[T_1^4 - T_2^4 \right] \tag{9.78}$$

donde

$$F'_{12} = \frac{1}{\dfrac{1}{F_{12}} + \left(\dfrac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \dfrac{A_1}{A_2} \left(\dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \tag{9.79}$$

1. Factor geométrico o de visión para dos cuerpos negros (o grises) conectados por superficies rerradiantes (refractarias)



El intercambio neto de calor entre las superficies negras 1 y 2 en presencia de superficies adiabáticas rerradiantes viene dado por

$$\dot{q}_{12} = \sigma A_1 \bar{F}_{12} \left(T_1^4 - T_2^4 \right) \tag{9.80}$$

(factor geométrico de esta nueva situación o factor refractario)

donde $\bar{F}_{12}$ depende de F_{12} y de la geometría de las superficies rerradiantes. Suponiendo, para simplificar, que las superficies 1 y 2 no pueden verse a sí mismas y que las superficies rerradiantes están todas a una misma temperatura, se encuentra que

$$\bar{F}_{12} = \frac{A_2 - A_1 F_{12}^2}{A_1 + A_2 - 2 A_1 F_{12}} \tag{9.81}$$

Como estas superficies rerradiantes devuelven algo de la radiación que de otro modo se perdería, $\overline{F}_{12}$ debería siempre ser mayor que F_{12}, y esto efectivamente es así.

Si las superficies 1 y 2 son grises, entonces

$$q_{12} = \sigma A_1 \mathscr{F}_{12}\left(T_1^4 - T_2^4\right) \tag{9.82}$$

donde $\mathscr{F}_{12}$ es el factor geométrico del cuerpo gris (factor gris) y viene dado por

$$\mathscr{F}_{12} = \frac{1}{\dfrac{1}{\overline{F}_{12}} + \left(\dfrac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) + \dfrac{A_1}{A_2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)} \tag{9.83}$$

Éste es el más general de los factores geométricos o de visión.

En el apéndice del libro de Siegel y Howell (1981) se pueden encontrar factores geométricos para más de 200 tipos diferentes de geometrías, y ecuaciones para 38 de estas geometrías. Las figuras 9.1-9.5, tomadas de Jakob (1957), muestran los factores geométricos para cinco geometrías sencillas.

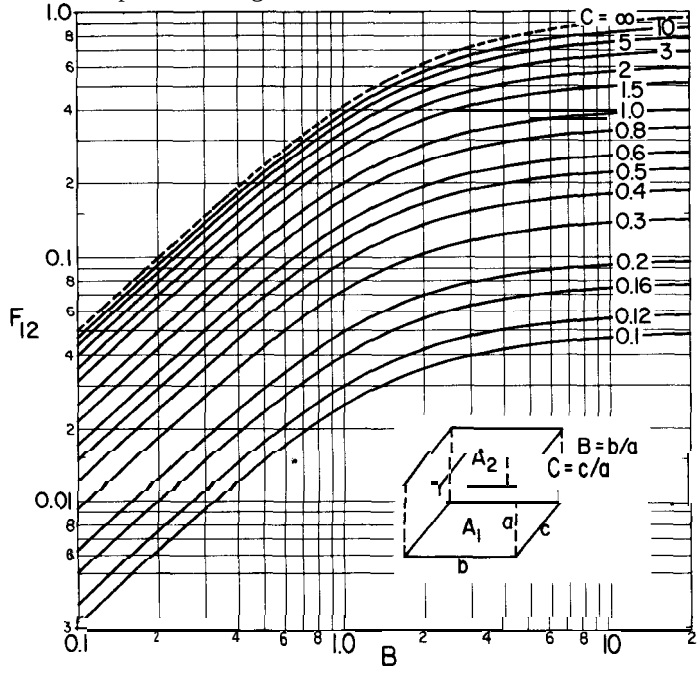


Fig. 9.1. Factor geométrico para dos superficies rectangulares iguales encaradas.

$$F_{12} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{BC}\ln\frac{1 + B^2 + C^2 + B^2C^2}{1 + B^2 + C^2} + \frac{2}{C}(1 + C^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{B}{(1 + C^2)^{1/2}}\right.$$

$$\left. \frac{2}{B}\tan^{-1}C - \frac{2}{C}\tan^{-1}B + \frac{2}{B}(1 + B^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{C}{(1 + B^2)^{1/2}}\right]$$

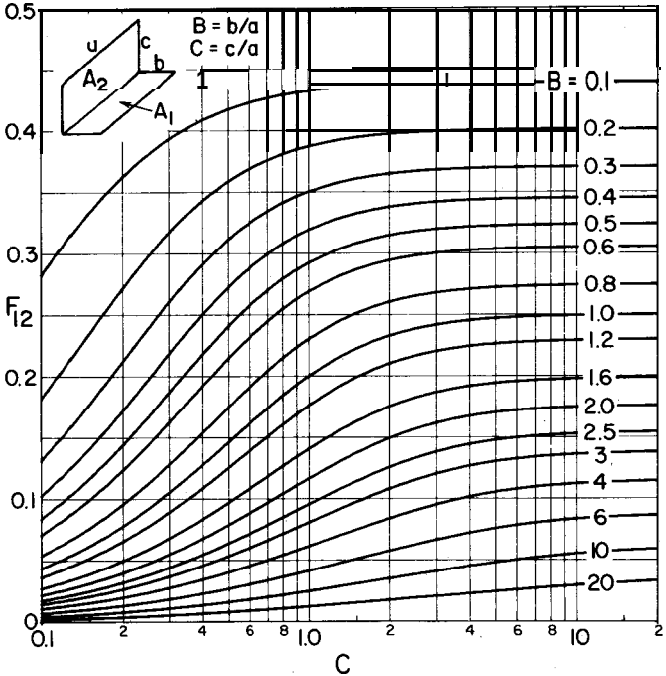


Fig. 9.2. Factor geométrico para dos superficies rectangulares perpendiculares con un lado común.

$$F_{12} = \frac{1}{\pi B}\left\{\frac{1}{4}\ln\left[(1+B^2+C^2)^{B^2+C^2-1}(1+B^2)^{1-B^2} \times (1+C^2)^{1-C^2}(B^2)^{B^2}(C^2)^{C^2}\right] \frac{1}{4}\ln(B^2+C^2)^{B^2+C^2} + B\tan^{-1}\frac{1}{B} + C\tan^{-1}\frac{1}{C} - (B^2+C^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{1}{(B^2+C^2)^{1/2}}\right\}$$

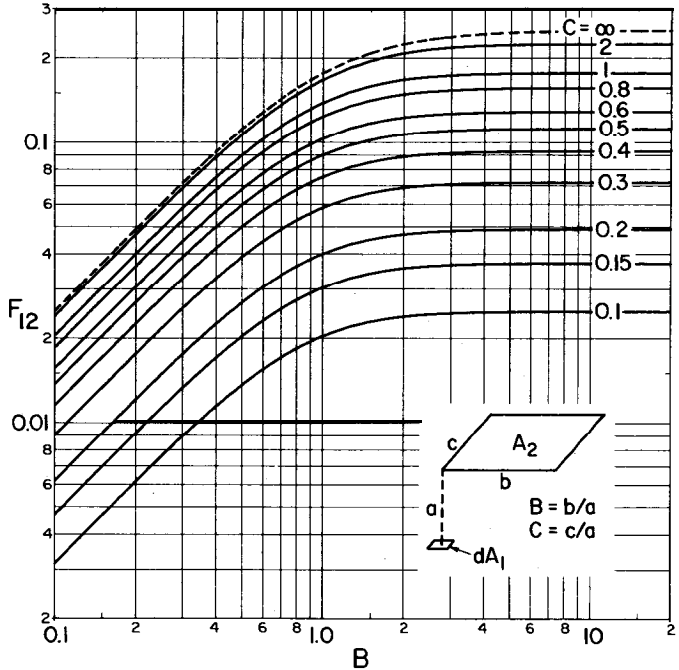


Fig. 9.3. Fracción de la radiación que saliendo de una superficie diferencial es interceptada por una superficie rectangular encarada, situada como se muestra en la figura.

$$F_{12} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{B}{(1+B^2)^{1/2}}\operatorname{sen}^{-1}\frac{c}{(1+B^2+C^2)^{1/2}} + \frac{C}{(1+C^2)^{1/2}}\operatorname{sen}^{-1}\frac{B}{(1+B^2+C^2)^{1/2}}\right)$$

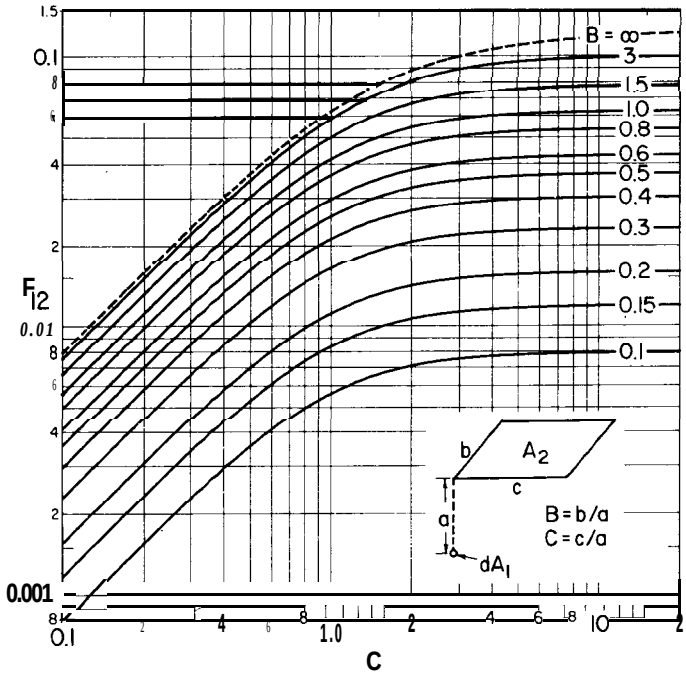


Fig. 9.4. Fracción de la radiación que saliendo de una esfera diferencial es interceptada por una superficie rectangular, situada como se muestra en la figura.

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi}\,\mathrm{sen}^{-1}\frac{BC}{(1 + B^2 + C^2 + B^2C^2)^{1/2}}$$

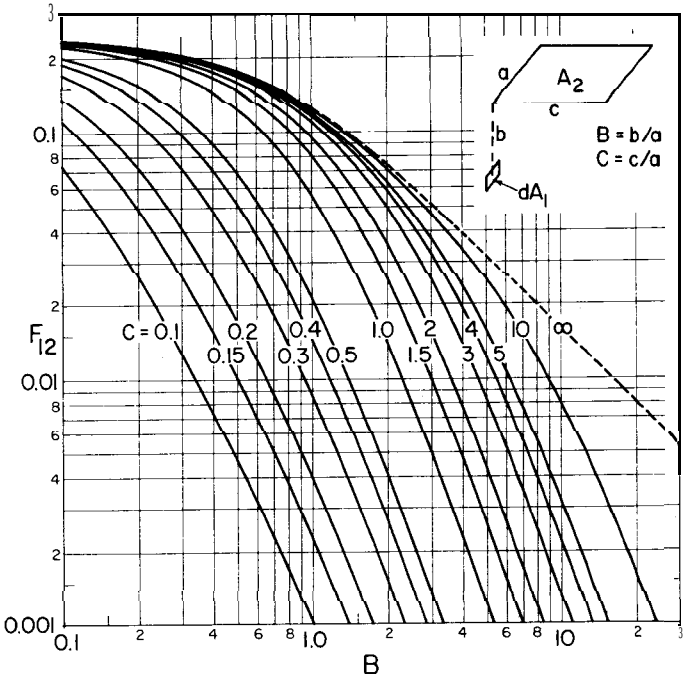


Fig. 9.5. Fracción de la radiación que saliendo de una superficie diferencial es interceptada por una superficie rectangular perpendicular a aquella, y está situada como se muestra en la figura.

$$F_{12} = \frac{1}{2\pi}\left[\mathrm{sen}^{-1}\frac{1}{(1 + B^2)^{1/2}} - \frac{B}{(B^2 + C^2)^{1/2}}\,\mathrm{sen}^{-1}\frac{1}{(1 + B^2 + C^2)^{1/2}}\right]$$

J. Extensiones

Los gases cuyas moléculas no son simétricas con respecto a los tres ejes principales (NH_3, CO, CO_2, H_2O, HCl..., etc.) absorben y emiten cantidades importantes de radiación a alta temperatura. Las moléculas simétricas (O_2, H_2, N_2, ... etcétera) no absorben o emiten significativamente en el intervalo de temperatura de interés práctico.

Las interacciones caloríficas entre los gases absorbentes y las superficies se tienen en cuenta mediante una emisividad característica y un factor geométrico característico, como si fueran sistemas de dos superficies. Las nubes de partículas finas, hollín, llamas luminosas, etc,, se tratan de la misma manera.

Estos temas no se tratarán aquí. El lector deberá acudir a la bibliografía para estudios adicionales sobre estos temas.

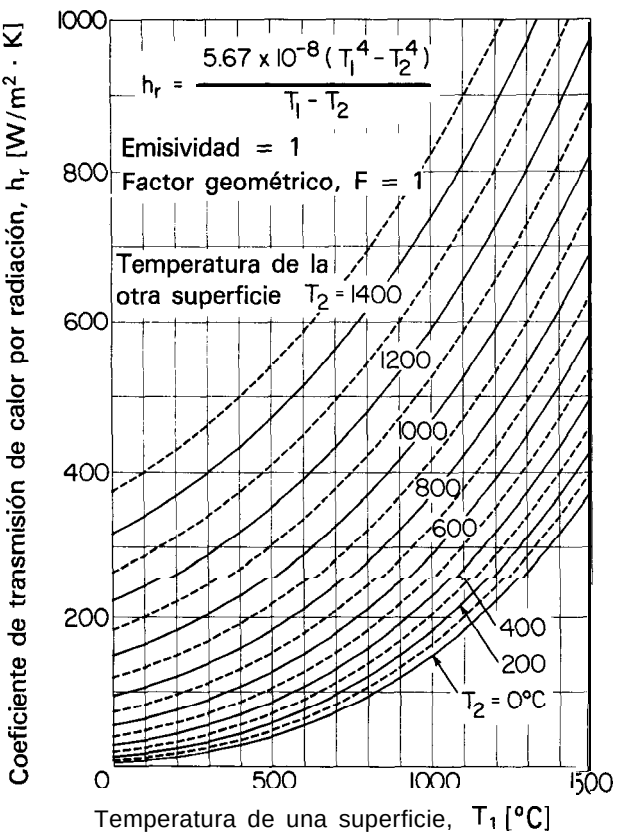


Fig. 9.6. Radiación entre dos superficies en términos de un coeficiente de transmisión de calor.

K. Estimación de la magnitud de h_r

Con fines de diseño es necesario saber si la transferencia de calor por radiación es apreciable comparada con los otros mecanismos competitivos y si se necesita considerar en cualquier análisis. La figura 9.6 es útil para esta finalidad. Proporciona el coeficiente de transmisión de calor por radiación entre dos superficies negras ($\epsilon = \alpha = 1$) encaradas ($F = 1$). Para encontrar $h_{r,\,\text{real}}$ para una situación determinada, se multiplica el valor de h_r dado en esta figura por $\epsilon < 1$ y $\mathcal{F} < 1$. Por consiguiente

$$h_{r,\,\text{real}} = \varepsilon \mathcal{F} h_{r,\,\text{figura}}$$

Si $h_r \ll h_{\text{convección}}$, se ignora la contribución de la radiación a la transferencia global de calor. Una observación de la figura muestra que h_r llega a ser muy grande a temperaturas altas.

REFERENCIAS Y LECTURAS RELACIONADAS

Conducción

E. F. Adiutori, *The New Heat Transfer,* Venturo, Cincinnati (1974).
W. H. McAdams, *Heat Trunsmission,* Third Ed., McGraw-Hill, New York (1954).
J. R. Welty, *Engineering Heat Transfer,* Second Ed., Wiley, New York (1978).

Convección

J. S. M. Botterill, «Fluidized Bed Behavior», in *Fluidized Beds, Combustion and Applications* (J. R. Howard ed.), Applied Science, New York (1983).
V. Cavaseno, ed., *Process Heat Exchange,* pp. 20, 101, 130, 140, McGraw-Hill, New York (1979).
W. M. Kays and M. E. Crawford, *Convective Heat and Mass Transfer,* Second Ed., Chapter 8, McGraw-Hill, New York (1980).
D. Kunii and 0. Levenspiel, *Fluidization Engineering,* Krieger Melbourne, FL (1979).
W. H. McAdams, *Heat Trunsmission,* Third ed., McGraw-Hill, New York (1954).
R. H. Perry and C. H. Chilton, *Chemical Engineers' Hundbook,* Fifth Ed., Sec. 10, McGraw-Hill, New York (1973).
W. E. Ranz and W. R. Marshall, Jr., Evaporation from drops, *Chem. Eng. Prog. 48,* 141 (1952).

Radiación

H. C. Hottel, Radiant heat transmission, *Mech. Eng. 52, 699* (1930).
H. C. Hottel and A. F. Sarofim, *Radiative Transfer,* McGraw-Hill, New York (1967).
M. Jakob, *Heat Transfer,* Vol. 2, Wiley, New York (1957).
W. H. McAdams, *Heat Transmission,* Third Ed., Chapter 4, McGraw-Hill, New York (1954).
M. Siegel and J. R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer,* Second Ed., McGraw-Hill, New York (1981).

Capítulo 10 COMBINACIÓN DE RESISTENCIAS DE TRANSMISIÓN DE CALOR

La pérdida de calor desde una habitación caliente a través de una pared al exterior frío implica tres etapas de transmisión de calor en serie: (i) convección en la superficie interior de la pared; (ii) conducción a través de la pared; y (iii) convección en el exterior de la pared. Considérese el fuego de una chimenea. En este caso el calor alcanza la habitación por radiación desde las llamas y también por convección del aire en movimiento. Estos procesos tienen lugar en paralelo. Existen muchos procesos como éstos que implican una serie de etapas de transmisión de calor, algunas veces en serie, otras en paralelo y otros en forma combinada.

Para encontrar el efecto global de una serie de etapas de transmisión de calor en serie y en paralelo se acudirá a la analogía con la teoría eléctrica. Para procesos en serie las resistencias son aditivas, así

$$R_{\text{global}} = R_1 + R_2 + R_3 \tag{10.1a}$$

o, en función de las conductancias

$$\frac{1}{C_{\text{global}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3} \tag{10.1b}$$

Para procesos en paralelo, son las conductancias las que son aditivas. Por consiguiente,

$$C_{\text{global}} = C_1 + C_2 + C_3 \tag{10.2a}$$

o, en función de las resistencias,

$$\frac{1}{R_{\text{global}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \tag{10.2b}$$

En la situación serie-paralelo de la Fig. 10.1a, se tiene

$$\frac{1}{C_{\text{global}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \tag{10.3}$$

y para el esquema de la Fig. 10.1b

$$C_{\text{global}} = C_1 + \frac{1}{\dfrac{1}{C_2} + \dfrac{1}{C_3}} \tag{10.4}$$

Para procesos en serie un vistazo a la ecuación (10.1) muestra que la etapa con mayor resistencia domina y determina, en su mayor parte, la resistencia global. Las resistencias mucho menores que aquélla pueden ignorarse.

Para procesos en paralelo el tema es bastante diferente, ya que la ecuación (10.2) muestra que el término con conductancia mayor (es decir menor resistencia) domina y determina en su mayor parte la conductancia global del proceso. Las conductancias mucho menores que aquélla pueden ignorarse.

Siempre que una etapa particular domina en el proceso global excluyendo las otras etapas, aquélla se denomina etapa controlante del proceso.

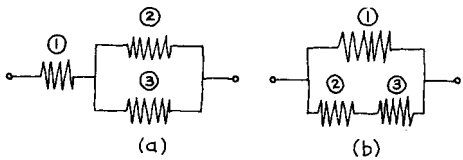


Fig. 10.1. Dos esquemas serie-paralelo de resistencias a la transmisión de calor.

En la transmisión de calor, las conductancias individuales se representan por el coeficiente de convección h, la conductividad por unidad de longitud $k/\Delta x$ y el coeficiente de radiación h_r, mientras que la conductancia global para el proceso se representa por el coeficiente global de transmisión de calor, U. Este coeficiente es de principal importancia en el diseño de intercambiadores de calor. A continuación se muestra la expresión correspondiente al coeficiente global de transmisión de calor U para unas cuantas situaciones representativas. En los problemas al final del capítulo se presentan otras situaciones.

A. Transmisión de calor fluido - fluido a través de una pared

Como se muestra en la Fig. 10.2, el material de la pared y las dos películas de fluido contribuyen a la resistencia a la transmisión de calor. Por tanto, se tiene

$$\dot{q} = h_{12}A(T_1 - T_2)$$

$$\dot{q} = \frac{k_{23}A}{\Delta x_{23}}(T_2 - T_3)$$

$$\dot{q} = h_{34}A(T_3 - T_4)$$

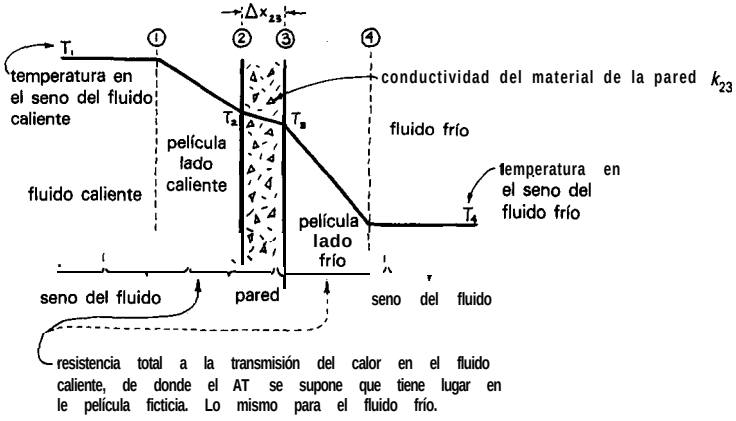


Fig. 10.2. Transmisión de calor desde un fluido a otro fluido separados por una pared.

Combinando y eliminando las temperaturas intermedias T_2 y T_3 se obtiene

$$\dot{q} = -UA\Delta T \qquad \text{donde} \quad \frac{1}{U} = \frac{1}{h_{12}} + \frac{\Delta x_{23}}{k_{23}} + \frac{1}{h_{34}} \tag{10.5}$$

En un caso más general, si existen depósitos salinos sobre las superficies de la pared de separación, éstos representan dos resistencias adicionales en serie, como se muestra en la Fig. 10.3. En este caso se tiene

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_{12}} + \frac{\Delta x_{23}}{k_{23}} + \frac{\Delta x_{34}}{k_{34}} + \frac{\Delta x_{45}}{k_{45}} + \frac{1}{h_{56}} \tag{10.6}$$

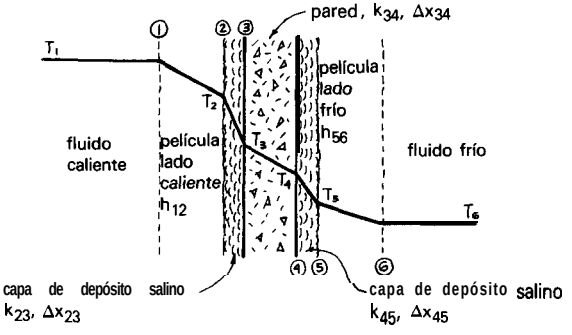


Fig. 10.3. Transmisión de calor a través de una pared plana que tiene depósitos salinos.

Nótese que las ecuaciones (10.5) y (10.6) son de la forma de la ecuación (10.1) que representa resistencias en serie. Por consiguiente, si cualquier etapa de resistencia particular es mucho mayor que todas las otras (h bajo o $k/\Delta x$ bajo), dominará y determinará la resistencia global del proceso.

B. Transmisión de calor fluido ▪ fluido a través de la pared de un tubo cilíndrico

Considérese la transmisión de calor desde un fluido caliente a T_1 a un fluido frío a T_6 a través de un tubo con recubrimientos de depósitos salinos delgados (por tanto $A_2 \cong A_3$ y $A_4 \cong A_5$), como se muestra en la Fig. 10.4. Teniendo en cuenta que todas las resistencias son en serie se puede demostrar que

$$q = -UA\Delta T_{\text{global}} = U_3A_3(T_1 - T_6) = U_4A_4(T_1 - T_6)$$

con

$$\frac{1}{U_3A_3} = \frac{1}{U_4A_4} = \frac{1}{h_{12}A_3} + \frac{\overset{\text{Depósito salino}}{\Delta x_{23}}}{k_{23}A_3} + \frac{\overset{\text{pared}}{\Delta x_{34}}}{k_{34}A_{34,ml}} + \frac{\overset{\text{Depósito salino}}{\Delta x_{45}}}{k_{45}A_4} + \frac{1}{h_{56}A_4} \tag{10.7}$$

donde

$$A_{34,ml} = \frac{A_4 - A_3}{\ln\dfrac{A_4}{A_3}} \cong \frac{A_4 + A_3}{2} \qquad \text{si } \frac{A_4}{A_3} < 2$$

Nótese que el valor de U obtenido depende del área escogida (área interior o exterior del tubo).

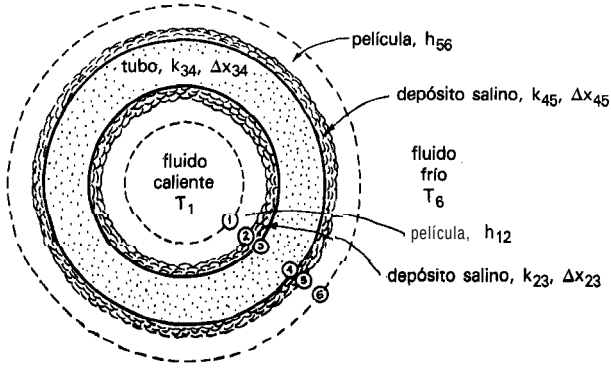


Fig. 10.4. Transmisión de calor a través de la pared de un tubo con depósitos salinos.

C. Conducción a través de una pared seguida por convección y radiación

La transmisión de calor por conducción o convección es proporcional a la diferencia de temperatura existente, mientras la transmisión por radiación es proporcional a la diferencia de T^4. Por consiguiente, la última es mucho más sensible a la temperatura y dominará para temperaturas altas, pero será despreciable para temperaturas bajas.

Para ser capaz de valorar las contribuciones relativas de los diversos mecanismos y ser capaz de combinarlos, se necesita expresarlos en la misma medida. Se puede poner la transmisión por radiación en función de un coeficiente de transmisión de calor haciendo

$$q = h_r A_1 (T_1 - T_2) = \underbrace{\sigma A_1 \mathcal{F}_{12} (T_1^4 - T_2^4)}_{\text{o la expresión apropiada del capítulo 9}}$$

Por consiguiente, el coeficiente de transmisión de calor por radiación es:

$$h_r = \frac{\sigma \mathcal{F}_{12} (T_1^4 - T_2^4)}{T_1 - T_2} \tag{10.8}$$

Considérese ahora la conducción de calor a través de una lámina seguida por convección a un fluido a T_3 y radiación a una superficie encerada a T_3, como se esquematiza en la Fig. 10.5. Ésta es una situación serie-paralelo como la mostrada en la ecuación (10.3), 0 sea

$$\frac{1}{C_{\text{total}}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{23,\text{conv}} + C_{23,\text{rad}}}$$

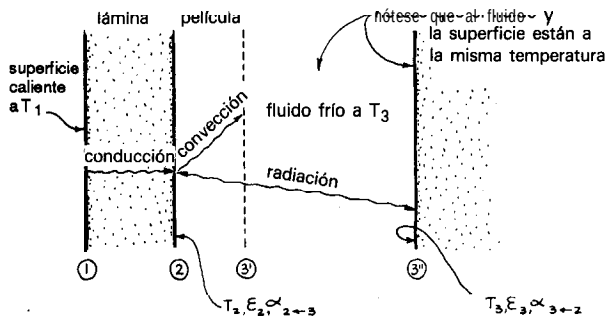


Fig. 10.5. Conducción a través de una pared seguida por convección y radiación en paralelo.

En el lenguaje de transmisión de calor, esta combinación de las conductancias da

$$\dot{q}_{13} = -UA\Delta T = UA(T_1 - T_3)$$

donde

$$\frac{1}{U} = \frac{\Delta x_{12}}{k_{12}} + \frac{1}{h_{23,\text{conv}} + h_{23,\text{rad}}} \tag{10.9}$$

y donde, de la ecuación (9.67) para las superficies fuente y sumidero paralelas

$$h_{23,\text{rad}} = \frac{\sigma\left[\alpha_{3\leftarrow 2}\varepsilon_2 T_2^4 - \alpha_{2\leftarrow 3}\varepsilon_3 T_3^4\right]}{(\alpha_{2\leftarrow 3} + \alpha_{3\leftarrow 2} - \alpha_{3\leftarrow 2}\alpha_{2\leftarrow 3})(T_2 - T_3)}$$

D. Convección y radiación entre dos superficies a temperaturas diferentes

Considérese ahora un caso más complejo en el que el calor se pierde desde una superficie 1 por convección a un fluido a T_2, pero también por radiación a través del fluido «transparente» hacia una superficie paralela a T_3, como se muestra en la Fig. 10.6. El calor perdido por la superficie viene dado por

$$\begin{aligned}\dot{q}_1 &= \dot{q}_{12,\text{conv}} + \dot{q}_{13,\text{rad}} \\ &= h_{12,\text{conv}}A(T_1 - T_2) + h_{13,\text{rad}}A(T_1 - T_3)\end{aligned}$$

donde, de la ecuación (9.67),

$$h_{13,\text{rad}} = \frac{\sigma A\left[\alpha_{3\leftarrow 1}\varepsilon_1 T_1^4 - \alpha_{1\leftarrow 3}\varepsilon_3 T_3^4\right]}{(\alpha_{1\leftarrow 3} + \alpha_{3\leftarrow 1} - \alpha_{1\leftarrow 3}\alpha_{3\leftarrow 1})(T_1 - T_3)}$$

En función de $T_1 - T_2$ se tiene

$$\dot{q}_{1\rightarrow} = U_{12}A(T_1 - T_2) \qquad \text{donde } U_{12} = h_c + h_r\left(\frac{T_1 - T_3}{T_1 - T_2}\right) \tag{10.10}$$

o en función de $T_1 - T_3$

$$\dot{q}_{1\rightarrow} = U_{13}A(T_1 - T_3) \qquad \text{donde } U_{13} = h_c\left(\frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_3}\right) + h_r \tag{10.11}$$

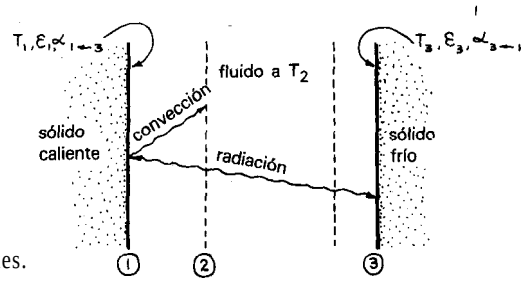


Fig. 10.6. Transmisión de calor entre dos superficies a temperaturas diferentes.

Nótese que la razón de temperaturas aparece en un término h, siempre que éste se base en un AT, mientras U y el otro h se basan en otro AT.

E. Determinación de la temperatura de un gas

Como ejemplo final de la interacción de estos modos de transmision de calor se considerará ahora la determinación de la temperatura de un gas caliente que circula por un tubo. Como se muestra en el esquema de la Fig. 10.7 el termopar se protege mediante una funda, práctica común con gases corrosivos. En primer lugar, como no hay pérdida de calor por el termopar o el gas dentro de la funda.

$$T_{tc} = T_{sh}$$

Ahora se hace un balance de calor para la funda. El calor entra por convección desde el gas caliente; sin embargo, sale por radiación neta hacia las paredes más frías. Por tanto, en estado estacionario.

$$q_{\text{convección a la funda}} + q_{\text{intercambio de radiación entre la funda y las paredes}} = 0$$

$$h_{\text{conv}}\left(T_g - T_{sh}\right) = \sigma\varepsilon_{sh}\left(T_{sh}^4 - T_w^4\right)$$

Para flujo de gas exterior y normal a un cilindro

Para un cuerpo gris completamente rodeado, utilícese la ecuación (9.65)

y recuérdese que $T_{sh} = T_{tc}$

$$T_g = T_{tc} + \frac{\sigma\varepsilon_{sh}}{h_{\text{conv}}}\left(T_{tc}^4 - T_w^4\right) \tag{10.12}$$

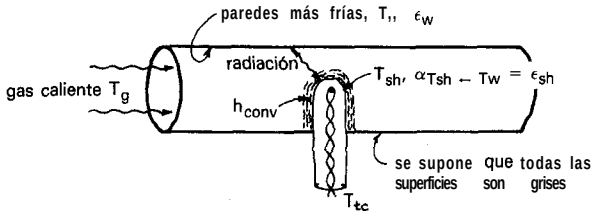


Fig. 10.7. Temperatura de un gas mediante un termopar enfundado.

La temperatura de la funda (por tanto del termopar) estará entre la temperatura del gas y la de la pared. Un h_{conv} elevado y una ϵ_{sh} baja conducen a que el termopar mida realmente la temperatura del gas $(T_g \cong T_{tc})$, mientras que un h_{conv} bajo y una ϵ_{sh} alta hacen que el termopar mida la temperatura de la pared $(T_{tc} \cong T_w)$.

Este tipo de convección por efecto de la radiación es muy importante a altas temperaturas.

F. Extensiones

Para otras situaciones más complicadas

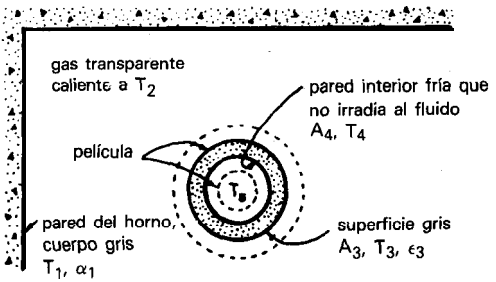
- se escriben todos los términos de intercambio individuales y se eliminan todas las temperaturas intermedias. Este procedimiento se ilustra en la sección A, más arriba; o bien,
- se desarrolla la analogía eléctrica, se encuentra la conductancia global o resistencia global, y entonces se reemplazan por los términos de flujo de calor. Este procedimiento se ilustra en la sección C, más arriba.

Normalmente, el último procedimiento es más sencillo, pero con más de una fuente y un sumidero de calor se debe tener cuidado en utilizar esta solución, como se muestra en la sección D, más arriba.

PROBLEMAS SOBRE COMBINACIÓN DE RESISTENCIAS

Horno tubular. Un tubo que transporta un fluido pasa a través de un gran horno caliente. Desarróllese una expresión para el calor absorbido por el fluido utilizando la nomenclatura y los valores dados a continuación.

10.1. Supóngase que las paredes del horno y el gas del horno están a la misma temperatura, $T_1 = T_2$.

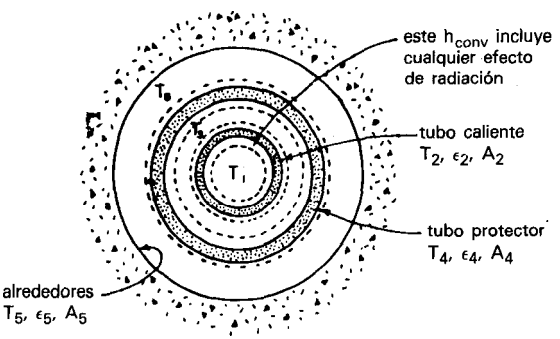


10.2. Considérese que el gas del horno y las paredes del mismo están a temperaturas diferentes, o sea $T_1 \neq T_2$.

10.3. Considérese $T_1 \neq T_2$, e inclúyase resistencia debida a depósitos salinos en el interior y en el exterior del tubo. Renumérense todas las magnitudes en la Fig. 10.P1 desde 1 hasta 7.

10.4. Un gas transparente circula por un canal rodeado por dos superficies paralelas próximas que están a diferentes temperaturas. Desarróllese una expresión para el intercambio de calor entre estas superficies, por convección y por radiación. Supóngase que ambas superficies son grises y tienen la misma emisividad ϵ.

10.5. ***Tubos** concéntricos.* Encuéntrese una expresión para la pérdida de calor desde un fluido caliente, que circula por un tubo, hacia los alrededores. El tubo caliente está protegido por un tubo pantalla concéntrico.



Considérese que hay radiación entre los tubos interior y exterior y entre el tubo exterior y los alrededores; considérese que los tubos tienen una resistencia despreciable a la conducción y que se trata de superficies grises de emisividad ϵ; y refiérase el valor de U al área exterior del tubo caliente A_2. Para nomenclatura adicional véase el esquema más arriba.

Un termopar, protegido por una funda de acero inoxidable, se coloca en un conducto precalentador de aire. Para la velocidad del aire que circula por el tubo se estima que h_{conv} = 100 W/m^2 K. Encuéntrese la temperatura del aire caliente.

10.6. Sí el termopar lee T_{tc} = 400 K y si la temperatura de las paredes de acero es T_w = 300 K.

10.7. Si T_{tc} = 1000 K y si T_w = 900 K. Nótese cómo aumenta fuertemente el error en la lectura de T_{tc} (debido a la intrusión de la radiación) a medida que el nivel de temperatura aumenta.

10.8. ***De acorazado a pista depatinaje.*** Mi vecino no puede resistirse a las subastas, y la última semana compró el acorazado de la Segunda Guerra Mundial USS *Iowa* por $ 277,00. Tiene grandes planes para esta reliquia de guerra y desea llevarlos a cabo tan pronto como sea posible, Uno de sus esquemas es construir una pista de patinaje cercana, utilizando planchas de acero en vez de tubos para hacer circular el refrigerante. Por consiguiente el suelo de la pista consistirá en una doble capa de planchas de acero a corta distancia, circulando el refrigerante entre ellas y el hielo encima. Es importante que no se forme agua en la superficie del hielo. Con esta restricción en mente, ¿qué espesor deberá tener la capa de hielo? El refrigerante está a -18 °C.

(a) Realícense primero los cálculos ignorando la transmisión de calor por radiación.

(b) A continuación inclúyase la contribución de la radiación.

Comparando estas respuestas, dígase si la contribución de la radiación es importante.

10.9. ***Hornos cerámicos.*** El negocio es tan bueno en la *Cerámica Oeste* que el maestro ceramista planea construir un nuevo horno más grande de aproximadamente 2 *m* de alto, donde realizar la cocción de sus creaciones artísticas, Estímese:

(a) la temperatura exterior de la pared vertical de este horno.

(b) la pérdida de calor a través de esta pared.

Datos: La temperatura interior de la pared del horno será 1150 °C; la temperatura ambiente es 20 °C. La pared del horno será de 20 cm de espesor, hecha de ladrillo refractario para alta temperatura (k = 0,1 W/m K, ϵ = 0,8).

Nota: La solución del problema anterior sugiere que no se debería ignorar la radiación desde la pared al entorno.

10.10. ***Temperatura de un prototipo espacial.*** Estímese la temperatura de una sonda espacial esférica cuando pasa por Marte camino de planetas más lejanos.

Datos: Temperatura efectiva del Sol = 6 150 K
Radio del Sol = 695000 km
Distancia del Sol a la Tierra = 148000000 km.
Distancia del Sol a Marte = 228000000 km.
La pared del prototipo es de acero inoxidable # 301

Para información relativa al problema véase ***Science*** 127,811 (1958); 128,208 (1958).

10.11. ***Temperatura de la Tierra.*** ¿Cuál sería la temperatura media de la Tierra si se puede considerar como un cuerpo gris? Véase problema anterior para los datos.

10.12. ***Aislamiento de conductos de aire caliente.*** Energy Savers, Inc., se turbaron al descubrir que los conductos de aire caliente bajo nuestro edificio no están aislados -tubos de hojalata reluciente de 300 mm (ϵ = 0,05). Lo que equivale a un despilfarro de energía.

Nos urgieron a que se aislaran inmediatamente, debido a que cada minuto de retraso nos cuesta dinero.

Se podría optar por su aislamiento prefabricado de espuma expandida. Sin embargo, para una solución realmente definitiva recomiendan fuertemente su fórmula patentada de doble protección -una capa de 1,6 mm de cartón aislante especialmente grueso (k = 0,15 J/m K), fuertemente pegado al tubo, y entonces un recubrimiento de una pintura de aluminio de baja emisividad (ϵ = 0,55) repelente a los insectos, no biodegradable, y de larga duración. Aunque es más laborioso y más costoso, aseguran que esto es lo mejor que la tecnología moderna puede ofrecer.

Supongo que tienen razón. Sin embargo, antes de firmar el contracto me gustaría saber si el ahorro energético sería realmente substancial. Por tanto, ¿podría determinar qué fracción de la pérdida original de energía se evita? Para estos cálculos tómese la temperatura de las paredes del tubo como 75 °C, y 5 °C como la del entorno.

Capítulo II CALENTAMIENTO Y ENFRIAMIENTO DE OBJETOS SÓLIDOS EN ESTADO NO ESTACIONARIO

Si se sumerge un objeto caliente en agua fría se enfría, pero no instantáneamente. Dos factores gobiernan la velocidad de enfriamiento del objeto:

- la resistencia de la película en la superficie del objeto, caracterizada por el valor de h para aquella situación; y
- la velocidad del flujo de calor desde el interior hacia afuera del objeto. La ecuación diferencial que gobierna este proceso es

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2}\right) \tag{11.1}$$

donde

$$\alpha = \frac{k_s}{\rho_s C_s}, \text{ difusividad térmica } [\mathrm{m^2/s}]$$

Y

T_s = temperatura en un punto cualquiera del objeto [K]

Una medida adimensional para la conducción, que tiene en cuenta el tiempo de enfriamiento y el tamaño del objeto, viene dado por el número de Fourier

$$\mathrm{Fo} = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{\alpha t}{(V/A)^2} = \frac{k_s}{\rho_s C_s} \cdot \frac{t}{(V/A)^2} \tag{11.2}$$

donde la longitud característica del objeto

$$L \begin{cases} = \dfrac{\text{volumen}}{\text{superficie}} = \dfrac{V}{A} & \text{en general} \\[2ex] = \dfrac{\text{espesor}}{2} & \text{para una lámina} \\[2ex] = \dfrac{R}{2} & \text{para un cilindro} \\[2ex] = \dfrac{R}{3} & \text{para una esfera} \end{cases} \tag{11.3}$$

La importancia relativa de los términos de resistencia en la superficie y en el interior se miden mediante el número de Biot, un grupo adimensional definido como

$$\text{Bi} = \left| \frac{\text{resistencia interior}}{\text{resistencia en la superficie}} \right| = \frac{h(V/A)}{k_s} = \frac{hL}{k_s} \tag{11.4}$$

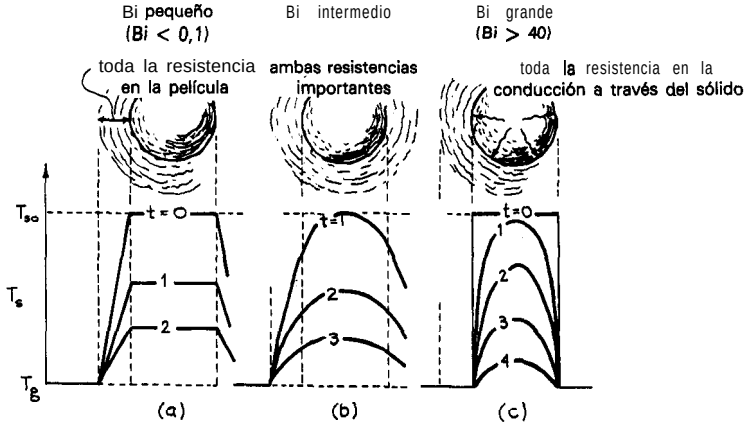


Fig. 11.1. Historia temperatura-tiempo de un enfriamiento de una partícula para diferentes intervalos del número de Biot.

Para un número de Biot pequeño la principal resistencia está en la película, para un número de Biot grande la principal resistencia es la conducción del calor hacia afuera del objeto. La figura 11.1 muestra la historia temperatura-tiempo para diversos regímenes en una partícula esférica.

Se considerarán primero los dos casos extremos y a continuación el caso general en que ambas resistencias son importantes. Los gráficos de diseño presentan compactamente el intervalo total de situaciones para diversas formas de partículas.

I. ENFRIAMIENTO DE UN OBJETO CUANDO TODA LA RESISTENCIA ESTÁ EN SU SUPERFICIE (Bi = $hL/k_s \to 0$)

Este caso extremo contempla el objeto isotermo en cualquier instante, es decir hay un enfriamiento (o calentamiento) simultáneo de todo el objeto con el tiempo, como se ilustra en las Figs. 11.1a y 11.2. Este tipo de análisis, en el que el sistema en cuestión presenta propiedades uniformes en su conjunto, se denomina un análisis de *parámetro* ***amontonado (no distribuido).*** Un balance de calor alrededor del objeto caliente que se está enfriando da

$$-\dot{q} = \begin{pmatrix}\text{caudal de transmisión}\\ \text{de calor a través de}\\ \text{la película}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{caudal de pérdida de calor}\\ \text{desde el objeto}\end{pmatrix} \quad [\mathrm{W}]$$

$$= hA(T_s - T_g) = -\underbrace{W}_{V\rho_s}C_s\frac{dT_s}{dt} \tag{11.5}$$

Separando e integrando para $hA/V\rho_s C_s$ constante, se obtiene

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}} = \frac{T_s - T_g}{T_{s0} - T_g} = e^{-\mathrm{Fo}\cdot\mathrm{Bi}} = e^{-(ht/\underbrace{L}_{L\,=\,V/A,\ \text{longitud característica}}\rho_s C_s)} \tag{11.6}$$

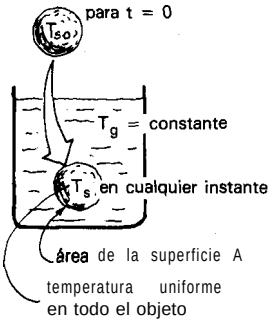


Fig. 11.2

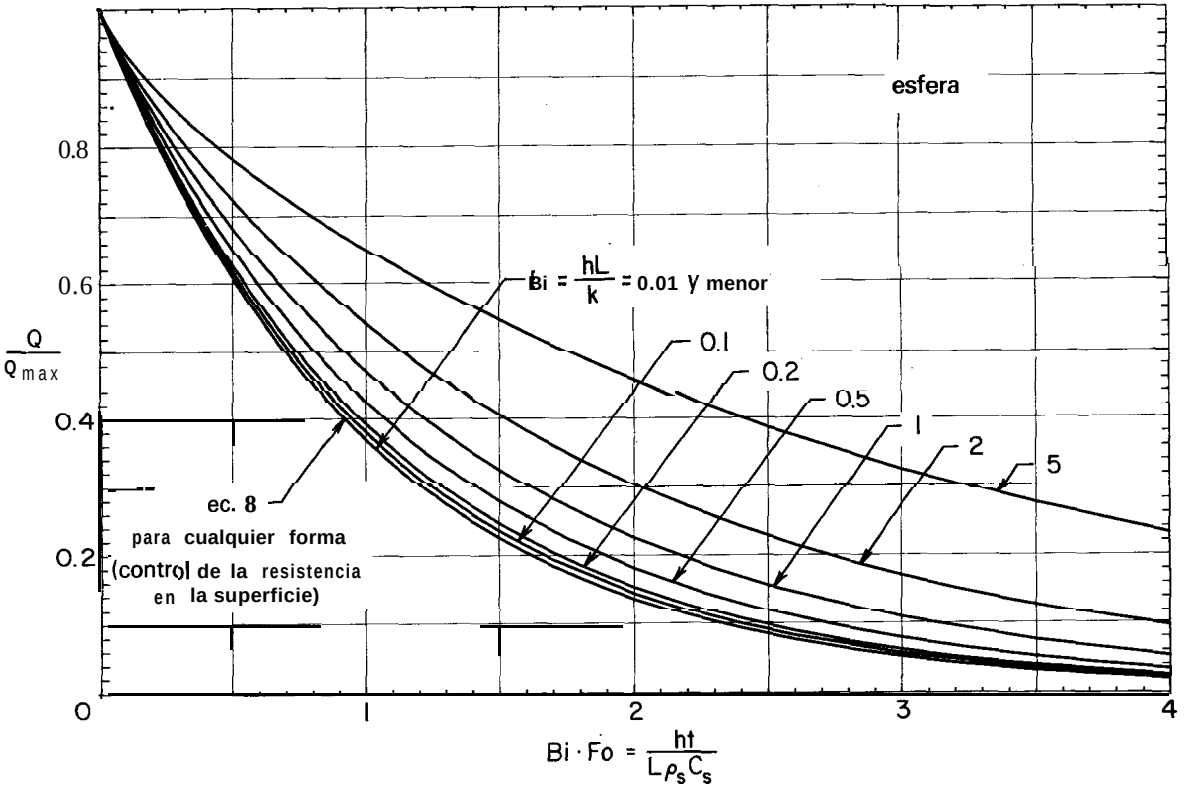


Fig. 11.3. Enfriamiento de un objeto de cualquier forma cuando controla la resistencia en la superficie (curva inferior), y enfriamiento de esferas en general (todas las curvas).

El caudal instantáneo de pérdida de calor desde el objeto se encuentra combinando las ecuaciones (ll .5) y (ll .6), o sea

$$-\dot{q} = -\rho_s C_s V \frac{dT_s}{dt} = hA\left(T_{s0} - T_g\right)e^{-\mathrm{Fo}\cdot\mathrm{Bi}} \tag{11.7}$$

Además, el enfriamiento fracciona1 del objeto se encuentra integrando la ecuación (11.7), o más sencillamente, a partir de la ecuación (11.6). Por tanto

$$\left.\frac{\text{calor que abandona el objeto en el tiempo } t}{\text{calor total que podría perderse}}\right\} = \frac{T_s - T_g}{T_{s0} - T_g} = e^{-\mathrm{Fo}\cdot\mathrm{Bi}} = e^{-(ht/L\rho_s C_s)} \tag{11.8}$$

La curva inferior de la Fig. ll .3 representa la ecuación para este caso. Nótese que una curva representa todas las formas de sólidos.

II. ENFRIAMIENTO DE UN OBJETO QUE TIENE UNA RESISTENCIA EN LA SUPERFICIE DESPRECIABLE (Bi = $hL/k_s \to \infty$)

En este caso extremo, cuando el objeto se sumerge en el fluido frío, su superficie inmediatamente adquiere la temperatura del fluido y la conducción dentro del objeto es lo importante. Esto se ilustra en las Figs. ll. lc y ll .4. La solución de la ecuación (11.1) para una lámina de una serie infinita rápidamente convergente para la temperatura T_s en cualquier lugar del objeto e instante

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}} = \frac{T_s - T_g}{T_{s0} - T_g} = \frac{4}{\pi}\left(e^{-a}\operatorname{sen} b + \frac{1}{3}e^{-9a}\operatorname{sen} 3b + \frac{1}{5}e^{-25a}\operatorname{sen} 5b + \cdots\right) \tag{11.9}$$

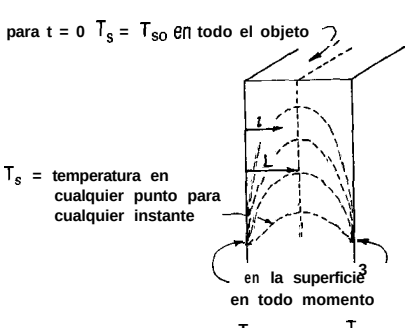


Fig. 11.4. Enfriamiento de un **objeto de** resistencia **en la** superficie despreciable.

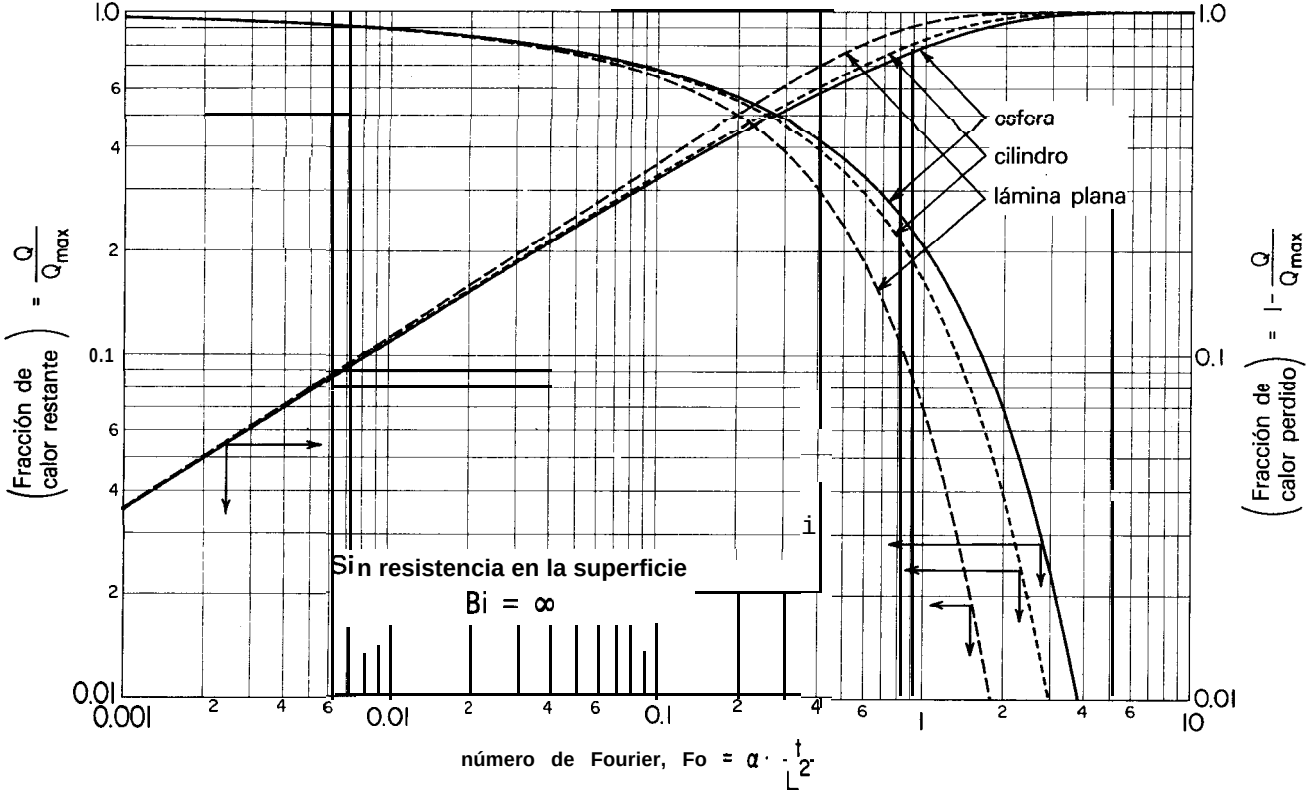


Fig. **11.5.** Calor perdido y calor restante en el enfriamiento de un objeto con resistencia en la superficie despreciable [Gráfica preparada por Mator (1982)].

donde

$$a = \frac{\pi \alpha t}{4L^2}$$

Y

$$b = \frac{\pi l}{2L}$$

La fracción de calor total restante en la lámina viene dada por

$$\frac{Q}{Q_{max}} = \left(\frac{\text{calor restante en la lámina}}{\text{calor total inicial en la lámina}} \right) = \frac{8}{\pi^2} \left(e^{-a} + \frac{1}{9} e^{-9a} + \frac{1}{25} e^{25a} + \cdots \right) \quad (11.10)$$

Se han deducido ecuaciones similares para cilindros infinitos y esferas. La figura ll .5 muestra la fracción de calor restante y la fracción de calor perdido para estos sólidos regulares. Por interpolación entre estas curvas se puede estimar el grado de calentamiento y enfriamiento de cualquier sólido irregular.

III. ENFRIAMIENTO DE UN OBJETO CUANDO AMBAS RESISTENCIAS AL FLUJO DE CALOR INTERNA Y EN LA SUPERFICIE SON IMPORTANTES

En este caso (véase Fig. ll. 1 b) se tienen ya las ecuaciones de conducción del caso II, tratado con la siguiente condición límite para cualquier instante

$$\left(\begin{array}{c} \text{caudal de transmisión} \\ \text{de calor hacia afuera} \\ \text{desde la superficie} \end{array} \right) = -\dot{q} = hA\left(T_{s,l=L} - T_g\right) = k_s A \left(\frac{\partial T_s}{\partial l} \right)_{l=L} \quad (11.11)$$

Se han deducido las soluciones para estas ecuaciones para una serie de formas, y se pueden encontrar en muchos libros de texto de transmisión de calor [por ejemplo, véase Gröber *et al.* (1961) y Boelter *et al.* (1956)]. En todos los casos estas soluciones implican series infinitas lentamente convergentes, que son tediosas de utilizar en los cálculos. Sin embargo, se han preparado convenientes representa-

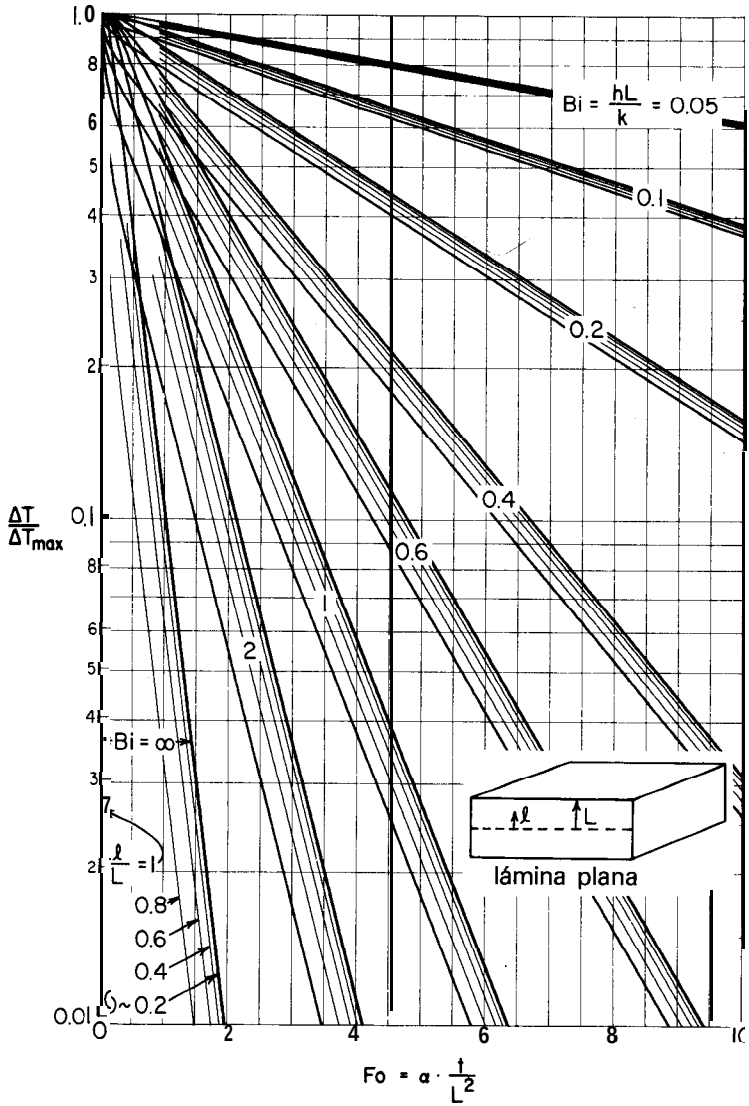


Fig. 11.6a. Distribución de temperatura en el interior de láminas planas que se enfrían; caso general.

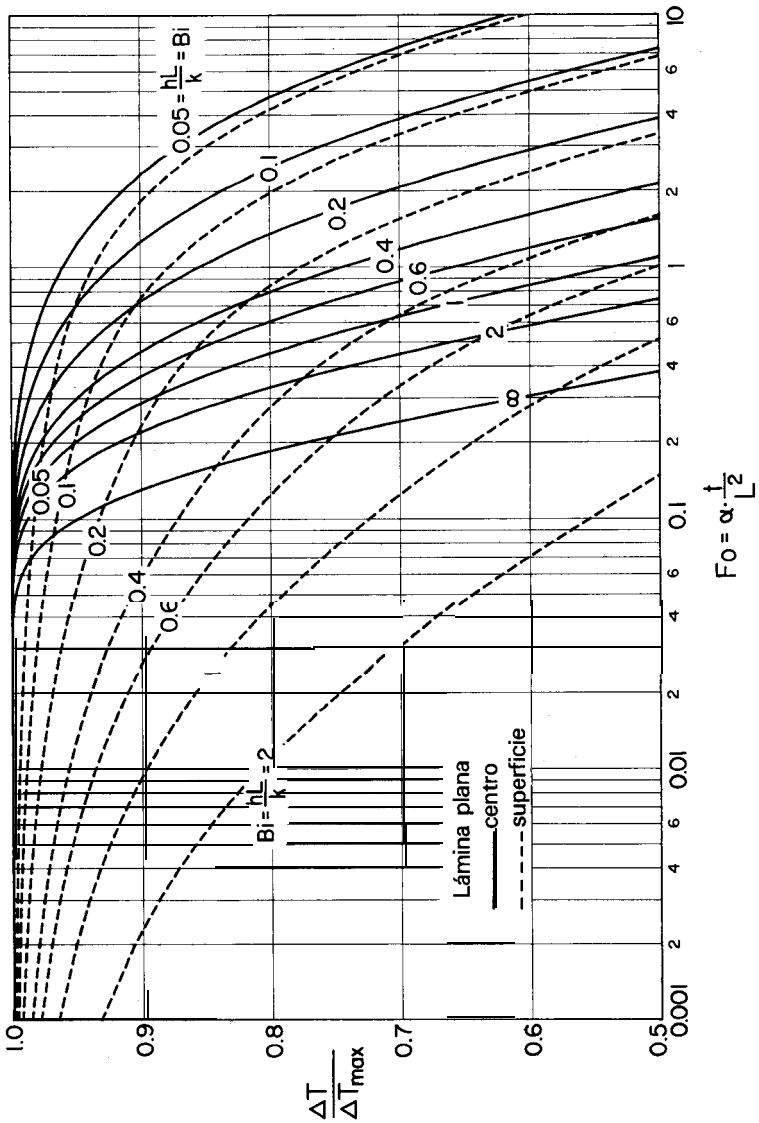


Fig. 11.6b. Esquina superior izquierda de la Fig. 11.6a.

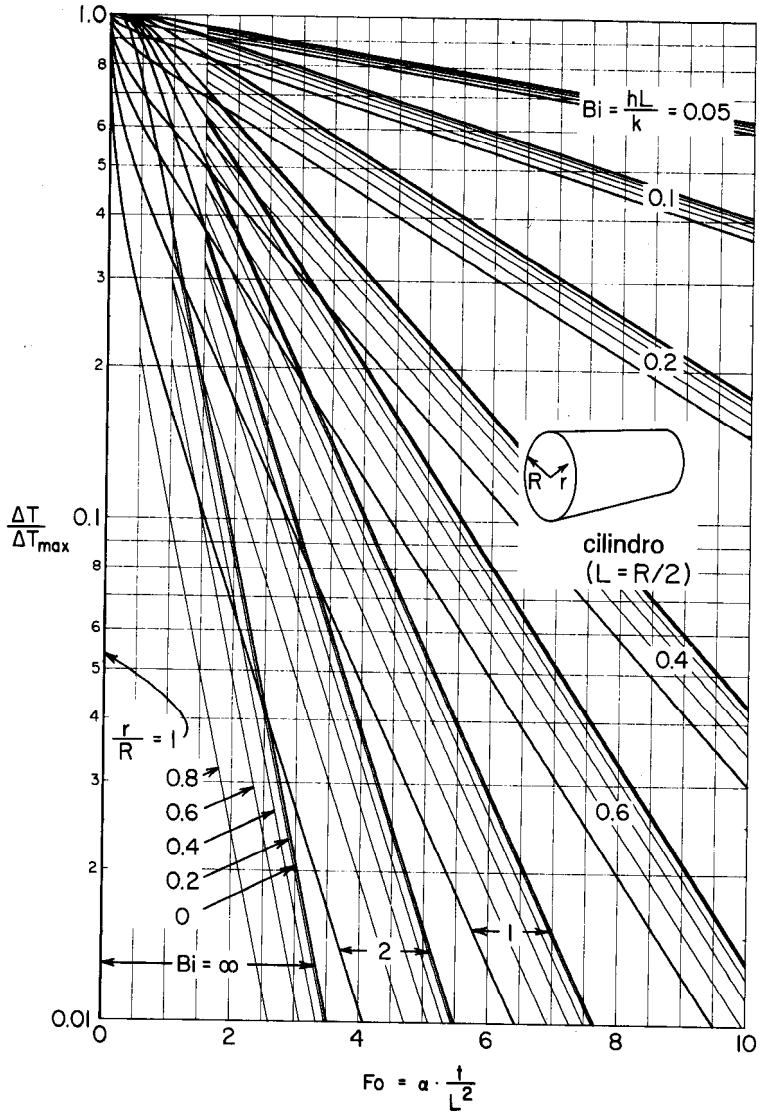


Fig. 11.7a. Distribución de temperatura en el interior de cilindros infinitos que se enfrían; caso general.

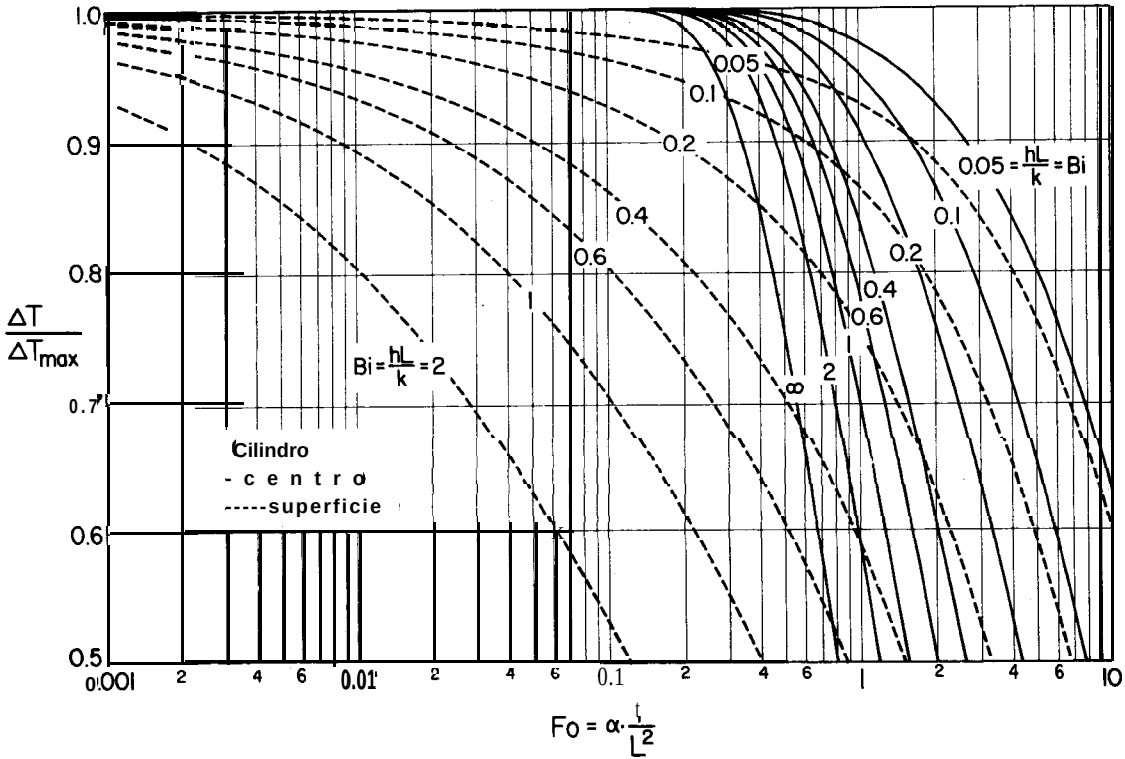


Fig. 11.7b. Esquina superior izquierda de la Fig. ll .7b.

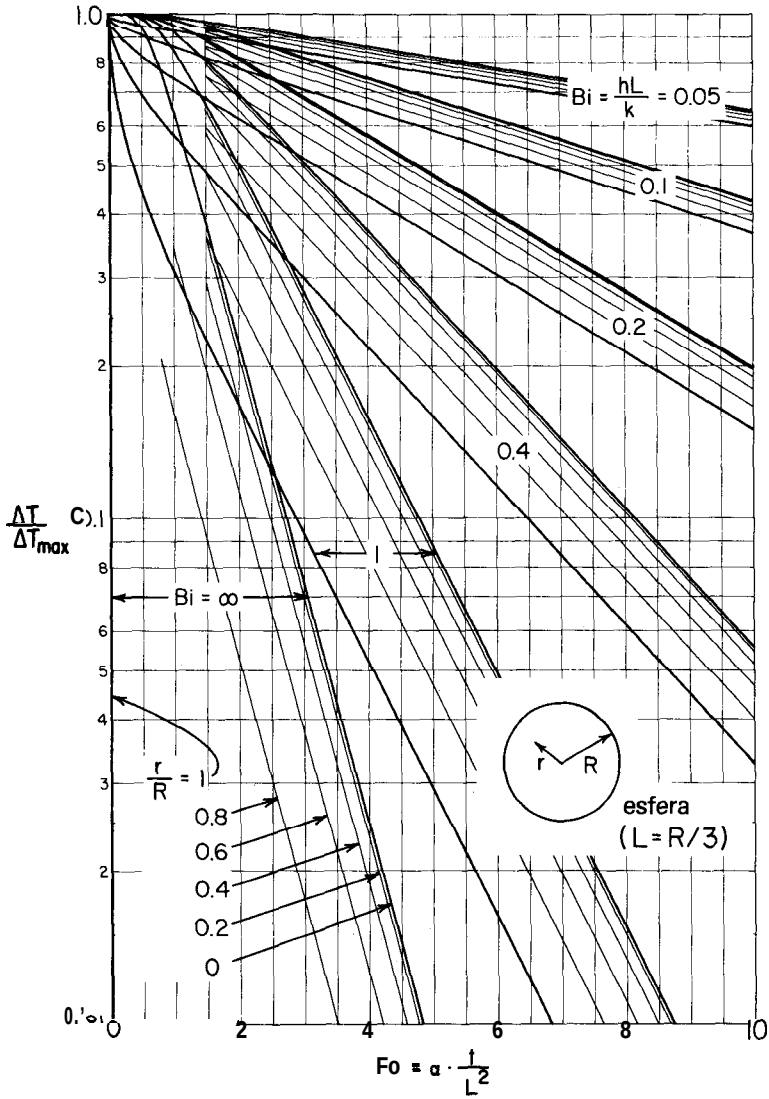


Fig. 11.8a. Distribución de temperatura en el interior de esferas; caso general (véase también Fig. 11.8b).

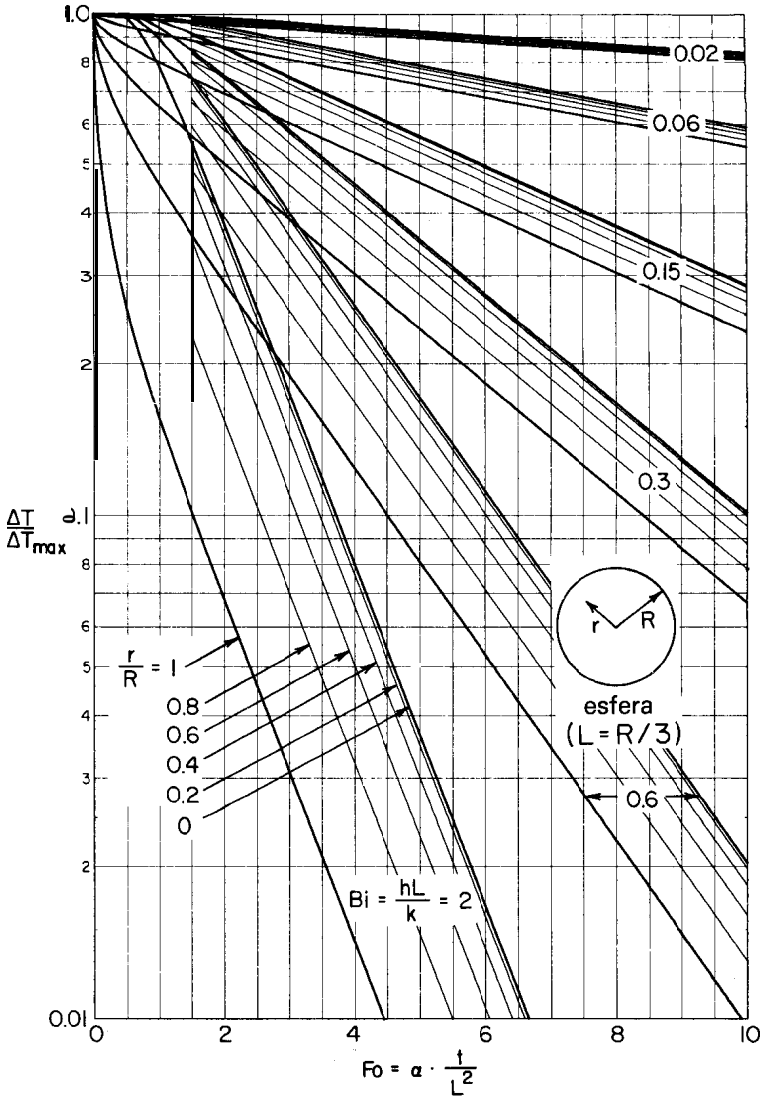


Fig. 11.8b. Distribución de temperatura en el interior de esferas; caso general (véase también Fig. 11.8a).

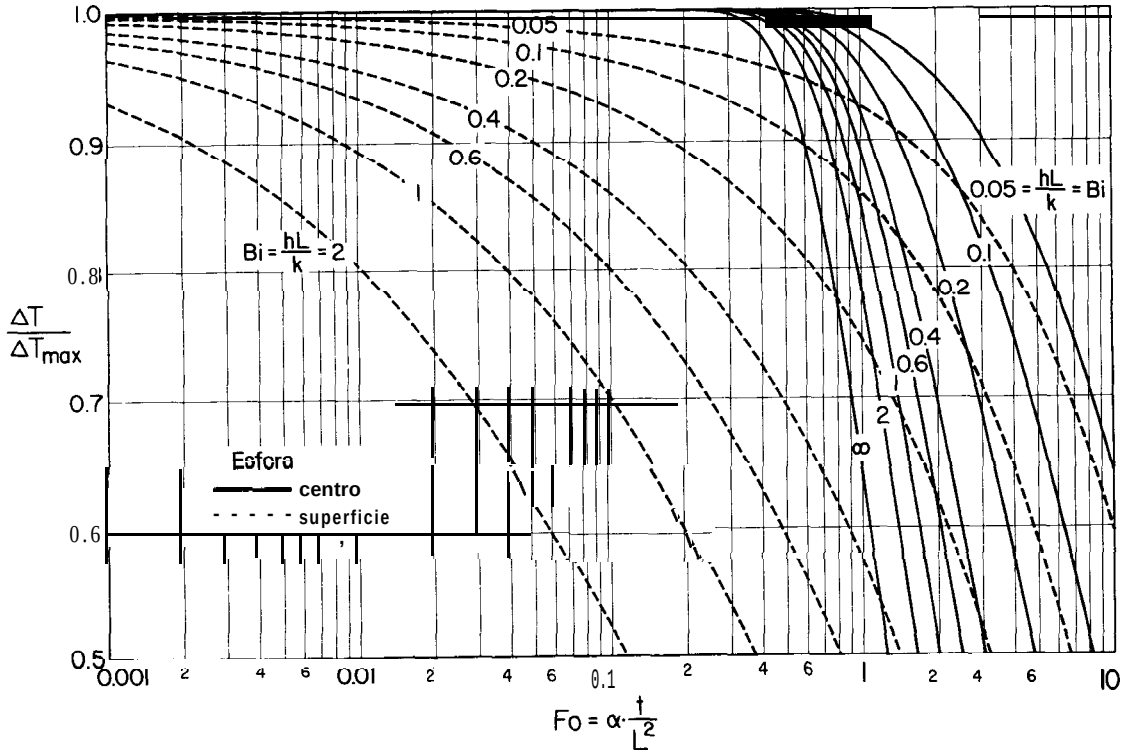


Fig. ll.&. Esquina superior izquierda de las Figs. 11.8a y 11.8b.

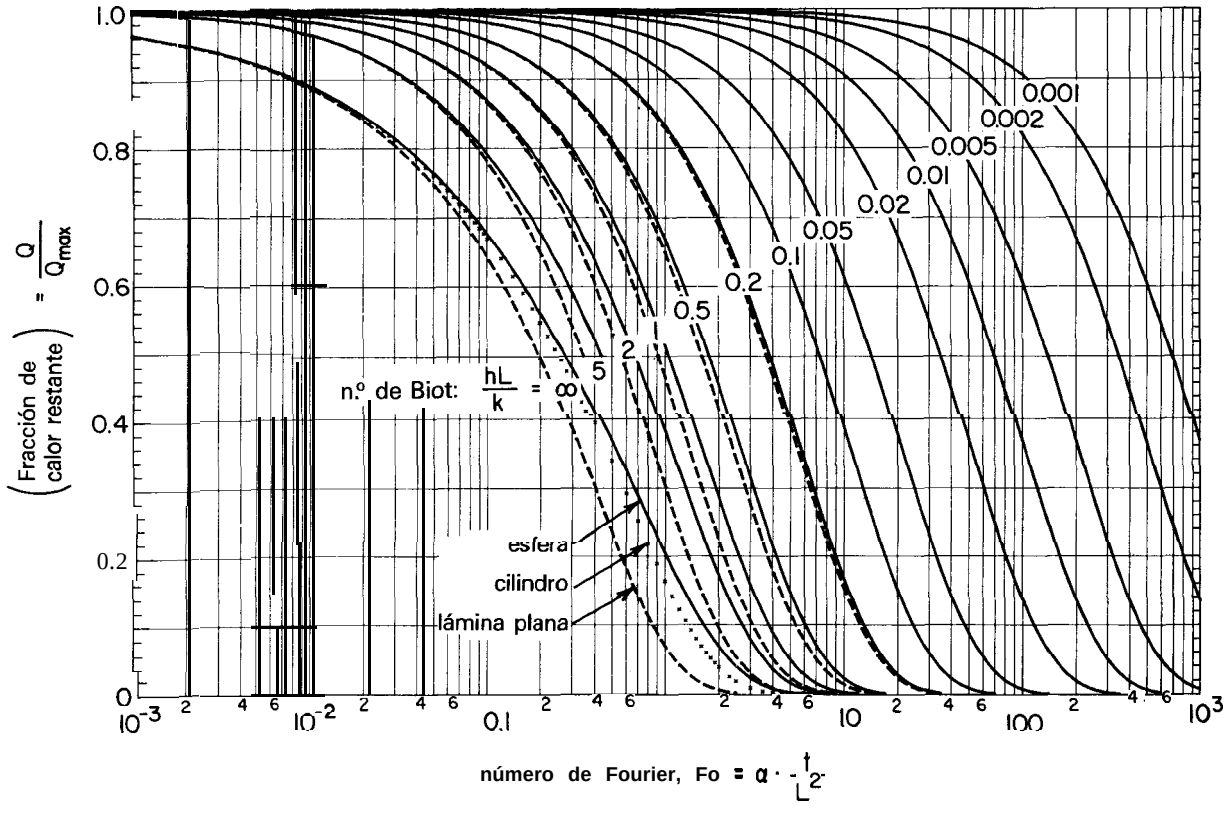


Fig. 11.9. Representación gráfica de la pérdida de calor dentro de una esfera, cilindro infinito y lámina plana infinita que se enfrían [Gráfico preparado por Colakyan y Turton (1983)].

ciones gráficas de estas soluciones y en las Figs. ll .6-11.10 se han reproducido en función de los siguientes grupos adimensionales:

- Variación fracciona1 de temperatura no conseguida: $\frac{\mathrm{AT}}{\Delta T_{\max}} = \frac{T_s - T_g}{T_{s0} - T_g}$
- Fracción de calor restante en los sólidos: $\frac{Q}{Q_{\max}}$
- Tiempo relativo: $\mathbf{Fo} = \frac{\alpha t}{L^2}$
- Razón de resistencias: $\mathrm{Bi} = \frac{hL}{k_s}$
- Razón de radios o de distancias: $\frac{r}{R}$ o $\frac{l}{L}$

Las figuras 11.6-11.8 son los gráficos de Gurney-Lurie (1923), redibujados con precisión por Colakyan et *al.* (1984) y representan la distribución variable de temperatura dentro de los sólidos que se enfrían. Desgraciadamente, no existe una longitud característica que permitiera reducir estas gráficas a una sola. Por tanto para sólidos irregulares se debe interpolar entre estos gráficos.

La figura ll.9 representa el contenido variable de calor de las partículas que se enfrían, cuyos tamaños se miden por sus longitudes características. Nótese que para un amplio intervalo de condiciones las curvas para esferas, cilindros y láminas planas se reducen a una curva única. Por tanto, el caudal de enfriamiento para cualquier partícula de forma irregular se puede evaluar directamente de este gráfico.

Las curvas del lado izquierdo de este gráfico representan el caso extremo para el que la resistencia en la superficie es despreciable (véase Fig. ll .5), mientras que las curvas en el lado derecho representan el caso extremo para el que la resistencia en la superficie domina (véase Fig. 11.3). El esquema de la Fig. 11.10 visualiza la relación entre estas figuras.

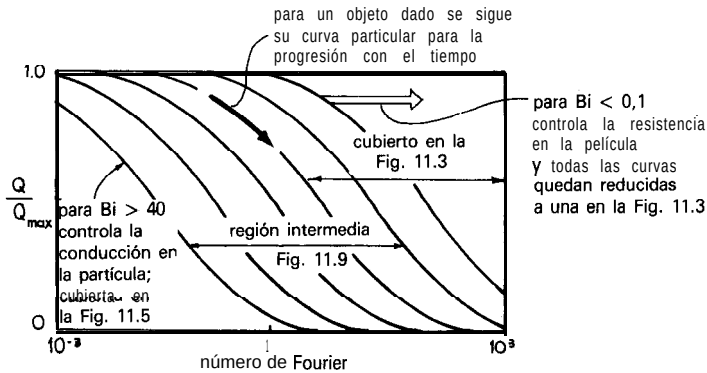


Fig. 11.10. Esquema de la relación entre las curvas de las Figs. 11.3, ll.5 y 11.9.

IV. ENFRIAMIENTO DE UN SÓLIDO SEMI-INFINITO PARA RESISTÉNCIA EN LA SUPERFICIE DESPRECIABLE (Bi = $hL/k_s \rightarrow \infty$)

Cuando un cuerpo caliente a temperatura T_{s0} se coloca en contacto con un fluido frío a temperatura T_g, la superficie inmediatamente desciende su temperatura a T_g, se desprende calor desde el interior del cuerpo, y progresivamente se enfría como se muestra en la Fig. ll .11. Cuando se integra la ecuación diferencial gobernante para este fenómeno de conducción, ecuación (ll. 1), para las condiciones límites de esta situación, se obtiene la temperatura para cualquier instante y cualquier punto en el objeto en términos de la función error gaussiana, como se muestra a continuación [véase Welty (1974)]:

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}} = \frac{T_s - T_g}{T_{s0} \quad T_g} = \operatorname{erf}\left(\frac{l}{\sqrt{4\alpha t}}\right) = \operatorname{erf}(y) \tag{11.12}$$

donde la función error se define como

$$\operatorname{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-x^2}\, dx \tag{11.13}$$

En la tabla ll. 1 se dan valores numéricos para la función error. A partir de estos valores se puede evaluar la temperatura del sólido en cualquier posición y cualquier instante, como se muestra en la curva inferior de la Fig. 11.12.

El caudal instantáneo de pérdida de calor se encuentra a partir de la ecuación (11.12), evaluando el gradiente de temperatura en la superficie (l = 0). Esto conduce matemáticamente a

$$-\dot{q} = k_s A \left.\frac{\partial T_s}{\partial l}\right|_{l=0} = k_s A \left(\frac{T_{s0} - T_g}{\sqrt{\pi \alpha t}}\right), \quad [\mathrm{W}] \tag{11.14}$$

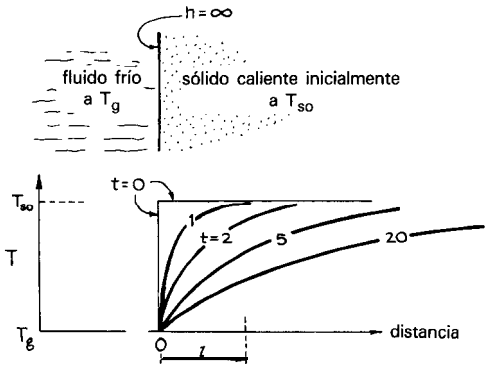


Fig. 11.11. Enfriamiento de un objeto semi-infinito con una resistencia en la superficie despreciable.

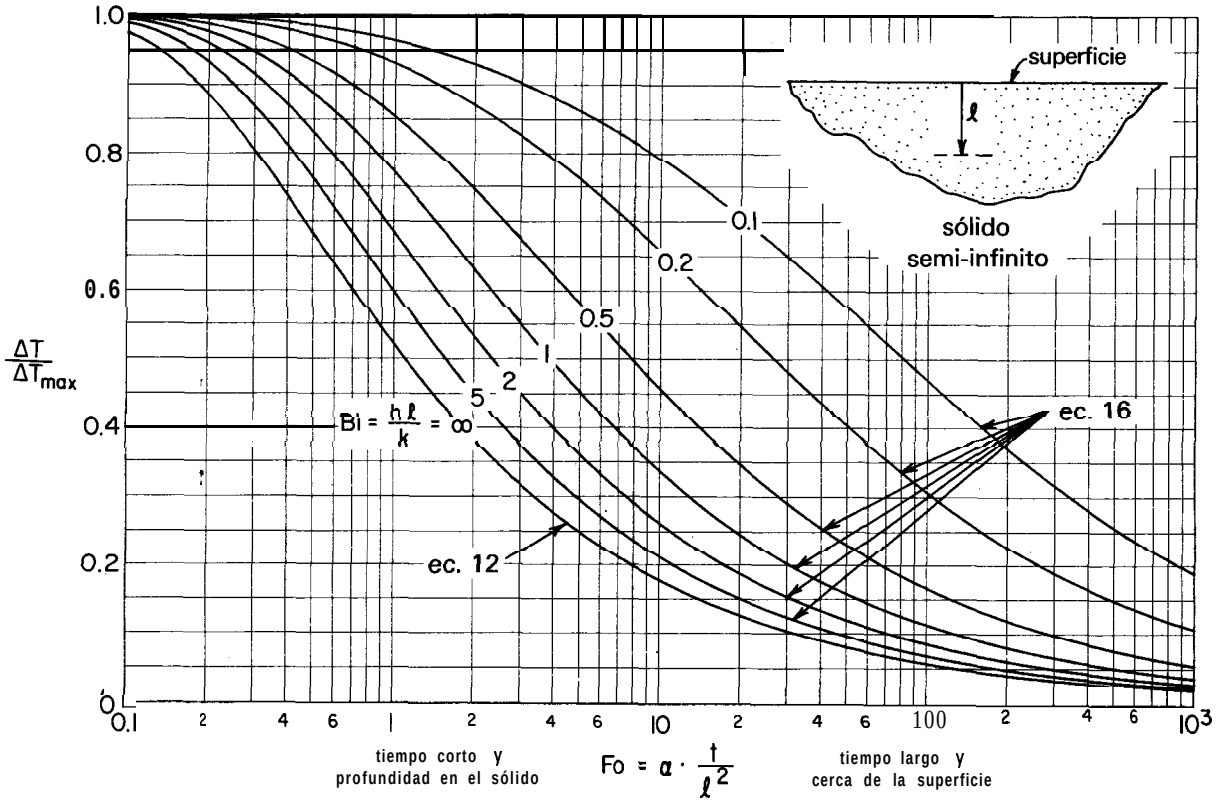


Fig. 11.12. Distribución de temperatura para cualquier instante y cualquier posición en un objeto semi-infinito; caso general [Ecuación (11.16)], y para el caso con resistencia despreciable en la superficie [Ecuación (11.12)].

Tabla 11.1 Valores de la función error[a]. [Esta da la solución a la ecuación (11.12)]

$y = \frac{l}{\sqrt{4\pi t}}$	$\mathrm{erf}(y) = \frac{\mathrm{AT}}{\Delta T_{\max}}$	$y = \frac{l}{\sqrt{4\pi t}}$	$\mathrm{erf}(y) = \frac{\mathrm{AT}}{\Delta T_{\max}}$
0.0	0.0	0.70	0.678
0.05	0.056	0.75	0.711
0.10	0.112	0.80	0.742
0.15	0.168	0.85	0.771
0.20	0.223	0.90	0.797
0.25	0.276	0.95	0.821
0.30	0.329	1.0	0.843
0.35	0.379	1.2	0.910
0.40	0.428	1.4	0.952
0.45	0.476	1.6	0.976
0.50	0.520	1.8	0.989
0.55	0.563	2.0	0.995
0.60	0.604	2.5	0.9996
0.65	0.642	∞	1

[a] *De Tables of the Error Function and Its Derivative,* National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series 41, Washington, D.C. (1954).

Finalmente, la cantidad total de calor perdido desde $t = 0$ se encuentra integrando el caudal instantáneo, ecuación (ll. 14), obteniéndose

$$Q_{\text{perdido}} = \int_0^t (-\dot{q})\, dt = 2k_s A\,(T_{s0} - T_g)\sqrt{\frac{t}{\pi\alpha}} \qquad [\mathrm{J}] \qquad (11.15$$

V. ENFRIAMIENTO DE UN CUERPO SEMI-INFINITO CON RESISTENCIA EN LA SUPERFICIE

Esta situación es similar a la del caso previo tratado, pero con una resistencia en la superficie adicional. Por consiguiente se tiene un comportamiento de enfriamiento parecido al esquematizado en la Fig. ll. 13. La integración de la ecuación de conducción para esta situación [véase Sucec (1975)] da la temperatura del sólido para cualquier posición l desde la superficie en cualquier instante t, como:

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}} = \mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{\mathrm{Fo}}}\right) + \left[1 - \mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{\mathrm{Fo}}} + \mathrm{Bi}\sqrt{\mathrm{Fo}}\right)\right]\exp(\mathrm{Bi} + \mathrm{Bi}^2 \cdot \mathrm{Fo}) \quad (11.16)$$

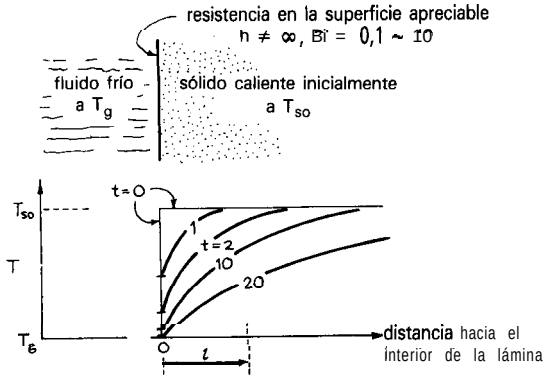


Fig. 11.13. Enfriamiento de un objeto semi-infinito con resistencia en la superficie; caso general.

Haciendo Bi = ∞ se observa que la ecuación (ll. 16) se reduce directamente a la expresión del caso especial de la ecuación (ll. 12).

En la Fig. 11.12 se muestran las curvas de enfriamiento para valores finitos e infinitos del número de Biot. Nótese que para cualquier punto del objeto la aproximación al equilibrio (o temperatura final) necesita un tiempo mayor para mayor resistencia en la superficie (valores menores del número de Biot).

VI. PÉRDIDA DE CALOR EN OBJETOS DE TAMAÑO *L* PARA TIEMPOS CORTOS DE ENFRIAMIENTO

Un tiempo corto de enfriamiento significa que el calor sólo se pierde en la capa exterior del sólido, y que el enfriamiento no ha penetrado mucho todavía en el objeto. En estas situaciones, el objeto puede tratarse como un sólido semi-infinito y su comportamiento sólo depende de la cantidad de superficie en contacto con el fluido, ***no de su forma.***

Por consiguiente, las ecuaciones (ll .12) y (ll. 16) y Fig. ll. 12 representan el enfriamiento en este período de tiempo. Boelter et ***al.*** (1956) y Schack (1965) encontraron ambos que estas soluciones sencillas para «tiempos cortos» se aplican en el período de tiempo

$$\mathrm{Fo} = \frac{\alpha t}{L^2} < 0.077$$

donde ***L es*** la longitud característica de la partícula.

VII. ENFRIAMIENTO DE OBJETOS FINITOS TALES COMO CUBOS, CILINDROS CORTOS, PARALELEPÍPEDOS RECTANGULARES, ETC.

La temperatura en cualquier punto de estos objetos finitos está relacionada a la temperatura correspondiente a tres cuerpos infinitos mutuamente perpendiculares, cuyas intersecciones producen el objeto en cuestión. Esta relación es sencilla, y viene dada por Sucec (1975) como

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}}\right)_{\text{objecto}} = \left(\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}}\right)_x \left(\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}}\right)_y \left(\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}}\right)_z \tag{11.17}$$

donde los términos a la derecha se evalúan a partir de las Figs. ll.6 y/o 7 para el punto en cuestión.

Análogamente, la pérdida total de calor desde un objeto finito está relacionada a la pérdida de calor desde las láminas y cilindros infinitos limitantes mediante

$$\left(\frac{Q}{Q_{\max}}\right)_{\text{objecto}} = \left(\frac{Q}{Q_{\max}}\right)_x \left(\frac{Q}{Q_{\max}}\right)_y \left(\frac{Q}{Q_{\max}}\right)_z \tag{11.18}$$

donde los términos a la derecha se evalúan a partir de la Fig. 11.9.

El ejemplo ll .2 muestra cómo utilizar estas ecuaciones.

VIII. INTRUSIÓN DE LOS EFECTOS DE RADIACIÓN

Cuando el calor entra o abandona un cuerpo por convección y radiación juntas el coeficiente h utilizado en el número de Biot a través de todo este capítulo, sería en este caso el coeficiente global que tiene en cuenta estos dos mecanismos de transmisión de calor, o sea

$$h_{\text{global}} = h_{\text{convección}} + h_{\text{radiación}}$$

Este coeficiente de radiación puede cambiar considerablemente a medida que la temperatura de la partícula cambia. Para determinar si la contribución de la radiación es apreciable comparada con la convección y por tanto si se necesita considerar, se utiliza la Fig. 9.6 con una corrección para el factor geométrico y la emisividad.

IX. NOTA SOBRE EL USO DE LOS NÚMEROS DE BIOT Y DE FOURIER

En muchos libros de textos los números de Fourier y de Biot para las esferas y los cilindros se definen en función del radio del objeto, más bien que el tamaño

del objeto, V/A. Se tendrá cuidado en no confundir estas medidas en los gráficos de otros libros:

para láminas planas: $Fo_{aquí} = Fo_{otro}$; $Bi_{aquí} = Bi_{,,,}$
para cilindros: $Fo_{aquí} = 4Fo_{otro}$; $Bi_{aquí} = 1/2\ Bi_{otro}$
para esferas: $Fo_{aquí} = 9Fo_{otro}$; $Bi_{aquí} = 1/3\ Bi_{,,,}$

La ventaja de utilizar V/A en vez de R es que las curvas para diversas formas de objetos con frecuencia están muy próximas unas con otras o coinciden en una sola curva. Además con la definición utilizada aquí los números de Biot y de Fourier son las razones de tiempo relativo y real de resistencias, como se definen en las ecuaciones (11.2) y (11.4) respectivamente.

REFERENCIAS Y LECTURAS RELACIONADAS

L. M. K. Boelter V. H. Cherry, H. A. Johnson, and R. C. Martinelli, ***Heat Transfer Notes,*** McGraw-Hill, New York (1956). Da deducciones detalladas de las muchas ecuaciones para la conducción en estado estacionario utilizadas en este capitulo.

M. Colakyan, R. Turton, and 0. Levenspiel, Unsteady-state transfer to various shaped objects, ***Heat Transfer Engineering,*** en prensa (1984).

H. Gröber, S. Erk, and U. Gringull, ***Fundamentals of Heat Transfer*** (traducido del alemán por J. R. Moszynski), McGraw-Hill, New York (1961). Un buen libro también, fuente de muchas de las ecuaciones indicadas en este capitulo.

H. P. Gurney and J. Lurie, Charts for estimating temperature distributions in heating and cooling solid shapes, ***Znd. Eng. Chem.*** **15,** 1170 (1923).

J. Mator, M. S. Project, Chemical Engineering Department, Oregon State University, Corvallis (1982).

A. Schack, ***Industrial Heat Transfer*** (translated from the 6th German ed., by 1. Gutman), Wiley, New York (1965).

J. Sucec, ***Heat Transfer,*** Simon and Schuster, New York (1975).

J. R. Welty, ***Engineering Heat Transfer,*** p. 135, Wiley, New York (1974).

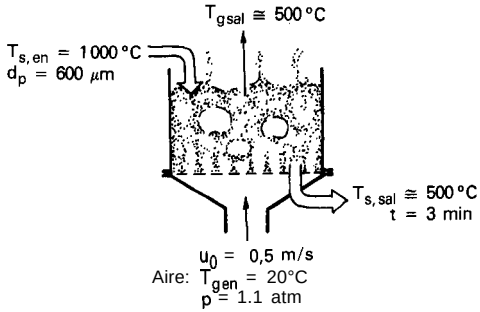
EJEMPLO 11.1. VERIFICACIÓN DE UNA HIPÓTESIS CLAVE EN EL ANÁLISIS DE INTERCAMBIADORES DE CALOR DE LECHO FLUIDIZADO

Cuando una corriente de sólidos calientes está en contacto con un gas frío en un intercambiador de calor de lecho fluidizado, el tratamiento sencillo del capítulo 14 supone que:

(a) el gas que entra frío se calienta instantáneamente a la temperatura del lecho.

(b) cada partícula de sólido que entra se enfría instantáneamente a la temperatura del lecho, y

(c) el gas y el sólido abandonan el lecho a la misma temperatura.



El término «instantáneo» tal como se utiliza más arriba es razonablemente aproximado cuando el tiempo necesario para que las dos corrientes alimento alcancen la temperatura del lecho es mucho más corto que el tiempo de estancia de aquellas corrientes en el intercambiador. En el capítulo 14 consideraciones preliminares mostraran que la hipótesis (a) se consigue razonablemente bien en la práctica. En este ejemplo, se estudiará la hipótesis (b).

Supóngase que arena caliente ($d_p = 600\ \mu$m) a 1000 °C circula continuamente a través de un intercambiador de calor de lecho fluidizado donde se enfría con aire a temperatura ambiente, y que el gas y el sólido salen del intercambiador a aproximadamente 500 °C. Para una velocidad de fluidización de $u_0 = 0{,}5$ m/s a 1,1 atm., encuéntrese cuánto tiempo tarda una partícula entrante para enfriarse hasta 550 °C (un 90% de aproximación a la temperatura final).

(a) Supóngase que controla la conducción dentro de las partículas.
(b) Supóngase que controla la resistencia de la película en la superficie de las partículas.
(c) Ténganse en cuenta ambas resistencias.

Compárense estos tiempos con el tiempo medio de residencia de los sólidos en el intercambiador (aproximadamente tres minutos).

Solución

El problema consiste pues en encontrar cuánto tiempo tarda una partícula en enfriarse de modo que $Q/Q_{máx} = 0{,}1$. En primer lugar se tabularan todas las propiedades físicas necesarias para responder a esta cuestión. Para arena a 500 °C, del apéndice U se tiene

$$\rho_s = 2600\ \text{kg/m}^3$$

$$k_s = 0.33\ \text{W/m K}$$

$$C_s = 800\ \text{J/kg K}$$

por tanto

$$\alpha = k_s/\rho_s C_s = 1.59 \times 10^{-7}\ \mathrm{m^2/s}$$

Para aire a 1,1 atm. y 500 °C, del apéndice U:

$$\mu_g = 36.19 \times 10^{-6}\ \mathrm{kg/m\ s}$$

$$k_g = 57.45 \times 10^{-3}\ \mathrm{W/m\ K}$$

$$C_g = 1093\ \mathrm{J/kg\ K}$$

y del apéndice L

$$\rho_g = \frac{p_A(mw)}{RT} = \frac{(101{,}325)(1.1)(0.0289)}{(8.314)(773)} = 0{,}50\ \mathrm{kg/m^3}$$

El coeficiente de transmisión de calor entre una partícula y su entorno viene dado por la ecuación (9.39). Sustituyendo valores se obtiene

$$h = \frac{k_g}{d_p}\left[2 + 0.6\left(\frac{d_p u_0 \rho_g}{\mu_g}\right)^{1/2}\left(\frac{C_g \mu_g}{k_g}\right)^{1/3}\right]$$

$$= \frac{57.45 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-4}}\left\{2 + 0.6\left[\frac{(6 \times 10^{-4})(0.5)(0.5)}{36.19 \times 10^{-6}}\right]^{1/2}\left[\frac{(1093)(36.19 \times 10^{-6})}{57.45 \times 10^{-3}}\right]\right\}$$

$$= 295\ \mathrm{W/m^2\ K}$$

Ahora se está ya en condiciones de encontrar el tiempo de enfriamiento para las tres hipótesis diferentes.

Hipótesis A. Controla la conducción en la partícula, Bi $\rightarrow \infty$.

Para partículas esféricas ($L = d_p/6 = 10^{-4}$ m) y $Q/Q_{max} = 0{,}1$, la Fig. ll.5 da

$$\mathrm{Fo} = \alpha\frac{t}{L^2} = 1.7$$

a partir del cual,

$$t = 1.7\frac{L^2}{\alpha}$$

Sustituyendo valores se obtiene

$$t = \frac{(1.7)(10^{-4})^2}{1.59 \times 10^{-7}} = 0{,}11\ \mathrm{s}$$

Hipótesis B. Controla la resistencia en la película, Bi → 0 .

Método A. Se utiliza la ecuación (11.8). A partir de la ecuación (11.8) se tiene

$$t = \frac{L\rho_s C_s}{h} \ln \frac{Q_{max}}{Q}$$

$$= \frac{(10^{-4})(2600)(800)}{295} \ln 10 = 1.62 \text{ s}$$

Método B. Se utiliza la Fig. 11.3. A partir de la curva inferior de esta figura se tiene

$$\text{Bi} \cdot \text{Fo} = \frac{ht}{L\rho_s C_s} = 2.32$$

Por consiguiente

$$t = 2.32\left(\frac{L\rho_s C_s}{h}\right)$$

$$= 2.32\left[\frac{(10^{-4})(2600)(800)}{295}\right] = 1.64 \text{ s}$$

Hipótesis C. Ambas resistencias son significativas

En este caso se debe evaluar primero el número de Biot para las partículas que se enfrían. Por consiguiente,

$$\text{Bi} = \frac{hL}{k_s} = \frac{(295)(10^{-4})}{0.33} = 0.0893$$

Entonces la Fig. 11.9 muestra que

$$\text{Fo} = \alpha \frac{t}{L^2} = 28$$

a partir del cual,

$$t = 28\frac{L^2}{\alpha} = \frac{28(10^{-4})^2}{1.59 \times 10^{-7}} = 1.76 \text{ s}$$

Nótese que puede utilizarse la Fig. ll .3 en lugar de la Fig. ll.9 para esta solución. Sin embargo, si se utilizan los gráficos de diseño de la Fig. 11.6 se tendrán problemas.

Comentarios

Como es de esperar, la solución correcta que tiene en cuenta ambas resistencias de un tiempo mayor, 1,76s, que cualquiera de las dos soluciones que sólo consideran una u otra de las dos resistencias.

Comparando las dos resistencias, se ve que la de la película domina (1,64s frente a 0, ll s), y aproximadamente controla (1,64s frente a 1,76s). Ahora bien, en ambas Figs. ll. 1 y 11.10 se indica ya que cuando Bi < 0,1, entonces se puede suponer que controla la resistencia en la película. En este problema Bi = 0,089, que cumple justo esta condición, y por tanto los resultados obtenidos son lógicos y esperados.

El tiempo de enfriamiento encontrado aquí (1,76s) es mucho menor que el tiempo medio de residencia en el intercambiador (3 min.), por tanto la hipótesis de que las partículas calientes entrantes se enfrían instantáneamente a la temperatura del lecho es una idealización razonable del problema.

La tabla 14.1 de los tiempos de relajación para un amplio intervalo de materiales y tamaños de partículas, calculados por el método de este ejemplo.

EJEMPLOS 11.2. FILETES DE PESCADO FRITOS MUY HECHOS

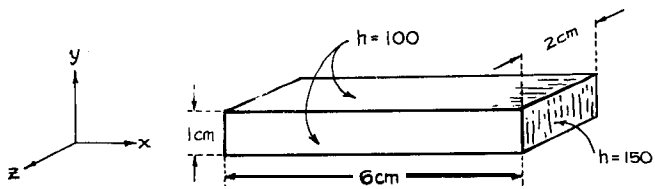
Se toma un filete de bacalao, aproximadamente de 6 x 1 x 2 cm, de un refrigerador a 0 °C y se sumerge en aceite caliente a 180°C.

(a) ¿Cuál es la temperatura en el punto central del filete después de 5 min.?
(b) ¿Cuánto calor ha adquirido el filete durante este tiempo?

Datos: Para el bacalao:

$$k = 0.5 \text{ W/m K}$$

$$\alpha = 0.17 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$



Para el filete en la freidora plana profunda:

$h = 150\ \mathrm{W/m^2\,K}$ para las dos caras extremas pequeñas.

$h = 100\ \mathrm{W/m^2\,K}$ para las cuatro caras largas.

Solución

El filete puede representarse por la intersección de tres planos mutuamente perpendiculares de 6 cm, 1 cm y 2 cm de espesor. Por tanto,

$$L_x = 0.06/2 = 0.03\ \mathrm{m}$$

$$L_y = 0.01/2 = 0.005\ \mathrm{m}$$

$$L_z = 0.02/2 = 0.01\ \mathrm{m}$$

Los números individuales de Biot son:

$$\mathrm{Bi}_x = \frac{h_x L_x}{k} = \frac{150(0.03)}{0.5} = 9$$

$$\mathrm{Bi}_y = \frac{100(0.005)}{0.5} = 1$$

$$\mathrm{Bi}_z = \frac{100(0.01)}{0.5} = 2$$

Los números individuales de Fourier son:

$$\mathrm{Fo}_x = \frac{\alpha t}{L_x^2} = \frac{(0.17 \times 10^{-6})(300)}{(0.03)^2} = 0.055$$

$$\mathrm{Fo}_y = \frac{(0.17 \times 10^{-6})(300)}{(0.005)^2} = 2.0$$

$$\mathrm{Fo}_z = \frac{(0.17 \times 10^{-6})(300)}{(0.01)^2} = 0.50$$

A. Temperatura del punto central. A partir de la Fig. 11.6, para los tres planos medios se tiene

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}}\right)_x \cong 1$$

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}}\right)_y = 0.25$$

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}}\right)_z = 0.65$$

Se puede ahora sustituir estos valores en la ecuación (11.17). Por tanto, en la intersección de los tres planos medios, es decir en el punto central, se tiene

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}}\right)_{\text{punto central}} = \frac{T_{\text{aceite}} - T_{\text{centro}}}{T_{\text{aceite}} - T_{\text{refrigerador}}} = \left(\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}}\right)_x \left(\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}}\right)_y \left(\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}}\right)_z$$

$$= 1(0.25)(0.65) = 0.1625 \qquad \text{(i)}$$

pero

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta T_{\max}}\right)_{\text{punto central}} = \frac{T_{\text{aceite}} - T_{\text{centro}}}{T_{\text{aceite}} - T_{\text{refrigerador}}} = \frac{180 - T_{\text{centro}}}{180 - 0} \qquad \text{(ii)}$$

Combinando las ecuaciones (i) y (ii) se tiene

$$T_{centro} = 151°C$$

B. Calor adsorbido. En primer lugar, para filetes de bacalao

$$\rho = 1050 \ \text{kg/m}^3 \ \text{(aproximadamente)}$$

$$C_p = \frac{k}{\rho\alpha} = \frac{0.5}{(1050)(0.17 \times 10^{-6})} = 2801 \ \text{J/kg K}$$

La cantidad máxima de calor que puede absorberse

$$Q_{\max} = WC_p(T_{\text{aceite}} - T_{\text{refrigerador}})$$

$$= [(1050)(0.06 \times 0.01 \times 0.02)](2801)(180 - 0) = 6353 \ \text{J} \qquad \text{(iii)}$$

Para las tres láminas infinitas que se intersecan, cada una con sus propios números de Biot y Fourier, la Fig. 11.9 muestra que

$$\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_x = 0.76 \qquad \text{para Bi} = 9 \text{ y Fo} = 0{,}055$$

$$\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_y = 0.23 \qquad \text{para Bi} = 1 \text{ y Fo} = 2$$

$$\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_z = 0.54 \qquad \text{para Bi} = 2 \text{ y Fo} = 0{,}5$$

Por consiguiente para el filete de pescado, la ecuación (11.18) se convierte en

$$\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right) = (0.76)(0.23)(0.54) = 0.094 \qquad \text{(iv)}$$

y con la ecuación (iii) el calor remanente a absorber es

$$Q = (0.094)(6353) = 997$$

Por tanto el calor que se ha absorbido es

$$Q = 6353 - 997 = 5756 \text{ J}$$

NOTA: Se puede encontrar la temperatura promedio del filete directamente de estos valores de Q.

PROBLEMAS SOBRE CALENTAMIENTO Y ENFRIAMIENTO DE OBJETOS SÓLIDOS EN ESTADO NO ESTACIONARIO

11. 1. La tabla 14.1 establece que una esfera de plástico de PVC de 1 cm que se mueve a través de aire a 1 m/s, tendrá un tiempo de relajación térmica de 170 s. Verifíquese esta cifra.

11.2. Se sumerge un cilindro de cobre instrumentado, largo, frío (0 °C), de 5 cm de d.e. en un lecho fluidizado mantenido a 100 °C, y en el punto central del cilindro la temperatura alcanza los valores de 40, 60 y 80 °C después de 60, 110 y 200 s. Encuéntrese el coeficiente de transmisión de calor entre el cilindro y el lecho.

11.3. Cacahuetes tostados. Un método para preparar cacahuetes tostados libres de grasa consiste en sumergir una cesta de alambre de cacahuetes pelados crudos en un recipiente de manito1 y sorbito1 (azúcares no dulces) fundidos, en vez de aceite caliente.

Cuando los cacahuetes están bien tostados se separan, se escurren, se salan ligeramente y quedan listos para su embalaje.

Si los cacahuetes, originalmente a 15 "C, se introducen en un medio a 165 °C para su tostación:

(a) Encuéntrese el tiempo necesario para que sus centros alcancen la temperatura de 105°C.

(b) ¿Qué valor alcanza la temperatura de la superficie de los cacahuetes?

Datos e hipótesis: Supóngase que los cacahuetes tienen aproximadamente una forma esférica con diámetros de 7,5 mm, y las siguientes propiedades:

$$k_s = 0.5 \text{ W/m K}$$

$$\rho_s = 1150 \text{ kg/m}^3$$

$$C_s = 1700 \text{ J/kg K}$$

Para los cacahuetes y el azúcar fundido tómese un valor de $h = 80$ W/m² K.

11.4. ***Más sobre cacahuetes tostados.*** Otra manera de tostar en seco cacahuetes es colocar una carga de los mismos en un lecho fluidizado de partículas de manito1 mantenidas a 140 °C (punto de fusión del manito1 = 160 "C) y entonces separarlas cuando sus centros hayan alcanzado 105 °C. Este proceso no deja una capa de hexosa sobre los cacahuetes (véase problema anterior).

(a) Encuéntrese el tiempo necesario para tostar una carga de cacahuetes por este procedimiento.

(b) Estímese la temperatura de la superficie de los cacahuetes tostados.

Datos: Véase el problema anterior para las propiedades térmicas de los cacahuetes. Tómese entre los cacahuetes y el lecho fluidizado un valor de

$$h = 200 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

11.5. Las propiedades térmicas de un montón de arena (fracción de huecos = 0,4) han de evaluarse vaciando rápidamente un cubo lleno de arena caliente en un tubo de aluminio refrigerado con agua de 10 cm de d.i., que tiene un termopar colocado centralmente. El termopar marca 140 °C justo después de que sea vertida la arena, 32 °C después de 25 minutos, 25 °C después de 33 minutos, y 20 °C después de un tiempo largo.

A partir de esta información evalúese la conductividad térmica media y la difusividad térmica media de un montón de arena.

11.6. ***Puesta en marcha de un incinerador de lecho fluidizado tras una parada accidental.*** Si se detiene el flujo de aire a un incinerador de lecho fluidizado debido a un fallo de potencia o alguna otra razón, los sólidos colapsarán formando un lecho «desplomado», que entonces se enfriará lentamente. Si el lecho está todavía suficientemente caliente cuando se restablece el flujo del aire frío de fluidización, se volverá a encender espontáneamente. Sin embargo, si la temperatura del lecho desciende por debajo de la temperatura de ignición, entonces se necesitará un largo procedimiento complejo para volver a encenderlo.

Estímese cuanto tiempo puede permanecer el lecho desplomado y todavía volver a ponerse en marcha espontáneamente cuando se restablece el flujo del aire. En esta puesta en marcha:

(a) Supóngase que solamente se alimenta una cantidad pequeña de aire al lecho al principio, de modo que éste permanece desplomado mientras el punto caliente se enciende y se extiende. Entonces se restablece totalmente el flujo del aire y el lecho vuelve a fluidizar.

(b) Supóngase que se utiliza inmediatamente el flujo total de aire de modo que el lecho desplomado refluidiza de nuevo correctamente.

Discútanse las ventajas y desventajas de estas alternativas.

Datos: El lecho desplomado tiene una altura de un metro y 4 m de diámetro. El lecho fluidizado en operación está a 850°C. La temperatura inicial es 600 °C. La difusividad térmica del lecho desplomado es 10^{-6} m^2/s. Supóngase que las superficies de la parte superior y de la base del lecho desplomado tardan en tomar la temperatura ambiente aproximadamente una hora, pero que las paredes del lecho están bien aisladas.

11.7. ***Calentamiento de partículas de carbón.*** Se necesitan partículas de carbón esféricas calientes (d_p = 3 mm) para un experimento. Para preparar este material, se hacen caer esferas de carbón a 0 °C de una en una a través de un tubo calentado de gran diámetro que contiene nitrógeno a una atmósfera. Las paredes y el gas se mantienen a 500 °C.

(a) Determínese la longitud de tubo necesaria para que las partículas salientes estén a una temperatura promedio de 300 "C.

(b) ¿Cuál es la temperatura de la superficie y la temperatura del punto central de estas partículas que salen?

Datos: Para partículas de carbón:

$$\rho_s = 550 \text{ kg/m}^3$$

$$C_s = 1415 \text{ J/kg K}$$

$$k_s = 0.18 \text{ W/m K}$$

Supóngase que las partículas tienen la velocidad terminal cuando entran en la cámara caliente.

11.8. Ha de calentarse un jarabe de chocolate muy viscoso haciéndolo pasar a través de un intercambiador de calor de paredes agitadas. Si las palas del agitador limpian las paredes y provocan la aparición de jarabe fresco en la superficie dos veces cada segundo, estímese el coeficiente de transmisión de calor en las paredes del intercambiador.

Datos: Las propiedades térmicas del jarabe de chocolate pueden estimarse como

$$k_s = 0.5 \text{ W/m K}$$

$$\rho_s = 1200 \text{ kg/m}^3$$

$$C_s = 3600 \text{ J/kg K}$$

11.9. ***De perros calientes (hot dogs)*** a ***salchichas picantes (knockwurst).*** ¿Por qué hacer perros calientes cuando cuesta aproximadamente lo mismo que hacer salchichas picantes, que se venden aproximadamente al doble? El proceso es casi el mismo -unos pocos ingredientes y especias diferentes, y ajustes menores en el proceso de producción, El único problema concierne a la esterilización.

Las normas sanitarias requieren que cada parte del producto se caliente a 105 °C para su adecuada esterilización. Para los perros calientes esto se hace haciendo circular la masa pastosa en flujo en pistón a través de un tubo de 18 mm, cuya pared se mantiene a 120 °C mediante vapor de agua que condensa en el exterior. Las salchichas picantes son mas grasas que los perros calientes, por tanto se debe sustituir este tubo de 18 mm por otro de 28 mm. Para el mismo caudal de producto procesado (toneladas/día), ¿qué longitud deberá tener el tubo de 28 mm?

11.10. ***Pasta de hígado para emparedados.*** Salchichas de hígado redondas (supuestas cilíndricas de 5 cm de diámetro y 7,5 cm de largo), originalmente a 20 °C, han de procesarse en un autoclave mantenido a 115 °C, y cada parte de la salchicha debe alcanzar 105 °C. Estímese la temperatura mas baja de la salchicha después de 3 h en el autoclave.

Datos: Para productos alimenticios que contienen una fracción x de agua se tienen las siguientes ecuaciones estimadas:

$Cp = 4184x + 800\ (1-x)$, J/kg K

$k = 0{,}56x + 0{,}25\ (1-x)$, W/m K

La salchicha de hígado tiene aproximadamente el mismo contenido en agua que el alimento de perros en lata, o sea 73 %, su densidad es aproximadamente 1050 kg/m³, y en el autoclave $h = 7{,}6$ W/m² K.

11.11. ***Ahorrando dinero en la universidad.*** La planta de calefacción con vapor de agua de nuestra universidad mantiene los edificios del campus en unos confortables 22 °C, día y noche, los siete días de la semana. Para ahorrar en la factura de calefacción se propone que se corte el suministro de vapor de agua cada tarde desde las 6 p.m. hasta las 6 a.m. de la mañana siguiente. Sin embargo, independientemente de si se ha cortado o no el calor, se mantienen en operación los ventiladores de circulación forzada del aire en todos los edificios con objeto de que la temperatura sea uniforme en los mismos.

Ensayos realizados en diversas épocas del año muestran que cuando se corta el suministro de calor, todos los edificios se enfrían aproximadamente a una temperatura media *con* respecto a la del entorno a las 6 a.m. ¿Cuánto vapor de agua de calefacción se ahorraría la universidad si se pone en práctica este procedimiento de parada/puesta en marcha?

11.12. ***Edad de la Tierra.*** Es bien conocido que la Tierra esta más caliente a medida que se profundiza 1, 2, 5 o más kilómetros en su interior. El gradiente térmico dT/dl varía de lugar en lugar, continente u océano, etc., pero en promedio se ha encontrado que la temperatura aumenta aproximadamente 1 °C por cada 24 metros de profundidad. A partir de esta información Fourier (en 1820) y más tarde Kelvin (en 1864) estimaron cuando empezó la Tierra a enfriarse de su estado fundido. Ensáyese hacer este calculo también:

(a) Tomando la temperatura de la superficie de la Tierra como 20 °C y la temperatura de solidificación de las rocas como 1200 °C, estímese cuándo empezó la Tierra a solidificarse.

(b) Este cálculo ignora cualquier calor que pueda generarse en el interior de la Tierra por radiactividad. Si se tiene en cuenta este factor añadido, ¿aumentaría o disminuiría

el tiempo estimado en el apartado (a)?

Para referencias y discusiones véase H. S. Carslaw y J. C. Jaegger, *The conduction of Heat in Solids*, 2ª ed., p. 85, Oxford, 1959.

Capítulo 12 INTRODUCCIÓN A LOS INTERCAMBIADORES DE CALOR

Los intercambiadores de calor son aparatos para transferir calor desde una corriente fluida caliente a una corriente fluida fría. Existen tres grandes tipos de intercambiadores:

- el recuperador o intercambiador a través de una pared sin almacenar calor;
- el intercambiador de contacto directo sin almacenar calor;
- el regenerador, acumulador o intercambiador con almacenamiento de calor.

El tipo a escoger en cada situación depende en gran parte de la naturaleza de las fases presentes, gas-gas, gas-líquido, gas-sólido, líquido-líquido, líquido-sólido, sólido-sólido, y de la solubilidad mutua de dichas fases.

A continuación se presentarán algunos ejemplos de estos tres tipos de intercambiadores.

I. RECUPERADORES (INTERCAMBIADORES A TRAVÉS DE UNA PARED SIN ALMACENAMIENTO DE CALOR)

En los recuperadores las dos corrientes circulantes están separadas por una pared y el calor tiene que pasar a través de esta pared. Se han utilizado muchos modelos diferentes y una serie de ellos se estudiará en los capítulos posteriores. En la Fig. 12.1 se indican los esquemas de algunos de estos numerosos modelos diferentes.

Los recuperadores son ciertamente menos eficaces que los intercambiadores de contacto directo, ya que la presencia de la pared estorba el flujo de calor, Pero este tipo de intercambiador se utiliza cuando los fluidos no pueden ponerse en contacto directo, como sistemas gas-gas, líquidos miscibles, sólidos solubles o productos reactivos.

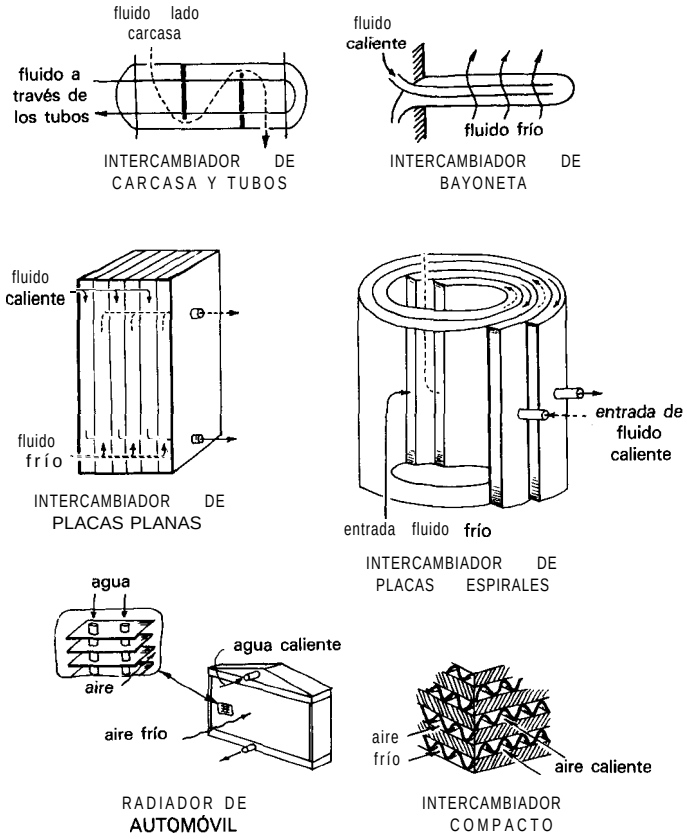


Fig. 12.1. Tipos diversos de recuperadores o intercambiadores a través de una pared.

II. INTERCAMBIADORES DE CONTACTO DIRECTO SIN ALMACENAMIENTO DE CALOR

En los intercambiadores de contacto directo sin almacenamiento de calor las corrientes contactan una con otra íntimamente, cediendo la corriente más caliente directamente su calor a la corriente más fría. Este tipo de intercambiador se utiliza naturalmente cuando las dos fases en contacto son mutuamente insolubles y no reaccionan una con otra. Por consiguiente, no puede utilizarse con sistemas gas-gas.

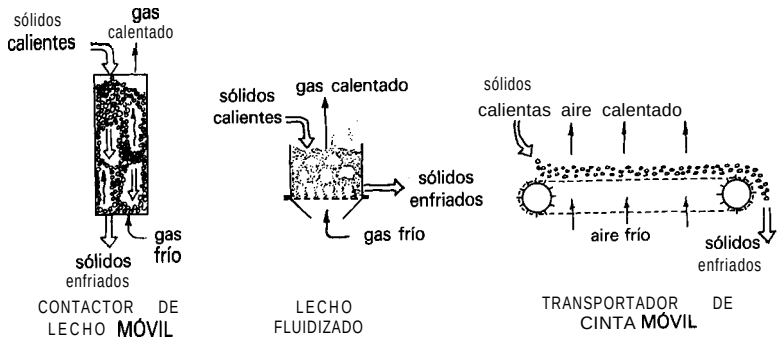


Fig. 12.2. Intercambiadores de contacto directo gas-líquido sin almacenamiento de calor.

Los intercambiadores de calor de contacto directo son de tres amplios tipos. En primer lugar, se tienen los intercambiadores gas-sólido. En la Fig. 12.2 se muestraq diversas formas de los mismos.

A continuación se tiene los intercambiadores fluido-fluido, en los que los dos fluidos en contacto son mutuamente inmiscibles. En la Fig. 12.3 se muestran algunos esquemas.

Finalmente, no siempre es necesario que los dos fluidos en contacto sean mutuamente insolubles, y la Fig. 12.4 muestra intercambiadores donde uno de los fluidos circulantes se disuelve en el otro. En particular, en los sistemas aire-agua el intercambiador de contacto directo es de gran importancia ya que justo una de

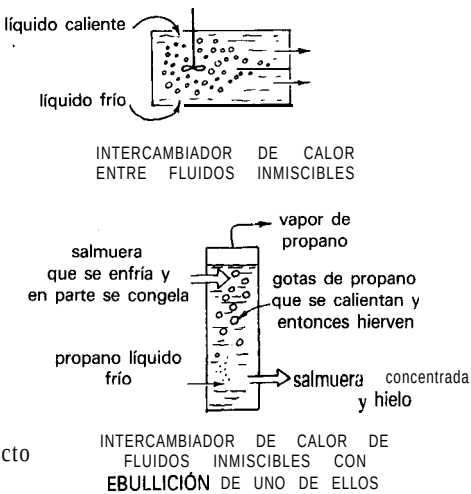


Fig. 12.3. Intercambiadores de contacto directo fluido-fluido sin almacenamiento de calor.

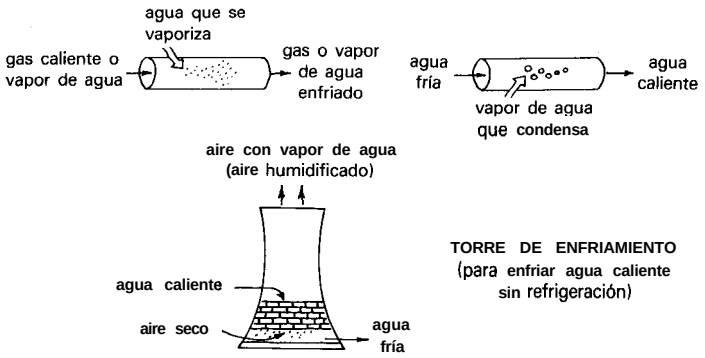


Fig. 12.4. Intercambiadores de calor de contacto directo fluido-fluido en los que una fase puede disolverse en la otra.

las fases (agua) se disuelve, o evapora, en la otra fase (aire). La torre de enfriamiento de agua, mostrada en la Fig. 12.4, es un ejemplo de este tipo, y de hecho, representa el tipo más ampliamente utilizado de intercambiador de calor en la industria.

El tratamiento adecuado de este tipo de intercambiador requiere la utilización de los métodos de transferencia simultáneamente de calor y materia, y va más allá del objetivo de este volumen. El lector interesado puede acudir a Fair (1972a; 1972b) y a muchos libros estándar sobre operaciones unitarias para ampliar el tema.

III. REGENERADORES (INTERCAMBIADORES DE CONTACTO DIRECTO CON ALMACENAMIENTO DE CALOR)

En los regeneradores una corriente caliente de un gas transfiere su calor a un compuesto intermedio, normalmente un sólido, que posteriormente cede este calor

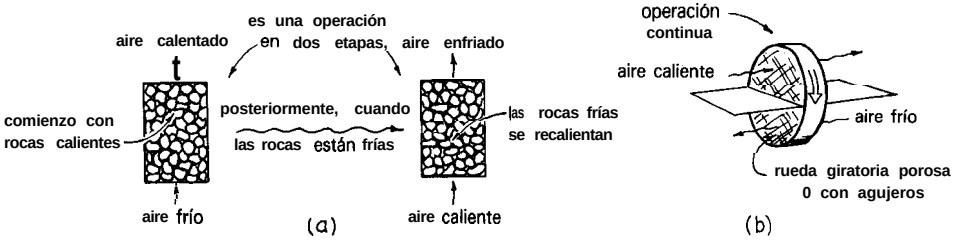


Fig. 12.5. Regeneradores de calor o intercambiadores con almacenamiento de calor: (a) los sólidos que almacenan el calor están quietos; (b) los sólidos que almacenan el calor circulan entre las corrientes caliente y fría.

almacenado a una segunda corriente de un gas frío. Existe una serie de diferentes maneras de hacer esto, como se muestra en la Fig. 12.5.

IV. INTERCAMBIADORES DE CALOR QUE UTILIZAN UNA CORRIENTE DE IDA Y VUELTA

En una serie de situaciones difíciles o cuando los dos puntos que deben intercambiar calor están bastante distanciados, puede utilizarse una tercera corriente de ida y vuelta para tomar el calor a la corriente caliente y a continuación cederlo a la corriente fría. Esta corriente de ida y vuelta puede ser de partículas sólidas o de un fluido.

A. El tubo de calor para intercambio de calor a distancia

El tubo de calor (véase discusión después del problema 3.24) transporta calor muy eficazmente desde un lugar a otro, y puesto que la resistencia principal a la transmisión de calor está en los dos extremos del tubo, donde el calor se toma y se cede, se utilizan normalmente tubos con aletas en estas zonas, como se muestra en la Fig. 12.6. El fluido del tubo que hierve en un extremo y condensa en el otro actúa transportando el calor con una circulación de ida y vuelta.

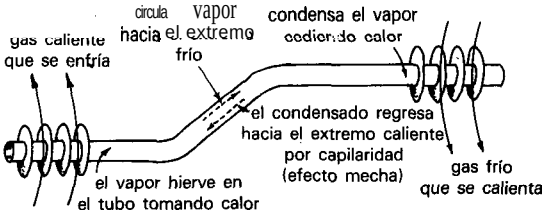


Fig. 12.6. El tubo de calor transfiere calor desde un sitio a otro, con frecuencia bastante apartado.

Ejemplos del uso de tubos de calor son la recuperación del calor almacenado en la calefacción doméstica solar (véase problema 3.27), en las cápsulas espaciales como un medio de transferir calor desde el lado caliente (encarado al sol) al lado frío de la cápsula, y en microelectrónica y equipo hi-fi (alta fidelidad) para extraer el calor desde los componentes críticos y disiparlo en el aire, evitando por tanto sobrecalentamientos. Finalmente, cerca de 100000 tubos de calor se colocarán en los soportes del oleoducto de Alaska, para evitar que el calor alcance los cimientos de los soportes que hubieron de situarse en suelo permanentemente congelado.

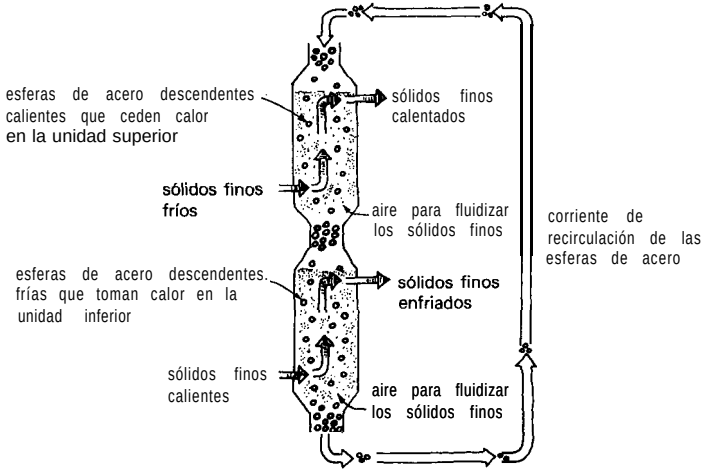


Fig. 12.7. Proceso **SPHER [J. E. Gwyn et al.,** *Chem. Eng. News*, pág. *42* (15 sept., **1980)]** para la recuperación de calor de pizarras agotadas (en su contenido de hidrocarburos) y su transferencia a las pizarras nuevas frías. Se trata de un intercambio de calor sólido-sólido en contracorriente, que utiliza una tercera corriente de sólidos como elemento transmisor de calor de ida y vuelta.

B. Transmisión de calor sólido-sólido

Conseguir un intercambio de calor en contracorriente de gases y líquidos no es problema, pero para dos corrientes de sólidos no es un caso fácil. La figura 12.7 muestra una propuesta que utiliza un sólido portador que se recircula y que desciende en contracorriente a dos sólidos en dos lechos fluidizados separados. Es una operación compleja, y el retromezclado vigoroso de sólidos en los lechos fluidizados produce severas desviaciones del ideal deseado de flujo en pistón en contracorriente de los sólidos.

Otra manera más sencilla de resolver el intercambio de calor en contracorriente de dos corrientes de sólidos es utilizar una corriente líquida de ida y vuelta, como se muestra en la Fig. 12.8.

Otra solución utiliza tubos de calor altamente eficaces en una disposición cruzada que proporciona una transmisión de calor en contracorriente. En la figura 12.9 se muestra el esquema correspondiente.

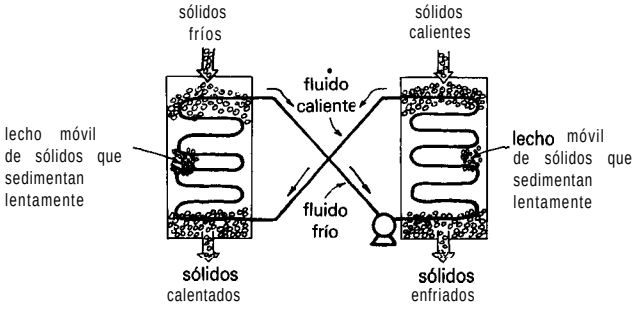


Fig. 12.8. Intercambiador de calor sólido-sólido en contracorriente, que utiliza un líquido de ida y vuelta.

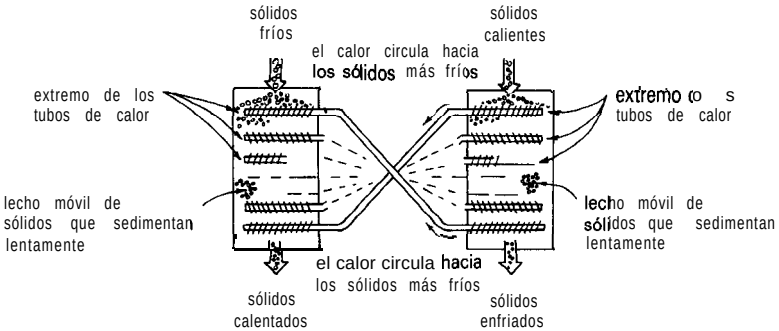


Fig. 12.9. Intercambio de calor sólido-sólido en contracorriente, que utiliza tubos de calor adecuadamente dispuestos como elementos de ida y vuelta. [O. Levenspiel y R. T. Chan, U. S. Pat. No. 4408656.1

V. COMENTARIOS

Lo que estos diseños muestran es que existen muchas maneras diferentes de transferir calor desde una corriente circulante a otra, y la primera decisión importante es elegir el tipo correcto de intercambiador. Con frecuencia, ésta es una decisión clara, pero algunas veces hay que comparar la economía de bastantes clases diferentes de intercambiadores.

En los siguientes capitulos se considerarán por turno los diversos tipos de intercambiadores, sus parámetros importantes de diseño y distintos métodos sencillos de diseño.

REFERENCIAS Y LECTURAS RELACIONADAS

J. R. Fair, Process heat transfer by direct fluid phase contact, *AIChE Symp. Ser. 68* (118), 1 (1972a).

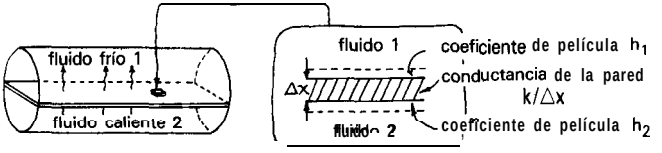
J. R. Fair, Designing direct-contact cooler/condensers, *Chem. Eng.*, p. 91 (June 12, 1972b).

Capítulo 13 RECUPERADORES: INTERCAMBIADORES A TRAVÉS DE LA PARED SIN ALMACENAMIENTO DE CALOR

Los recuperadores son intercambiadores de calor donde los dos fluidos que se transfieren calor se mantienen separados uno del otro mediante una pared. Su diseño requiere dos informaciones:

1. ***El coeficiente global de transmisión de calor*** U, que tiene en cuenta la resistencia global a la transferencia, incluida la pared. Incluye pues las resistencias individuales y la de la pared. A partir del capítulo 10 se tiene

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{h_1 A_1} + \frac{\Delta x}{k A_{medio}} + \frac{1}{h_2 A_2}$$



2. ***El modelo de contacto de las dos fases.*** Este puede ser muy complejo y difícil de evaluar. Para hacer el análisis de intercambiadores posible se idealizan los modelos reales de contacto considerándolos combinaciones de: (i) flujo en pistón, (ii) flujo mezclado, (iii) carga de fluido completamente mezclada, y (iv) carga no mezclada y fluido en reposo.

Se utilizará en este capítulo la siguiente nomenclatura:

A	área del intercambiador [m^2]
C	calor específico de un fluido [J/kg K]
$\mathcal{F}$	$\overline{\Delta T}/\Delta T_{ml}$, fuerza impulsora media de temperatura en el intercambiador comparada a la de flujo en contracorriente, que es la mejor posible [—]

$\dot{m}$	caudal de un fluido [kg/s]
NUT	número de unidades de transferencia, basado en una fase determinada [—]; véase Fig. 13.14
P	$\Delta T_i/\Delta T_{max}$ cambio de temperatura de la fase i comparada al máximo cambio posible de temperatura [—]; véase Fig. 13.4
q	caudal de calor ganado por una fase [W]
Q	calor ganado o perdido por un fluido hasta un punto determinado en el intercambiador [J/kg de una de las fases]
R	razón de cambios de temperatura o flujos de calor de los dos fluidos [—]; véase Fig. 13.4
AT	Diferencia de temperatura entre fases (o fuerza impulsora de temperatura) en una localización dada en el intercambiador [K]
ΔT_g	variación de temperatura de la fase gaseosa [K]
ΔT_l	variación de temperatura de la fase líquida [K]
ΔT_{ml}	fuerza impulsora de temperatura media logarítmica [K]; véase ecuación (13.5)
ΔT_{max}	diferencia máxima de temperatura entre fases [K]

Subíndices:

0	para tiempo cero
en	para las condiciones de entrada
sal	para las condiciones de salida
g, l	se denominaran las dos fases en contacto gas y líquido por conveniencia, aunque puede tratarse de otras
tx	transferido

Para los intercambiadores de carcasa y tubos, véase ecuación (13.17):

- $\dot{M}$, C y T se refieren al caudal, calor específico y temperatura, respectivamente, para el lado de la carcasa;
- $\dot{m}$, c y t se refieren al caudal, calor específico y temperatura, respectivamente, para el lado de los tubos.

Se desarrollarán ahora las ecuaciones de rendimiento para diversos modelos de contacto.

I. FLUJO EN PISTÓN EN CONTRACORRIENTE Y EN PARALELO

Estos dos modelos de contacto son una idealización y una aproximación' de los flujos reales en los intercambiadores de calor de doble tubo. Para desarrollar la ecuación de rendimiento para estos modelos de contacto, y en general para cualquier otro modelo de contacto, se utilizará la siguiente relación:

$$\begin{pmatrix}\text{caudal de}\\ \text{pérdida de calor}\\ \text{por el gas}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{caudal de}\\ \text{ganancia de calor}\\ \text{por el fluido}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{caudal de}\\ \text{transmisión de calor}\\ \text{desde el gas al líquido}\end{pmatrix} \qquad (13.1a)$$

o bien

$$q_{\text{perdido por el gas}} = \dot{q}_{\text{ganado por el liquido}} = \dot{q}_{\text{transferido}} \tag{13.1b}$$

Se tratarán dos casos amplios; en primer lugar, los fluidos sin cambio de fase y con calores específicos constantes y, en segundo lugar, los intercambiadores de calor con cambios de fase (ebullición o condensación).

A. Sin cambio de fase, C_p independiente de temperatura

En la Fig. 13.1 se esquematiza el diagrama de temperatura frente a la distancia y el diagrama más útil de T frente a Q para estos dos modelos idealizados de flujo. Nótese que Q representa la cantidad de calor intercambiado a medida que los fluidos pasan a través del intercambiador. Esta cantidad se mide convenientemente por el cambio entálpico de uno de los fluidos [J/kg], o como fracción del calor total transferido.

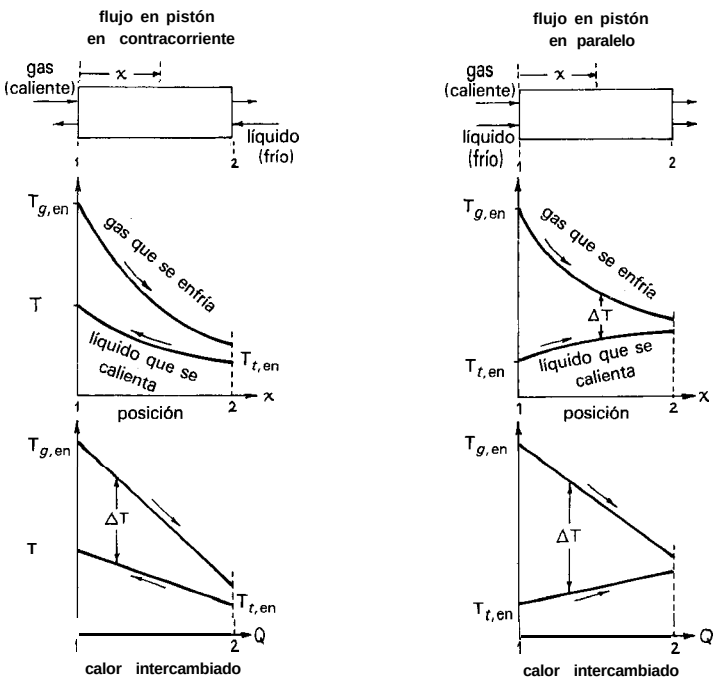


Fig. 13.1. Perfiles de temperatura en intercambiadores ideales en contracorriente y en paralelo, como una función de la posición y una función del calor transferido entre las corrientes.

1. Intercambiadores en contracorriente. Alrededor de todo el intercambiador, el balance de calor de la ecuación (13.1) se puede escribir como

$$q = -m_g C_g (T_{g,\text{sal}} - T_{g,\text{en}}) = m_l C_l (T_{l,\text{sal}} - T_{l,\text{en}}) = UA\Delta T \tag{13.2}$$

Análogamente para una sección diferencial del intercambiador de área interfacial dA, se tiene

$$d\dot{q} = \underbrace{-\dot{m}_g C_g \, dT_g}_{\text{I}} = \underbrace{\dot{m}_l C_l \, dT_l}_{\text{II}} = \underbrace{U\Delta T \, dA}_{\text{III}} \tag{13.3}$$

donde $\Delta T = T_g - T_l$ se denomina fuerza impulsora de temperatura. Combinando los términos I y III, II y III e integrando (se considera U constante), después de considerable manipulación, se obtiene

$$q = m_g C_g (T_{g,\text{en}} - T_{g,\text{sal}}) = m_l C_l (T_{l,\text{sal}} - T_{l,\text{en}}) = UA\Delta T_{ml} \tag{13.4}$$

donde la fuerza impulsora adecuada de temperatura es fuerza impulsora de temperatura media logarítmica, definida como

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \dfrac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} = \frac{(T_{g,\text{sal}} - T_{l,\text{en}}) - (T_{g,\text{en}} - T_{l,\text{sal}})}{\ln \dfrac{T_{g,\text{sal}} - T_{l,\text{en}}}{T_{g,\text{en}} - T_{l,\text{sal}}}} \tag{13.5}$$

Reagrupando las ecuaciones (13.4) y (13.5) se obtiene, después de más manipulación, la eficacia del intercambiador de calor como

$$\eta_l = \frac{\Delta T_l}{\Delta T_{\max}} = \frac{T_{l,\text{sal}} - T_{l,\text{en}}}{T_{g,\text{en}} - T_{l,\text{en}}} = \frac{1 - K}{(\dot{m}_l C_l / \dot{m}_g C_g) - K} \tag{13.6}$$

o bien

$$\eta_g = \frac{\Delta T_g}{\Delta T_{\max}} = \frac{T_{g,\text{en}} - T_{g,\text{sal}}}{T_{g,\text{en}} - T_{l,\text{en}}} = 1 \frac{1 - K}{-(\dot{m}_g C_g / \dot{m}_l C_l) K} \tag{13.7}$$

donde

$$K = \exp\left[-UA\left(\frac{1}{\dot{m}_g C_g} - \frac{1}{\dot{m}_l C_l}\right)\right] \tag{13.8}$$

En el caso especial de iguales capacidades caloríficas ($\dot{m}_g C_g = \dot{m}_l C_l = \dot{m}C$) las líneas de operación en el gráfico T frente a Q se hacen paralelas y

$$\mathrm{AT}_{,,,,} \rightarrow AT \qquad \text{constante a través del intercambiador}$$

En esta situación las ecuaciones (13 .6) y (13.7) se reducen a

$$\eta_g = \eta_l = \frac{\Delta T_g}{\Delta T_{\max}} = \frac{\Delta T_l}{\Delta T_{\max}} = \frac{UA/\dot{m}C}{1 + (UA/\dot{m}C)} \tag{13.9}$$

Las ecuaciones (13.4) y (13.5) son útiles para encontrar el tamaño de un intercambiador dadas las temperaturas de entrada y salida deseadas. Las ecuaciones (13.6) a (13.9) son útiles para el problema inverso, encontrar las temperaturas de salida en un sistema dado.

2. Intercambiadores en paralelo. Igual que para el contacto en contracorriente, el tamaño del intercambiador (o caudal) para dar las temperaturas terminales deseadas se encuentra que es

$$\dot{q} = \dot{m}_g C_g (T_{g,\mathrm{en}} - T_{g,\mathrm{sal}}) = \dot{m}_l C_l (T_{l,\mathrm{sal}} - T_{l,\mathrm{en}}) = UA\Delta T_{ml} \tag{13.10}$$

donde

$$AT_{,,,,} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \dfrac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} = \frac{(T_{g,\mathrm{sal}} - T_{l,\mathrm{sal}}) - (T_{g,\mathrm{en}} - T_{l,\mathrm{en}})}{\ln \dfrac{T_{g,\mathrm{sal}} - T_{l,\mathrm{sal}}}{T_{g,\mathrm{en}} - T_{l,\mathrm{en}}}} \tag{13.11}$$

A partir de estas expresiones la eficacia del intercambiador de calor (y por tanto, las temperaturas terminales) en un intercambiador dado se encuentra que es

$$\eta_l = \frac{T_{l,\mathrm{sal}} - T_{l,\mathrm{en}}}{T_{g,\mathrm{en}} - T_{l,\mathrm{en}}} = \frac{\dot{m}_g C_g}{\dot{m}_g C_g + \dot{m}_l C_l}(1 - K') \tag{13.12}$$

o bien

$$\eta_g = \frac{T_{g,\mathrm{en}} - T_{g,\mathrm{sal}}}{T_{g,\mathrm{en}} - T_{l,\mathrm{en}}} = \frac{\dot{m}_l C_l}{\dot{m}_g C_g + \dot{m}_l C_l}(1 - K') \tag{13.13}$$

donde

$$K' = \exp\left[-UA\left(\frac{1}{\dot{m}_g C_g} + \frac{1}{\dot{m}_l C_l}\right)\right] \tag{13.14}$$

Para iguales capacidades caloríficas ($\dot{m}_g C_g = \dot{m}_l C_l = \dot{m}C$) las expresiones de eficacia se reducen a

$$\eta_g = \eta_l = \frac{\Delta T_g}{\Delta T_{\max}} = \frac{\Delta T_l}{\Delta T_{\max}} = \frac{1}{2}[1 - e^{-(UA/2\dot{m}C)}] \tag{13.15}$$

3. **Contacto en paralelo o en contracorriente con U variable.** Si U varía linealmente con la temperatura la integración de la ecuación (13.3) da

$$(U\Delta T)_{ml} = \frac{U_2\Delta T_1 - U_1\Delta T_2}{\ln \dfrac{U_2\Delta T_1}{U_1\Delta T_2}} \quad \text{con } U = a + bT \tag{13.16}$$

que se utilizará en la ecuación (13.4) 0 ecuación (13.10).

4. Conclusión. El flujo en contracorriente es siempre más eficaz que el flujo en paralelo.

B. Intercambiadores con cambio de fase

Supóngase que se utiliza agua fría para condensar vapor de agua caliente a presión atmosférica. Para flujo en contracorriente el diagrama ***T*** frente a Q será entonces como se muestra en la Fig. 13.2 con tres regímenes distintos, cada uno con su valor particular de U. Para esta situación la expresión global calor perdido/calor ganado, ecuación (13.2), no cambia; sin embargo, la expresión de velocidad, ecuación (13.3), debe integrarse bien gráficamente, numéricamente o consideran-

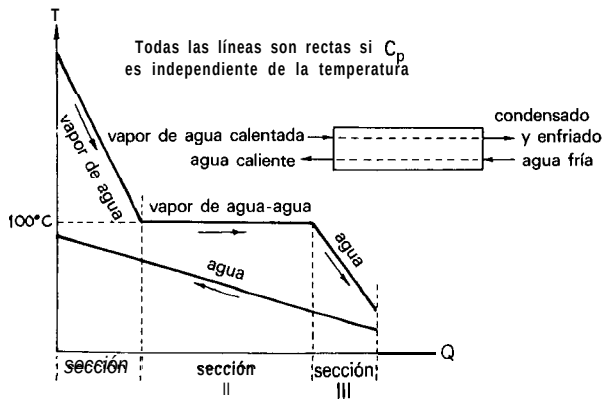


Fig. 13.2. Diagrama ***T*** frente a Q para flujo en pistón en contracorriente con un cambio de fase.

do las tres secciones del intercambiador separadamente, utilizando las ecuaciones (13.4) y (13.5) para cada sección.

El gráfico T frente a Q es una representación útil para sistemas con cambio de fase, para encontrar condiciones intermedias y para ayudar a observar lo que está ocurriendo. Los valores de Q para este gráfico se pueden encontrar directamente de las tablas de entalpía para fluidos, ya que en ausencia de trabajo mecánico el balance de energía para un fluido circulante, ecuación (1.4), se reduce a

$$Q = AH$$

Por supuesto, las líneas que representan el fluido caliente y el fluido frío en el gráfico T frente a Q nunca pueden cruzarse.

II. INTERCAMBIADORES DE CARCASA Y TUBOS

Para los intercambiadores de carcasa y tubos se tienen varios modelos de flujo diferentes del sencillo de flujo en pistón en paralelo y en contracorriente. Todos son menos eficaces que el flujo en pistón en contracorriente. Esto significa que se necesita más área superficial del intercambiador para las condiciones finales dadas. A pesar de este inconveniente estos intercambiadores se utilizan ampliamente en la industria, ya que con frecuencia son más convenientes, más compactos y menos caros de construir para una finalidad dada.

Se tratarán estos intercambiadores como unidades de flujo en pistón en contracorriente con un factor de corrección $\mathcal{F}$, entre 0 y 1, para tener en cuenta la disminuida eficacia de contacto. Por tanto las ecuaciones de rendimiento para estos intercambiadores, suponiendo U constante, son

$$q = \underbrace{-[\dot{m}C(T_{sal} - T_{en})]_{carcasa}}_{\text{Perdido por el fluido de la carcasa}} = \underbrace{[\dot{m}C(T_{sal} - T_{en})]_{tubo}}_{\text{Ganado por el tubo del fluido}} = \underbrace{UA\Delta T_{ml}\mathcal{F}}_{\text{Entre los fluidos de la carcasa y de los tubos}} \tag{13.17a}$$

o con la nomenclatura especial de esta sección

$$q = -\dot{M}C(T_2 - T_1) = \dot{m}c(t_2 - t_1) = UA\overline{\Delta T} \tag{13.17b*}$$

* Nótese que las letras mayúsculas $\dot{M}$, C y T representan el fluido del lado de la carcasa, las minúsculas m, c y t representan el fluido del lado de los tubos, AT = $T - t$ representa la fuerza impulsora de temperaturas, y los subíndices 1 y 2 corresponden a las corrientes entrantes y salientes de fluidos, respectivamente.

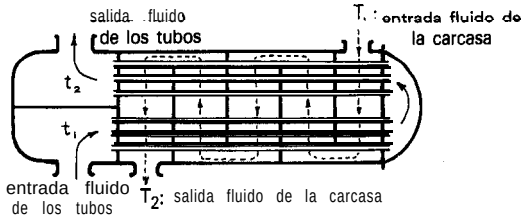


Fig. 13.3. Interior de un intercambiador de carcasa y tubos 1-2, considerablemente simplificado.

Existen todo tipo de modelos de contacto, que se designan por pares de números 1-2, 1-4, 2-4, etc. El primer número se refiere al número de pasos del fluido en la carcasa; el segundo se refiere al número de pasos en los tubos, donde el término «paso» representa el flujo desde un extremo del intercambiador al otro.

En la Fig. 13.3 se muestra un esquema del intercambiador 1-2 de carcasa y tubos. Estos intercambiadores son con frecuencia muy grandes, conteniendo no seis tubos, como se muestra en el esquema, sino centenares de tubos.

La ecuación (13.17) se ha resuelto para una variedad de intercambiadores de carcasa y tubos, con las siguientes hipótesis:

- flujo de pistón ideal de todas las corrientes;
- no hay gradientes de temperatura a lo largo de la trayectoria de flujo de cualquier fluido;
- igual área de transmisión de calor para cada paso;
- valor de U constante a través del intercambiador;
- calor específico constante y sin cambio de fase en los fluidos, es decir, sin vaporización o condensaciones dentro del intercambiador;
- pérdidas de calor hacia el entorno despreciables; y
- no hay conducción a lo largo de las paredes del intercambiador en las direcciones de flujo de los fluidos.

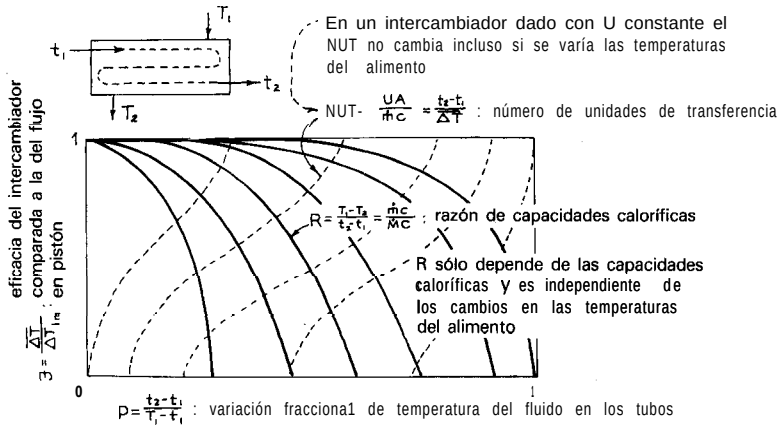


Fig. 13.4. Relación entre las variables de la ecuación (13.17) para los intercambiadores de carcasa y tubos. $\dot{M}$, C y T se refieren al fluido del lado de la carcasa; $\dot{m}$, c y t se refieren al fluido en los tubos; $\Delta T = T - t$ es la fuerza impulsora de temperatura.

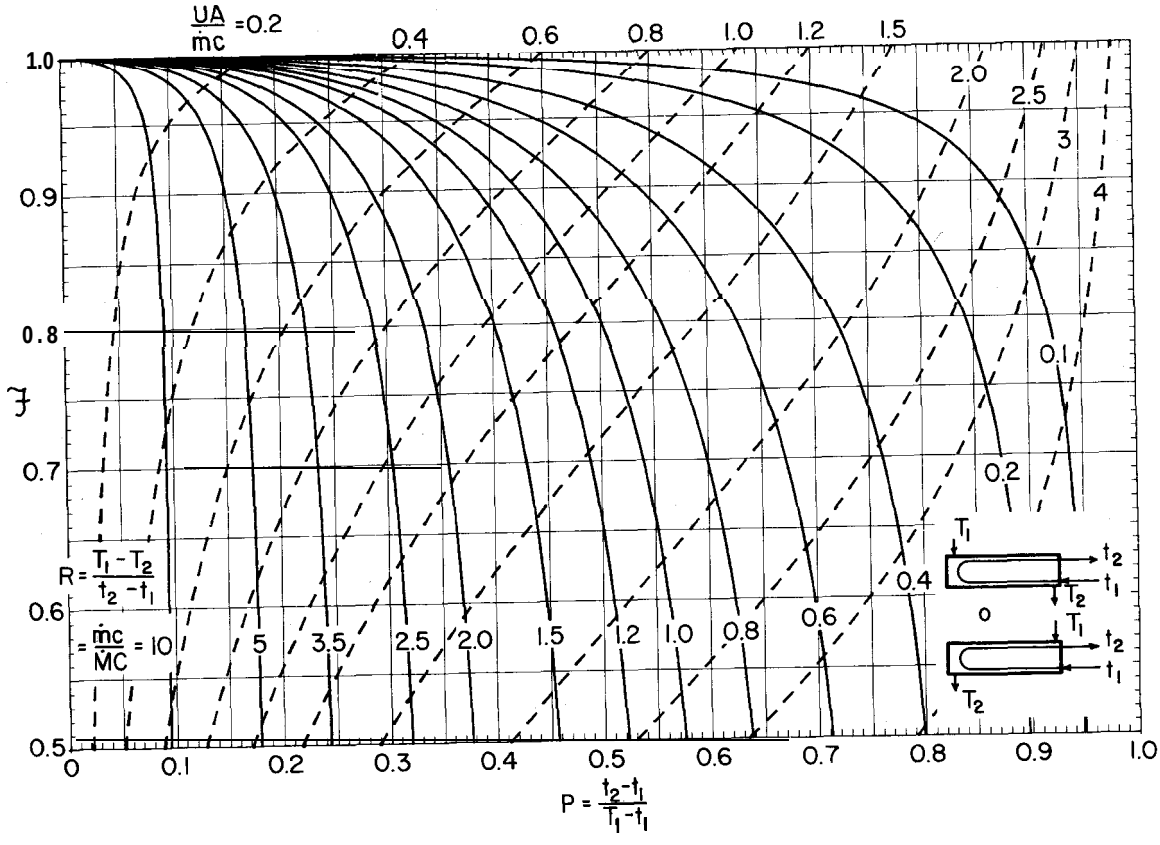


Fig. 13.5. Gráfico de rendimiento para un intercambiador de carcasa y tubos 1-2.

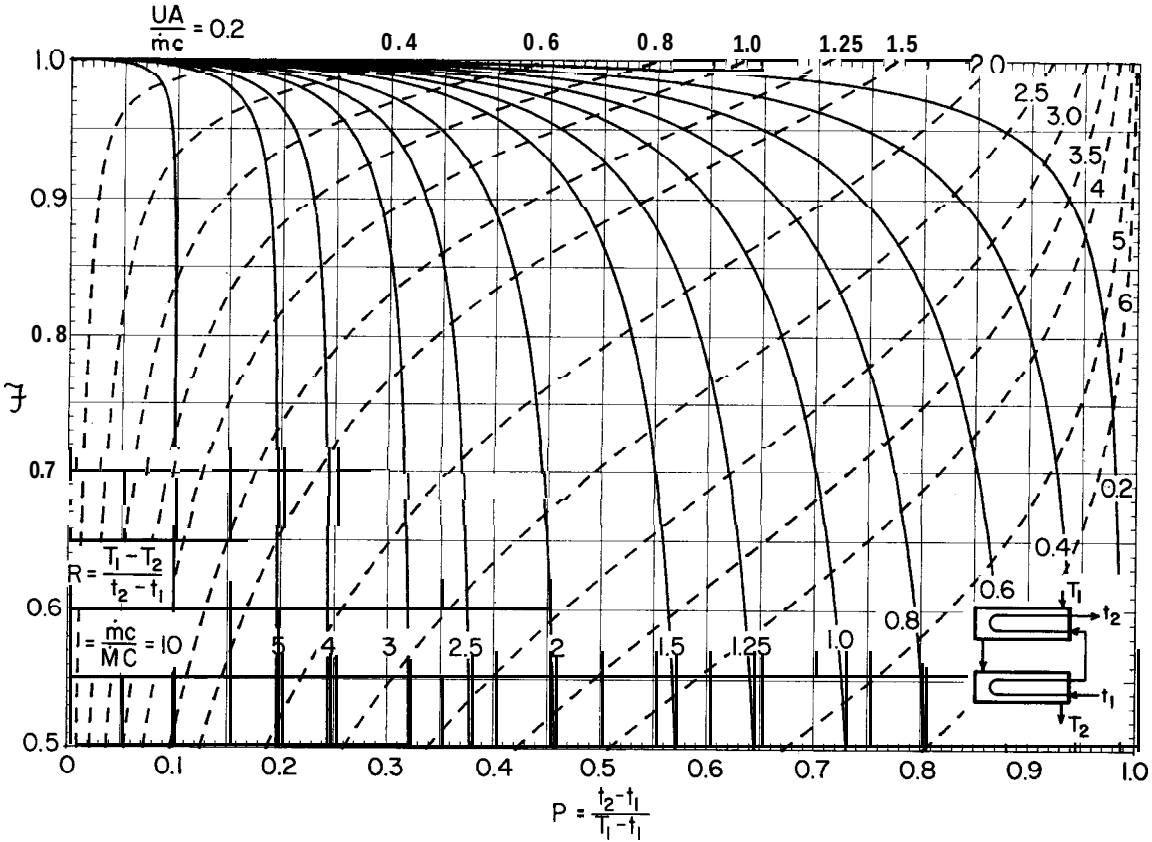


Fig. 13.6. Gráfico de rendimiento para un intercambiador de carcasa y tubos 2-4.

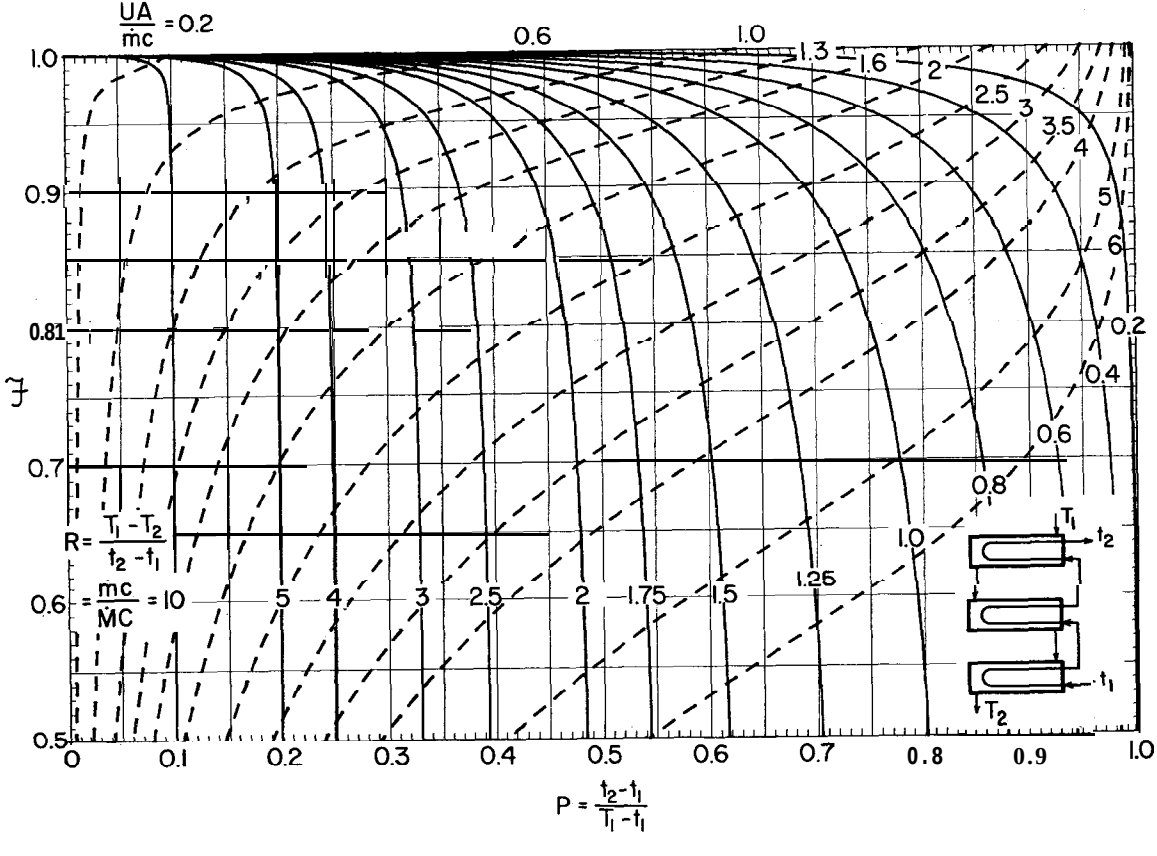


Fig. 13.7. Gráfico de rendimiento para un intercambiador de carcasa y tubos 3-6.

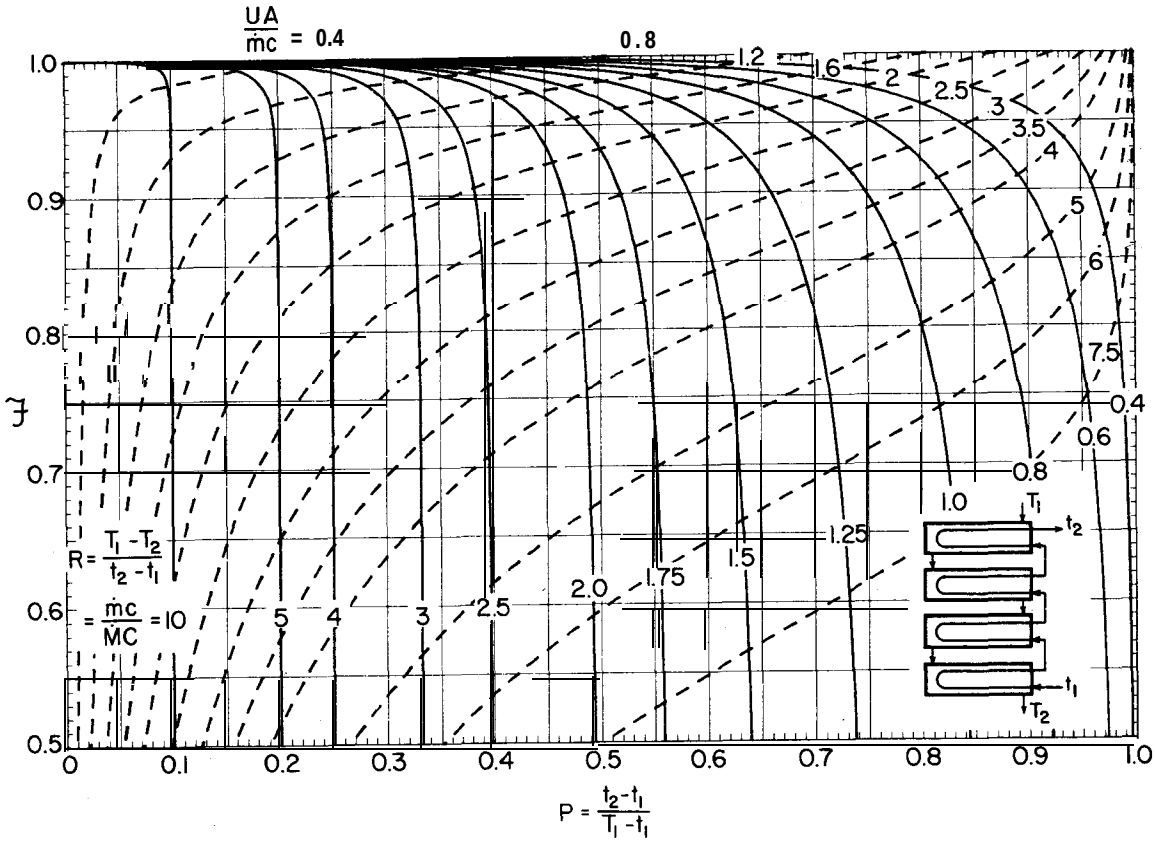


Fig. 13.8. Gráfico de rendimiento para un intercambiador de carcasa y tubos 4-8.

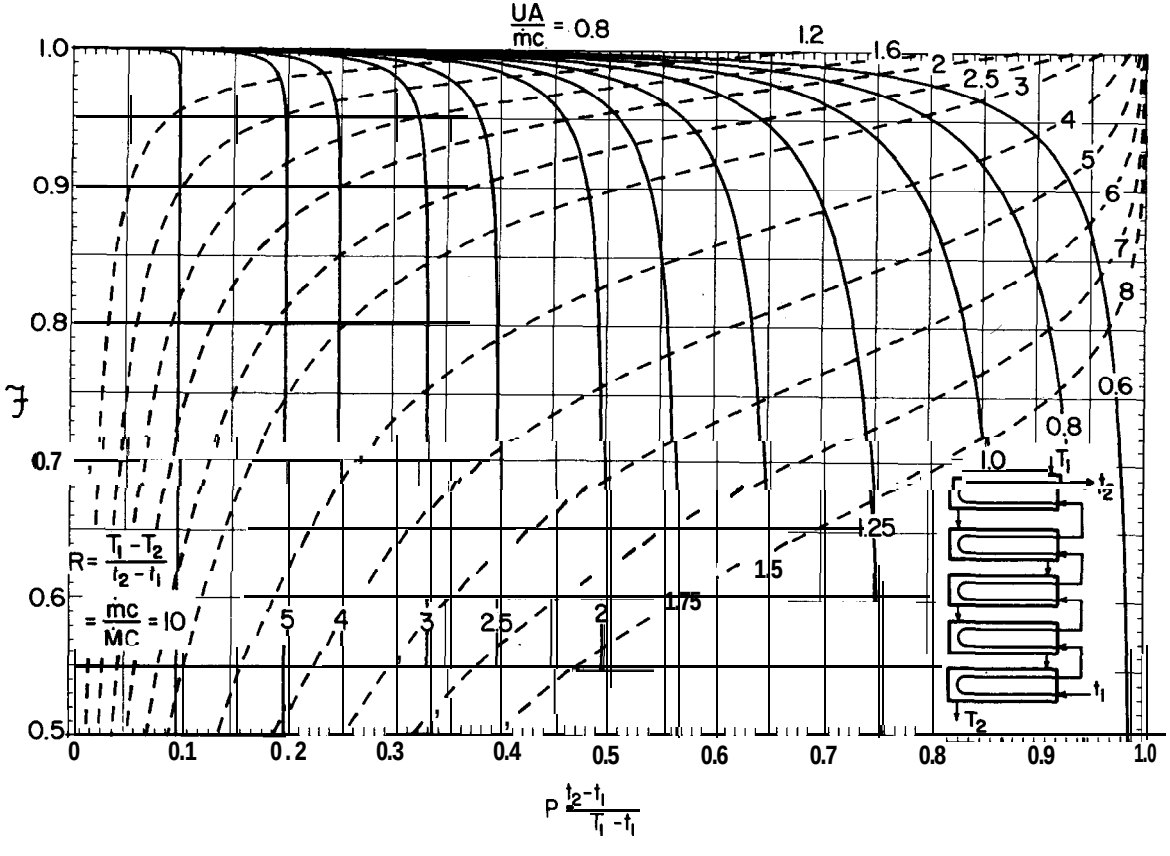


Fig. 13.9. Gráfico de rendimiento para un intercambiador de carcasa y tubos 5-10.

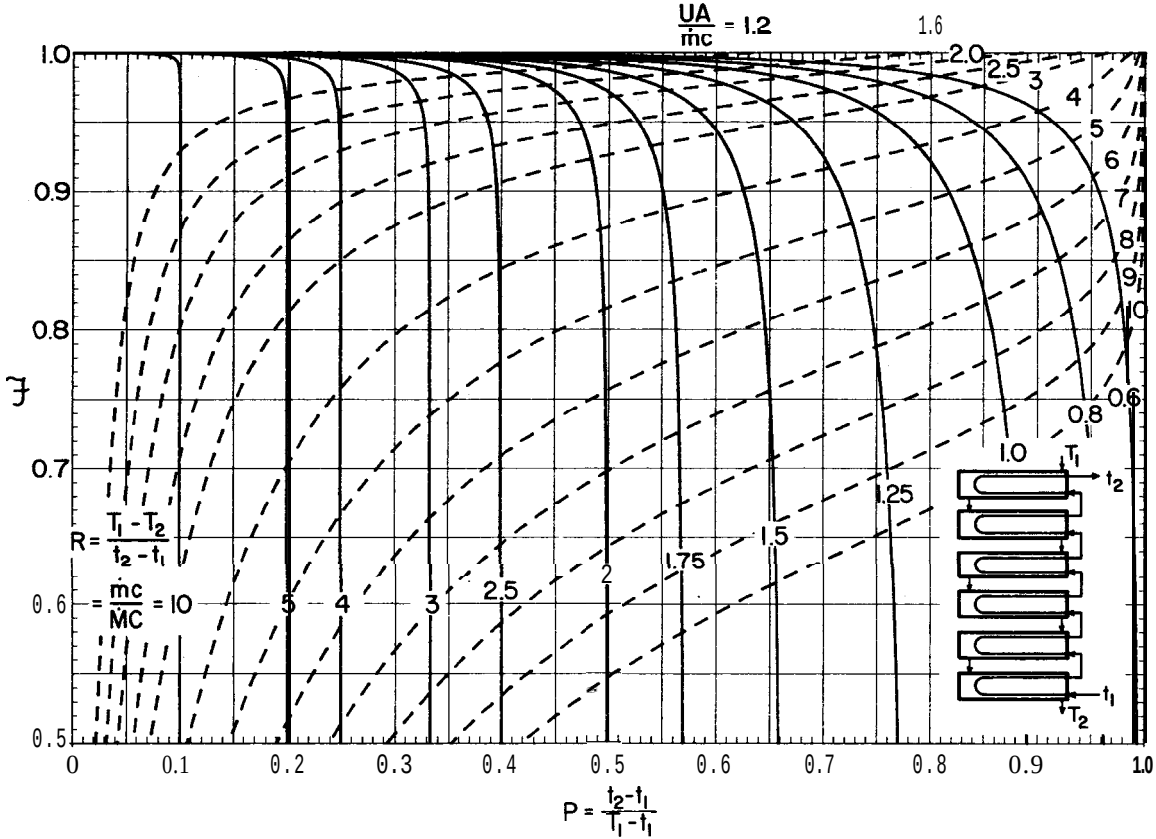


Fig. 13.10. Gráfico de rendimiento para un **intercambiador** de carcasa y tubos 6-12.

Las expresiones resultantes son complicadas, pero con la ayuda de un ordenador puede representarse gráficamente la relación entre todas las variables de una forma compacta, como se indica en la Fig. 13.4. Las figuras 13.5 a 13.10, preparadas por Turton *et al.* (1984), muestran esta relación para diversas combinaciones de pasos de carcasa y tubos.

Comentarios

1. Los intercambiadores de carcasa y tubos se utilizan principalmente para sistemas líquido-líquido.
2. Recta de los fluidos. He aquí algunas consideraciones:

- El interior de los tubos es mucho más fácil de limpiar que la carcasa, por tanto el fluido que forme espuma o depósitos salinos deberá circular a través de los tubos.
- El fluido corrosivo deberá circular a través de los tubos para evitar el gasto de metales especiales para ambos, carcasa y tubos.
- El *Ap* del lado de los tubos normalmente es mayor que el *Ap* del lado de la carcasa, por tanto el fluido menos viscoso deberá pasar a través de los tubos.
- Rara vez se utiliza un número impar de pasos en los tubos 3, 5 o 7, ya que la expansión y los problemas de esfuerzos asociados con los cambios de temperatura son difíciles de tratar.
- Existen varias maneras de poner las fases en contacto para un número dado de pasos en la carcasa y tubos. Se intenta siempre acercarse al flujo en contracorriente.
- Estas gráficas muestran que cuanto mayor es el número de pasos en la carcasa y tubos, mayor es la aproximación al flujo ordinario en contracorriente con su mayor fuerza impulsora de temperatura.

3. El diseño real de intercambiadores de carcasa y tubos es un trabajo complejo. El lector interesado deberá acudir a los libros especializados dedicados al tema.

III. INTERCAMBIADORES DE FLUJO CRUZADO Y COMPACTOS

Estos intercambiadores tienen formas y tamaños diversos como se esquematiza en la Fig. 13.11. En este caso se tienen dos tipos de flujo para una fase: bien mezclado lateralmente o no mezclado. Por ejemplo, considérese la temperatura del líquido caliente en la posición A y en la posición B en el esquema de la Fig. 13.12. Sin mezclado lateral, el fluido caliente tomaría trayectorias separadas y paralelas a

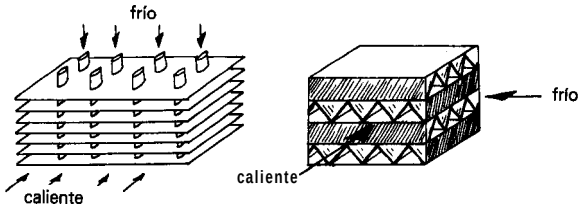


Fig. 13.11. Algunos de los muchos tipos de intercambiadores de flujo cruzado y compactos.

través del intercambiador, en cuyo caso el fluido en B estaría mucho más frío que en A. Con mezclado lateral todo el fluido a lo largo de AB estaría a la misma y única temperatura. En la Fig. 13.13 se muestran estos dos esquemas.

La relación entre las variables para las diversas combinaciones de flujo ideal mezclado y no mezclado se ha evaluado teóricamente y se ha visualizado en gráficos de diseño similares a la Fig. 13.4. Las figuras 13.14-13.18, preparadas por Turton *et al.* (1984), presentan gráficos precisos dibujados mediante ordenador para diversas combinaciones de intercambiadores de flujo cruzado mezclado y no mezclado. En estas gráficas, *M*, C y *T* representan un fluido, mientras *m, c y t* representan el otro fluido. La comparación de los valores de $\mathcal{F}$ de las figuras 13.14, 13.15 y 13.16, muestra que el flujo no mezclado es mejor que el flujo mezclado; y la comparación de la figura 13.15 con 13.17 y 13.18, muestra que el contacto de paso múltiple es mejor que el contacto de paso único, si se hace adecuadamente (Fig. 13.17 frente a Fig. 13.15), pero es más pobre que el contacto de paso único, si no se hace adecuadamente (Fig. 13.18 frente a Fig. 13.15).

Existen muchas variaciones de estos modelos de contacto. Mueller (1973) presenta algunas de estas. La figura 13.19 muestra algunas otras.

Observaciones

Los esquemas de la figura 13.20 muestran otras cuatro maneras de visualizar la relación entre las variables en los intercambiadores de calor. El esquema (a) es idéntico a los gráficos de diseño de este capítulo, excepto que no aparece la variable NUT.

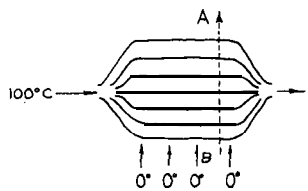


Fig. 13.12

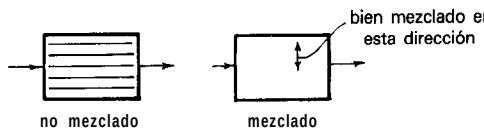


Fig. 13.13

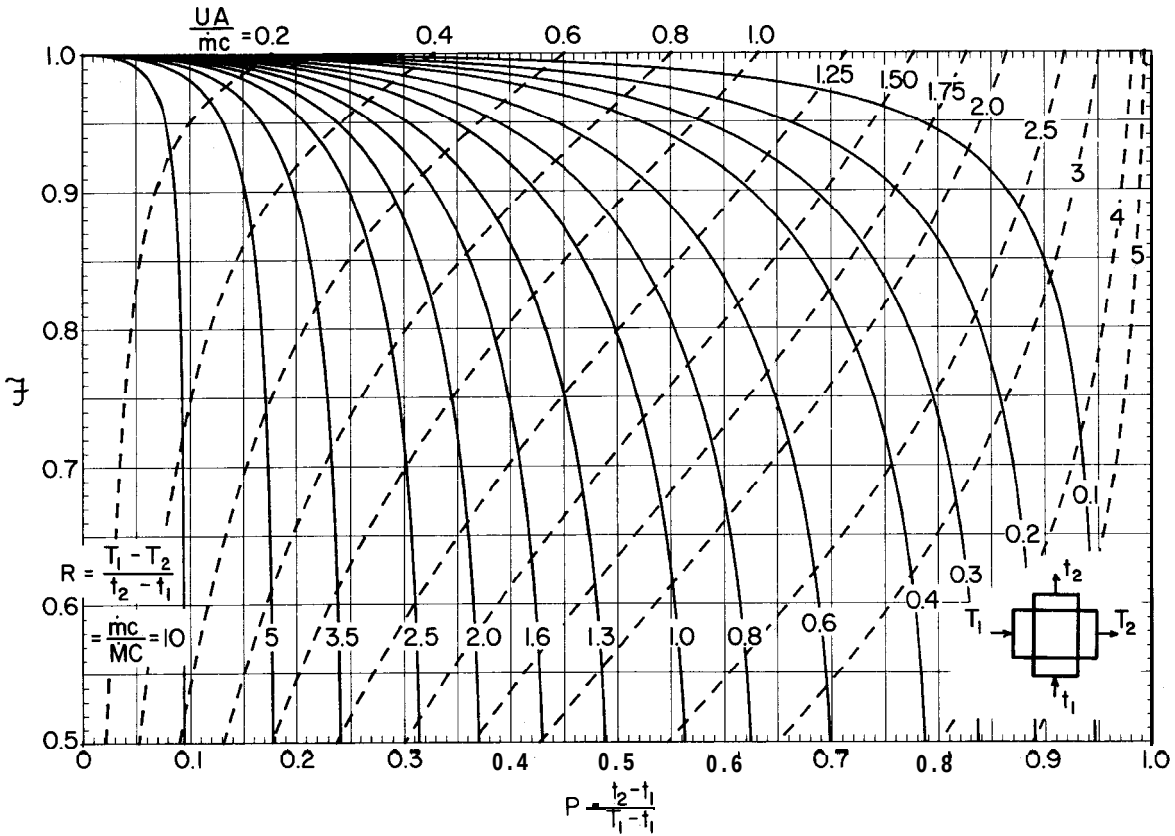


Fig. 13.14. Gráfico de rendimiento para un intercambiador de flujo cruzado de paso único, ambos fluidos mezclados.

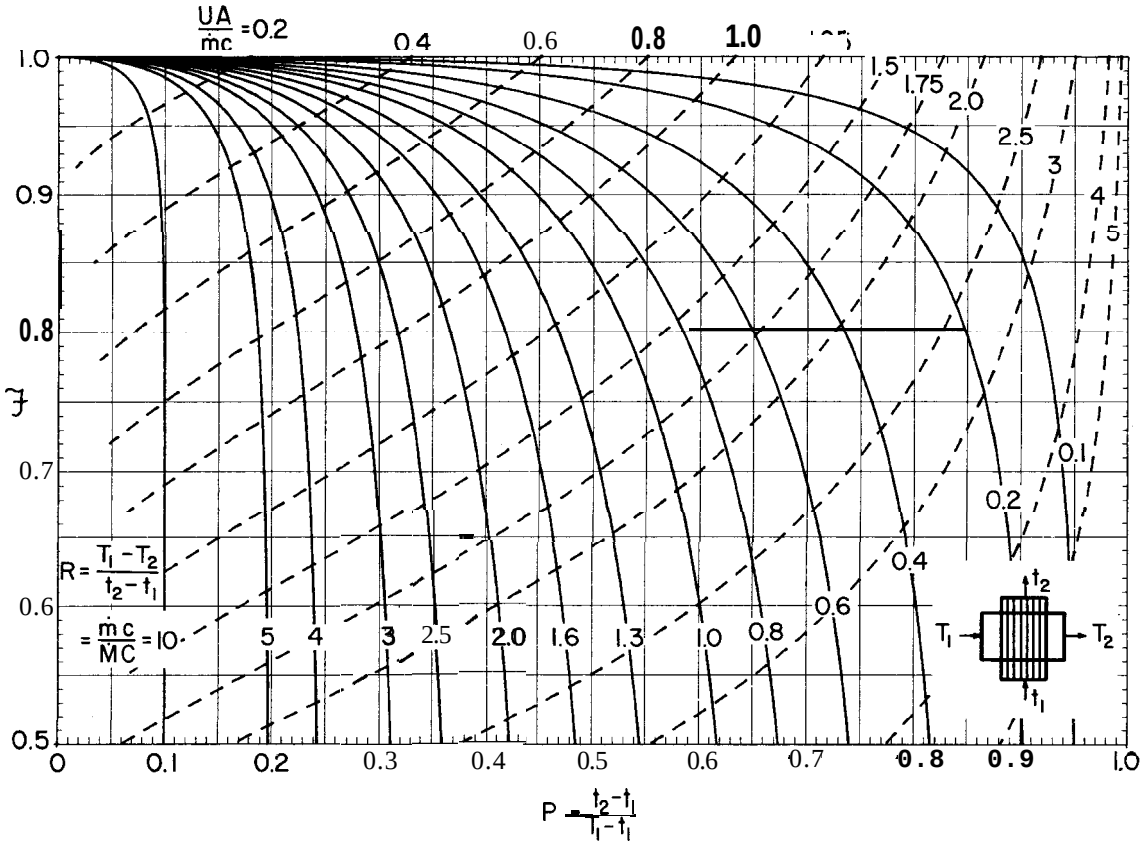


Fig. **13.15.** Gráfico de rendimiento para un intercambiador de flujo cruzado de paso único, un fluido mezclado, otro no mezclado.

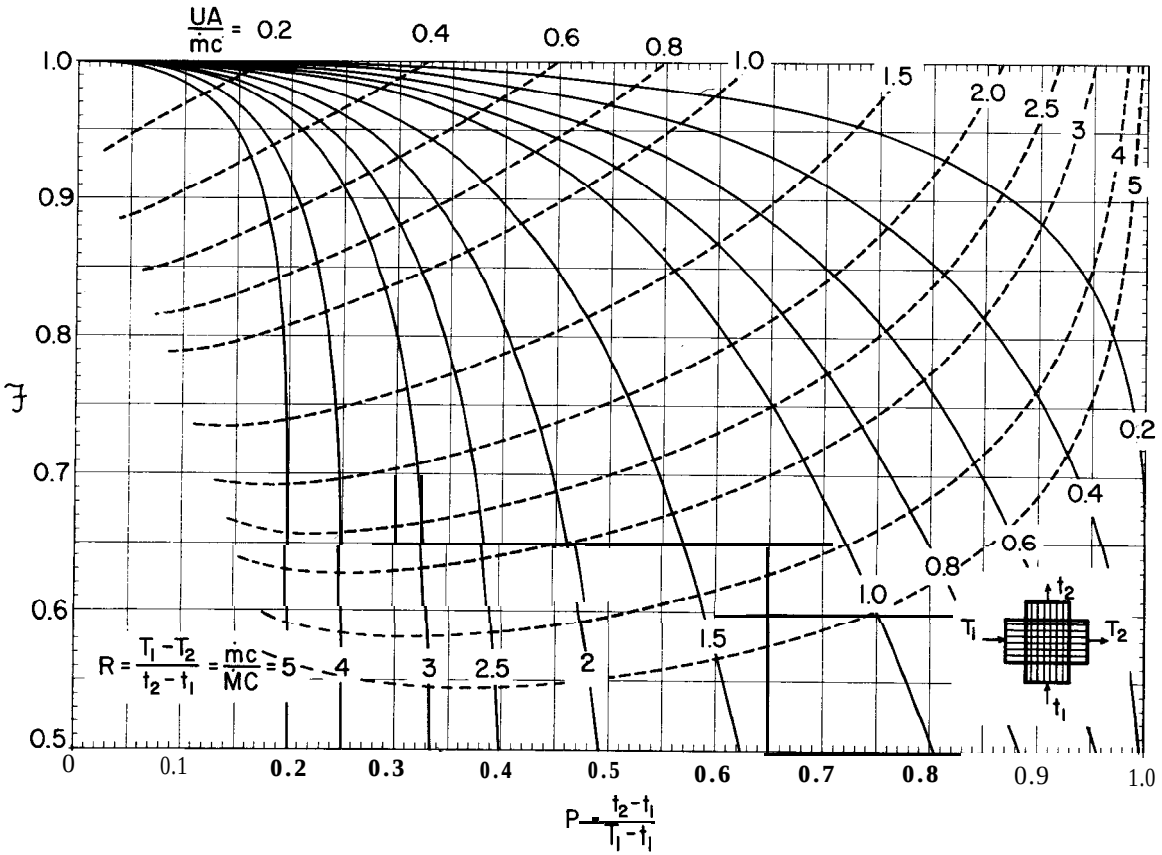


Fig. **13.16.** Gráfico de rendimiento para un **intercambiador** de flujo cruzado de paso único, ambos fluidos no mezclados. [Véase Baclic (1978) para la matemática de este modelo de contacto.]

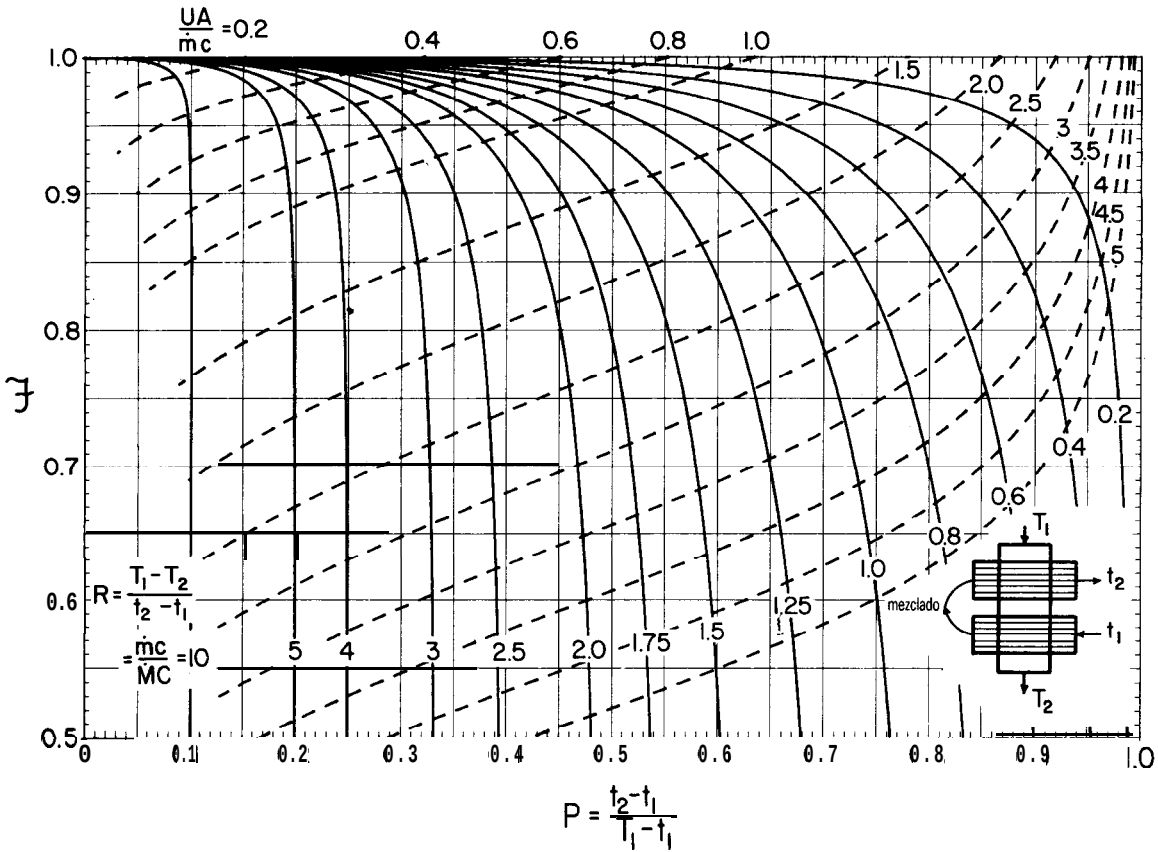


Fig. **13.17.** Gráfico de rendimiento para un **intercambiador** de flujo cruzado de dos pasos, disposición en contracorriente.

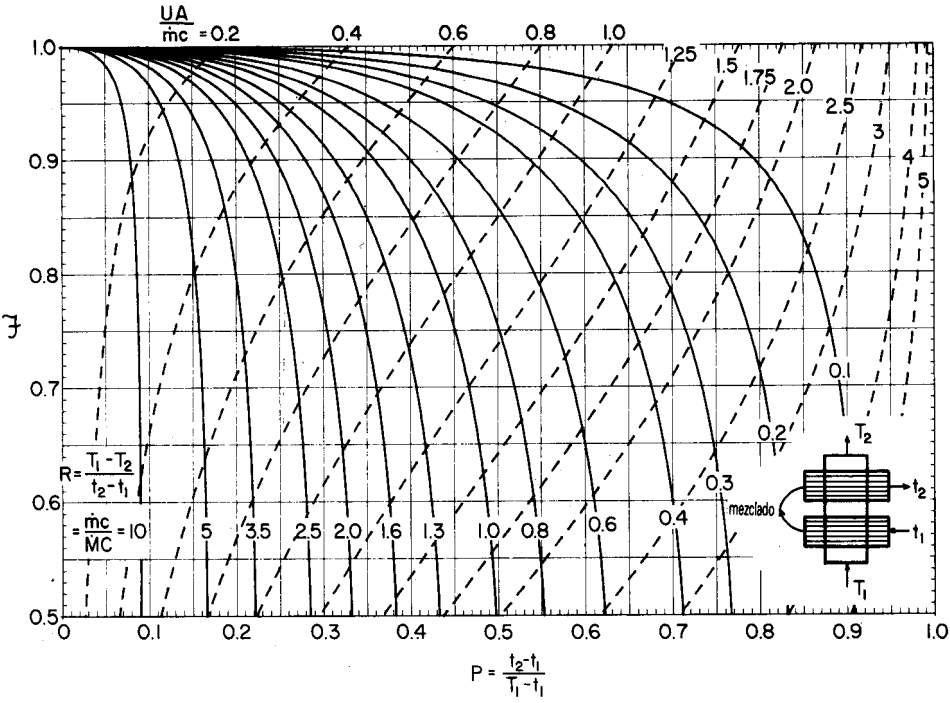
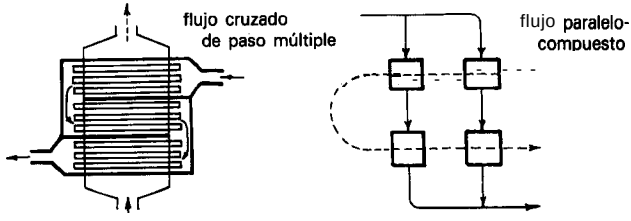


Fig. **13.18.** Gráfico de rendimiento para un intercambiador de flujo cruzado de dos pasos, disposición en paralelo.

En consecuencia, aunque permiten encontrar el tamaño del intercambiador directamente, dadas las temperaturas terminales del intercambiador, el problema inverso de encontrar la temperatura de salida de los fluidos en un intercambiador dado, requiere una solución tediosa por tanteos. Los esquemas **(b)** y **(c)** son esencialmente equivalentes a los gráficos de este capítulo, en los que se puede resolver cualquier problema sin tanteo. Sin embargo, estas figuras no visualizan el valor de $\mathcal{F}$, que debe encontrarse mediante un cálculo extra.



Flg. **13.19**

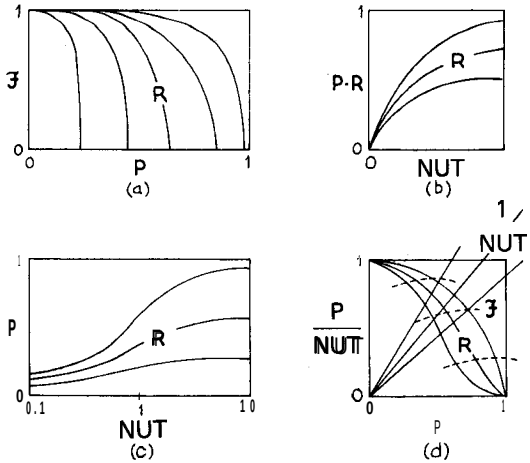


Fig. 13.20. Maneras diversas de visualización de la relación entre las variables de un intercambiador de calor; (a) de Bowman et al. (1940), presentado también en TEMA (1978); (b) de Kays y London (1963); mostrados en TEMA (1978); (d) de Mueller (1973).

El esquema (d) da la misma información que los gráficos de este capítulo; sin embargo, las líneas están poco separadas y por tanto es difícil de manejar y leer bien.

IV. INTERCAMBIADORES DE BAYONETA

Un intercambiador de bayoneta o de dedo frío se utiliza en los hornos altos y como condensador en los sistemas de vacío, donde el sellado adecuado del reci-

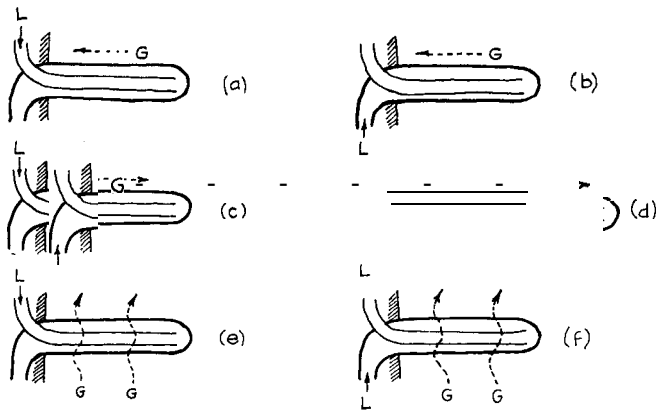


Fig. 13.21. Diversos modelos posibles de contacto para los intercambiadores de bayoneta.

piente con respecto a los tubos de entrada y salida puede causar dificultades. Existen seis modelos de contacto ideales para los intercambiadores de bayoneta, como se muestra en la Fig. 13.21.

Se evalúa la fuerza impulsora media adecuada $\overline{\Delta T}$ conociendo las temperaturas de las corrientes de entrada. Este valor se introduce en la expresión de rendimiento:

$$\dot{q} = U_i A_i \overline{\Delta T} = U_o A_o \overline{\Delta T} \tag{13.18}$$

Se adoptará la siguiente nomenclatura:

g	gas caliente que circula por el exterior
l	líquido frío que circula por la bayoneta
T_l'	temperatura en el tubo más interno
T_l''	temperatura en la sección anular
A_i, A_o	áreas del tubo más interno y del externo
P_i, P_o	perímetros del tubo más interno y del externo

Se considerará ahora la disposición (a), como se muestra en la Fig. 13.22. Ignorando las pérdidas de calor en los extremos del intercambiador, se tiene:

Caudal de transmisión de calor en la sección anular

$$(T_g - T_l'')U_o P_o\, dx + (T_l' - T_l'')U_i P_i\, dx = -\dot{m}_l C_l\, dT_l'' \tag{13.19}$$

Caudal de transmisión de calor en el tubo interno

$$(T_l'' - T_l')U_i P_i\, dx = \dot{m}_l C_l\, dT_l' \tag{13.20}$$

Caudal del calor total ganado por el líquido

$$(T_g - T_l'')U_o P_o\, dx = \dot{m}_l C_l (dT_l' - dT_l'') \tag{13.21}$$

Balance global del calor

$$\dot{m}_l C_l (T_{l,\text{sal}} - T_{l,\text{en}}) = -\dot{m}_g C_g (T_{g,\text{sal}} - T_{g,\text{en}}) \tag{13.22}$$

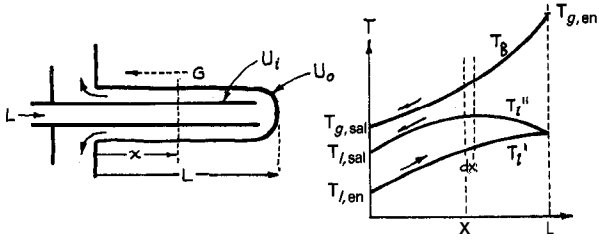


Fig. 13.22. Balance de calor para el intercambiador de bayoneta.

La solución de estas ecuaciones es tediosa [véase Hurd (1946)], y en función de

$$X = \frac{T_{g,\text{en}} - T_{g,\text{sal}}}{T_{l,\text{sal}} - T_{l,\text{en}}} \qquad Y = \frac{(T_{g,\text{en}} + T_{g,\text{sal}}) - (T_{l,\text{sal}} + T_{l,\text{en}})}{(T_{l,\text{sal}} - T_{l,\text{en}})},$$

$$Z = \frac{U_i A_i}{U_o A_o} \tag{13.23}$$

da

$$\dot{q} = U_o A_o \overline{\Delta T}, \quad \text{donde } \overline{\Delta T} = \frac{(T_{l,\text{sal}} - T_{l,\text{en}})\,[(X+1)^2 + 4Z]^{1/2}}{\ln \dfrac{Y + [(X+1)^2 + 4Z]^{1/2}}{Y - [(X+1)^2 + 4Z]^{1/2}}} \tag{13.24}$$

Esta ecuación es válida para la disposición (a) y también para la disposición (b).

Para las disposiciones (b) y (c), un análisis similar da

$$\dot{q} = U_o A_o \overline{\Delta T}, \quad \text{donde } \overline{\Delta T} = \frac{(T_{l,\text{sal}} - T_{l,\text{en}})\,[(X-1)^2 + 4Z]^{1/2}}{\ln \dfrac{Y + [(X-1)^2 + 4Z]^{1/2}}{Y - [(X-1)^2 + 4Z]^{1/2}}} \tag{13.25}$$

Las disposiciones (e) y (f) representan ebullición o condensación o flujo cruzado o caudal muy elevado del fluido exterior a la bayoneta. Para estas disposiciones se hace simplemente X = 0 en las expresiones anteriores, obteniéndose

$$\dot{q} = U_o A_o \overline{\Delta T}, \quad \text{donde } \overline{\Delta T} = \frac{(T_{l,\text{sal}} - T_{l,\text{en}})(1 + 4Z)^{1/2}}{\ln \dfrac{Y + (1 + 4Z)^{1/2}}{Y - (1 + 4Z)^{1/2}}} \tag{13.26}$$

En las ecuaciones (13.24) — (13.26), siempre que $Y < [(X \pm 1)^2 + 4Z]^{1/2}$, no hay solución real para $\overline{\Delta T}$. Esto significa que es imposible conseguir la temperatura de salida deseada con este intercambiador de bayoneta.

El examen de las expresiones anteriores muestra que las disposiciones (b) y (c) son superiores a las disposiciones (a) y (d), ya que dan un mayor $\overline{\Delta T}$; por tanto, requieren una menor área de intercambiador para unas condiciones dadas de entrada y salida.

V. INTERCAMBIADORES CON FLUJO MEZCLADO DE *L*/FLUJO EN PISTÓN DE *G*

El recipiente de calentamiento con un serpentín de intercambio de calor sumergido puede idealizarse mediante este modelo de contacto. En la Fig. 13.23 se muestra su esquema y diagrama *T* frente a Q. En este caso la clave es darse cuenta de que $T_{l,\text{sal}}$ representa la temperatura del líquido en contacto con todo el gas. La ecuación de rendimiento, ecuación (13. 1), se convierte entonces en

$$q = -[\dot{m}C(T_{\text{sal}} - T_{\text{en}})]_g = [\dot{m}C(T_{\text{sal}} - T_{\text{en}})]_l = UA\Delta T_{ml} \tag{13.27}$$

donde

$$\Delta T_{ml} = \frac{(T_{g,\text{en}} - T_{l,\text{sal}}) - (T_{g,\text{sal}} - T_{l,\text{sal}})}{\ln \dfrac{T_{g,\text{en}} - T_{l,\text{sal}}}{T_{g,\text{sal}} - T_{l,\text{sal}}}} \tag{13.28}$$

de la que

$$T_{g,\text{sal}} = \frac{\left[(1-K)\dot{m}_g C_g + K\dot{m}_l C_l\right] T_{g,\text{en}} + (1-K)\dot{m}_l C_l T_{l,\text{en}}}{(1-K)\dot{m}_g C_g + \dot{m}_l C_l} \tag{13.29}$$

$$T_{l,\text{sal}} = \frac{(1-K)\dot{m}_g C_g T_{g,\text{en}} + \dot{m}_l C_l T_{l,\text{en}}}{(1-K)\dot{m}_g C_g + \dot{m}_l C_l} \tag{13.30}$$

y donde

$$K = \exp\left[-(UA/\dot{m}_g C_g)\right] \tag{13.31}$$

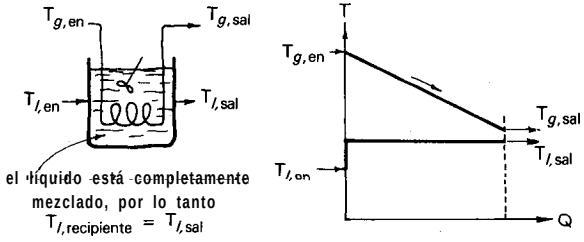


Fig. 13.23

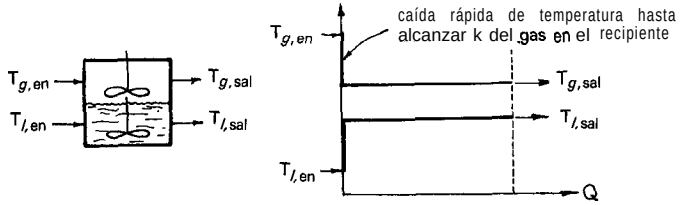


Fig. 13.24

VI. INTERCAMBIADORES CON FLUJO MEZCLADO DE *L*/FLUJO MEZCLADO DE G

Un recipiente agitado donde el fluido calentado se arremolina o condensa en una doble camisa se aproxima mejor mediante el modelo de doble flujo mezclado.. mostrado en la Fig. 13.24. Teniendo en cuenta los valores de la temperatura indicados en el esquema, la ecuación (13.1) se convierte en

$$\dot{q} = -[\dot{m}C(T_{\text{sal}} - T_{\text{en}})]_g = [\dot{m}C(T_{\text{sal}} - T_{\text{en}})]_l = UA(T_{g,\text{sal}} - T_{l,\text{sal}}) \tag{13.32}$$

de la que

$$T_{g,\text{sal}} = \frac{\left(\dfrac{1}{UA} + \dfrac{1}{\dot{m}_l C_l}\right)T_{g,\text{en}} + \dfrac{1}{\dot{m}_g C_g}T_{l,\text{en}}}{\dfrac{1}{\dot{m}_g C_g} + \dfrac{1}{\dot{m}_l C_l} + \dfrac{1}{UA}} \tag{13.33}$$

y

$$T_{l,\text{sal}} = \frac{\dfrac{1}{\dot{m}_l C_l}T_{g,\text{en}} + \left(\dfrac{1}{UA} + \dfrac{1}{\dot{m}_g C_g}\right)T_{l,\text{en}}}{\dfrac{1}{\dot{m}_g C_g} + \dfrac{1}{\dot{m}_l C_l} + \dfrac{1}{UA}} \tag{13.34}$$

VII. CALENTAMIENTO DE UNA CARGA DE FLUIDO

Las operaciones de calentamiento de una carga de fluido caen en dos grandes grupos; en el primero, el líquido se calienta en el recipiente; en el segundo, se separa una porción del líquido del recipiente, se pasa a través de un intercambiador de calor externo y entonces se devuelve al recipiente. Considerando que el fluido del recipiente es un líquido y el fluido calefactor un gas, la figura 13.25 muestra entonces estos dos tipos de operaciones. La característica particular de intercambiador externo es que se puede tener una alta velocidad de líquido a través de los tubos del intercambiador, por tanto un valor alto de U. Esta es una gran ventaja para líquidos viscosos, difíciles de agitar.

Con cada clase de intercambiador se puede tener una variedad de modelos de contacto. A continuación se considerarán solo unos pocos casos sencillos.

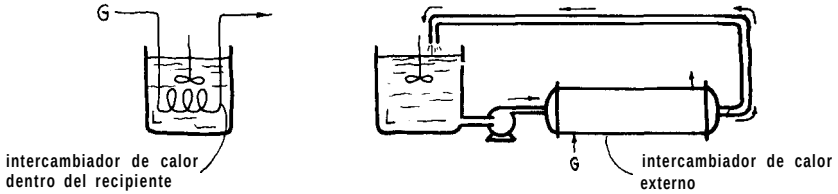


Fig. 13.25. Dos maneras de calentar una carga de líquido mediante una corriente de un gas.

VIII. INTERCAMBIADORES CON CARGA UNIFORMEMENTE MEZCLADA DE *L*/FLUJO MEZCLADO DE G

Este ideal representa una carga de líquido calentada por gas caliente que se arremolina a través de la carcasa del recipiente. En la figura 13.26 se esquematiza esta operación.

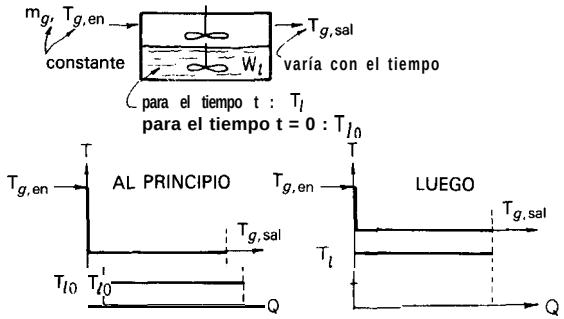


Fig. 13.26. Calentamiento de una carga de Iíquido con flujo mezclado de gas.

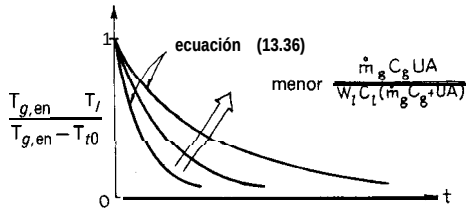


Fig. 13.27. Progreso con el tiempo del calentamiento de una carga de liquido.

Como se trata de operaciones de estado no estacionario, los tres términos de la ecuación (13.1) se convierten en:

$$\dot{q} = [\dot{m}C(T_{sal} - T_{en})]_g = \underbrace{W_l C_l \frac{dT_l}{dt}}_{\mathrm{II}} = \underbrace{UA(T_{g,sal} - T_l)}_{\mathrm{III}} \tag{13.35}$$

En este caso se tienen tres variables a evaluar: t; T_l, y $T_{g,sal}$. En primer lugar, se escribe $T_{g,sal}$ en función de T_l y t, es decir

$$T_{g,sal} = \frac{\dot{m}_g C_g T_{g,en} + UAT_l}{m_g C_g + UA}$$

Eliminando $T_{g,sal}$ en 1 y II de la ecuación (13.35) y reagrupando se obtiene una ecuación diferencial de dos variables:

$$\frac{dT_l}{dt} = \frac{\dot{m}_g C_g UA(T_{g,en} - T_l)}{W_l C_l(\dot{m}_g C_g + UA)}$$

Separando variables e integrando desde $t = 0$ hasta t se obtiene:

$$\left.\begin{aligned} \ln\left[\frac{T_{g,en} - T_l}{T_{g,en} - T_{l0}}\right] &= -\frac{\dot{m}_g C_g UA}{W_l C_l(\dot{m}_g C_g + UA)} \cdot t \\ \frac{T_{g,en} - T_l}{T_{g,en} - T_{l0}} &= \exp\left[\frac{-\dot{m}_g C_g UA}{W_l C_l(\dot{m}_g C_g + UA)} \cdot t\right] \end{aligned}\right\} \tag{13.36}$$

En la figura 13.27 se muestra una representación gráfica de la ecuación (13.36). Como puede verse, cuanto menor sean $U, A, \dot{m}_g$, o mayor W_l, mayor será el tiempo de calentamiento.

IX. INTERCAMBIADORES CON CARGA UNIFORMEMENTE MEZCLADA DE *L*/FLUJO MEZCLADO, ISOTERMO, DE G (CONDENSACIÓN 0 EBULLICIÓN)

Las dos operaciones típicas representadas por este ideal se muestran en los esquemas de la figura 13.28. Considérese el primero de éstos, en el que una carga de liquido se calienta mediante una corriente de vapor de agua condensante. Los esquemas de la figura 13.29 representan esta situación. El análisis de la segunda de estas operaciones de la figura 13.28 se hace de una manera similar. Para este primer caso los tres términos de la ecuación (13.1) se convierten en

$$\dot{q} = \dot{m}_g \lambda_g = W_l C_l \frac{dT_l}{dt} = UA(T_g - T_l) \tag{13.37}$$

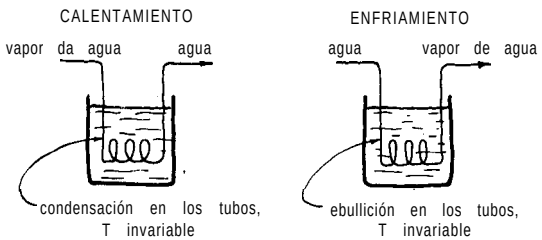


Fig. 13.28 Calentamiento y enfriamiento de una carga de líquido

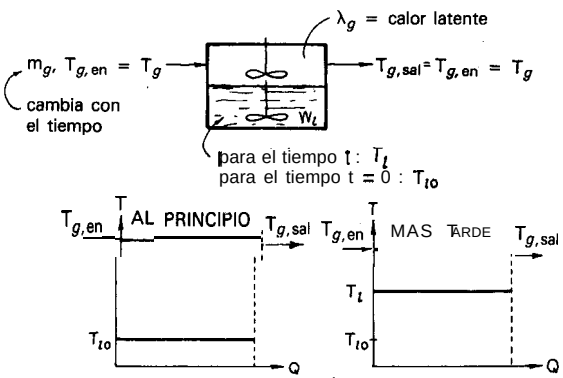


Fig. 13.29. Calentamiento de una carga de líquido con vapor condensante.

En este caso hay justo dos variables en II y III. Por tanto, combinando e integrando se obtiene

$$\ln\left[\frac{T_g - T_l}{T_g - T_{l0}}\right] = -\frac{UA}{W_l C_l}\cdot t \quad \text{o} \quad \frac{T_g - T_l}{T_g - T_{l0}} = \exp\left[-\frac{UA}{W_l C_l}\cdot t\right] \tag{13.38}$$

La cantidad de líquido condensado W_g hasta un tiempo cualquiera t viene dado por un balance de calor. Por tanto,

$$W_g \lambda_g = W_l C_l (T_l - T_{l0}), \qquad \text{donde} \quad \begin{cases} \lambda_g > 0 \text{ para ebullición} \\ \lambda_g < 0 \text{ para condensación} \end{cases} \tag{13.39}$$

El diagrama temperatura-tiempo para este caso es muy parecido al de la figura para el caso previo, sección VIII de este capítulo.

X. INTERCAMBIADORES CON CARGA UNIFORMEMENTE MEZCLADA DE *L*/FLUJO EN PISTÓN DE G

Los esquemas que representan esta operación se muestran en la figura 13.30. Si se supone que la temperatura de la carga de líquido T_l cambia pero poco durante el paso de un elemento de gas a través del serpentín de calefacción, entonces la ecuación (13.1) se convierte en

$$\dot{q} = \underbrace{\dot{m}_g C_g (T_{g,\text{en}} - T_{g,\text{sal}})}_{} = \underbrace{W_l C_l \frac{dT_l}{dt}}_{\text{II}} = \underbrace{UA\Delta T_{ml}}_{\text{III}} \tag{13.40}$$

donde

$$\Delta T_{ml} = \frac{(T_{g,\text{en}} - T_l) - (T_{g,\text{sal}} - T_l)}{\ln \dfrac{T_{g,\text{en}} - T_l}{T_{g,\text{sal}} - T_l}} \tag{13.41}$$

Combinando e integrando después de considerable manipulación, se obtiene

$$\frac{T_{g,\text{en}} - T_l}{T_{g,\text{en}} - T_{l0}} = \exp\left[-\frac{\dot{m}_g C_g (1 - K)}{W_l C_l}\, t\right] \tag{13.42}$$

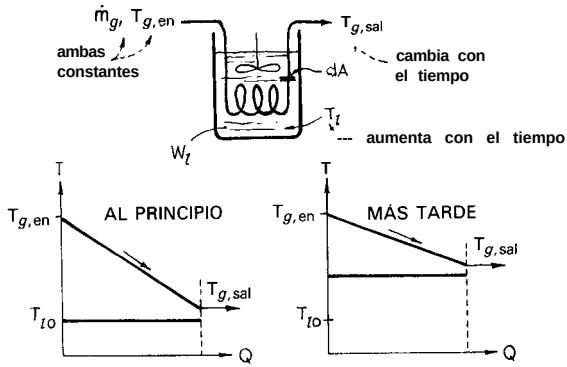


Fig. 13.30. Calentamiento de una carga de líquido con flujo en pistón de un gas caliente.

donde

$$K = \exp\left[-\frac{UA}{\dot{m}_g C_g}\right] \tag{13.43}$$

La temperatura del gas de salida cuando el líquido está a la temperatura T_l, se encuentra que es entonces

$$T_{g,sal} = T_l + K(T_{g,en} - T_l) \tag{13.44}$$

De nuevo, la representación gráfica es similar a la de la sección VIII de este capítulo.

XI. INTERCAMBIADOR EXTERNO CON G ISOTERMO/CARGA UNIFORMEMENTE MEZCLADA DE *L*

Para esta disposición el esquema con nomenclatura se muestra en la figura 13.31. Un balance de calor y la expresión cinética para el intercambiador y el recipiente conduce a

$$\dot{q} = \underbrace{m_l C_l (T_l' - T_l)}_{\text{calor que entra en el recipiente por el líquido recirculado}} = \underbrace{W_l C_l \frac{dT_l}{dt}}_{\text{Acumulación de calor en el recipiente}} = \underbrace{UA\Delta T_{ml}}_{\text{Velocidad de transferencia en el intercambiador externo}} \tag{13.45}$$

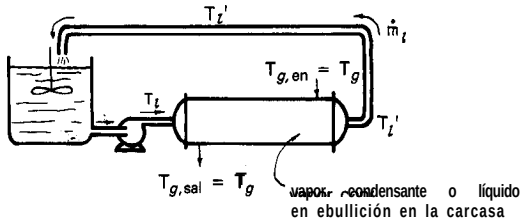


Fig. 13.31. Calentamiento (o enfriamiento) de una carga de líquido por medio de un intercambiador externo utilizando un flujo de gas condensante (o líquido en ebullición).

donde, para el intercambiador

$$\Delta T_{ml} = \frac{(T_g - T_l) - (T_g - T_l')}{\ln \dfrac{T_g - T_l}{T_g - T_l'}} \tag{13.46}$$

Combinando II y III se obtiene T_l', sustituyendo en 1, y entonces resolviendo 1 y II se llega a:

$$\frac{T_g - T_l}{T_g - T_{l0}} = \exp\left[-\frac{\dot{m}_l(1 - K)}{W_l} \cdot t\right] \tag{13.47}$$

donde

$$K = \exp\left[-\frac{UA}{\dot{m}_l C_l}\right] \tag{13.48}$$

XII. INTERCAMBIADOR EXTERNO DE CARCASA Y TUBOS CON CARGA UNIFORMEMENTE MEZCLADA DE *L*

En este caso la nomenclatura es la mostrada en la Fig. 13.32. Los balances de calor se convierten entonces en

$$\underbrace{\dot{m}_l C_l (T_l' - T_l)}_{\text{I}} = \underbrace{W_l C_l \frac{dT_l}{dt}}_{\text{II}} = \underbrace{-m_g C_g (T_{g,sal} - T_{g,en})}_{\text{III}} = \underbrace{UA\Delta T_{ml}\mathcal{F}}_{\text{IV}} \tag{13.49}$$

I: Calor añadido al recipiente

II: Acumulación en el recipiente

III: Calor perdido por el gas

IV: Velocidad de transferencia

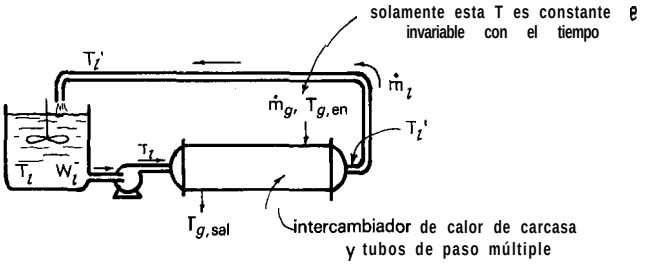


Fig. 13.32. Calentamiento de una carga de líquido por medio de un intercambiador externo de carcasa y tubos de paso múltiple.

donde

$$\Delta T_{ml} = \frac{(T_{g,en} - T_l') - (T_{g,sal} - T_l)}{\ln \dfrac{T_{g,en} - T_l'}{T_{g,sal} - T_l}} \tag{13.50}$$

y donde $\mathscr{F}$ es el factor de corrección para intercambiadores de carcasa y tubos de paso múltiple.

Estas ecuaciones contienen cuatro variables: T_l, T_l', $T_{g,sal}$ y t. En primer lugar se eliminan dos de las mismas, T_l' y $T_{g,sal}$ a partir de ΔT_{ml}. Por tanto, de 1 y II, se escribe

$$T_l' = T_l + \frac{W_l C_l}{\dot{m}_l C_l} \frac{dT_l}{dt} \tag{13.51}$$

Entonces de 1 y III

$$T_{g,sal} = T_{g,en} - \frac{W_l C_l}{\dot{m}_g C_g} \frac{dT_l}{dt} \tag{13.52}$$

Sustituyendo las ecuaciones (13.51) y (13.52) en 1 y IV e integrando se obtiene, después de manipulación considerable,

$$\frac{T_{g,en} - T_l}{T_{g,en} - T_{l0}} = \exp\left[-\frac{1-K}{W_l}\left(\frac{\dot{m}_g \dot{m}_l C_g}{\dot{m}_l C_l - K\dot{m}_g C_g}\right)t\right] \tag{13.53}$$

donde

$$K = \exp\left[-UA\mathscr{F}\left(\frac{1}{\dot{m}_g C_g} - \frac{1}{\dot{m}_l C_l}\right)\right] \tag{13.54}$$

De nuevo, la curva temperatura-tiempo para esta operación es de forma similar a la de la sección VIII de este capítulo.

XIII. COMENTARIOS FINALES

De lejos, la mayoría de investigación en transmisión de calor se esfuerza de encontrar valores precisos y seguros para el coeficiente de transmisión de calor h para una variedad de situaciones. Sin embargo, con frecuencia, la mayor parte de incertidumbres en el diseño de intercambiadores proviene de una representación inadecuada del flujo y del modelo de contacto de los fluidos.

Por ejemplo, en el diseño se considera que el fluido de la carcasa en un intercambiador circula en flujo en pistón. De hecho, puede estar muy lejos del flujo en pistón, con regiones estancadas, bolsas recirculantes de fluido y considerables cortocircuitos de circulación, como se muestra en la Fig. 13.33.

En el lado de los tubos, el fluido tiene una posible elección de la trayectoria de flujo entre los muchos tubos paralelos en el haz. Una resistencia fricciona1 ligeramente diferente de tubo a tubo en intercambiadores limpios llevaría a diferentes caudales de fluido, diferentes temperaturas y diferentes velocidades de formación de depósitos salinos en estos tubos. El resultado final puede ser una muy amplia distribución de tiempos de residencia del fluido en los tubos, por tanto una gran desviación del flujo en pistón.

Los gráficos de $\mathscr{F}$, todos basados en el contacto ideal, pueden por tanto ser demasiado optimistas. Esta cuestión global necesita analizarse cuidadosamente. Además, en el diseño práctico se debe hacer todo lo posible por minimizar estas desviaciones del flujo en pistón.

Otro fenómeno importante pero ignorado y que conduciría a un sustancial error en la predicción consiste en el transporte de calor desde las regiones calientes a las frías del intercambiador a lo largo de las paredes metálicas mismas. Para

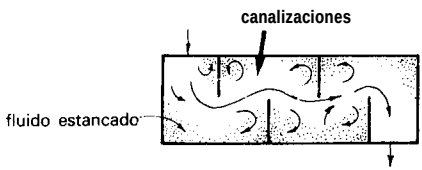


Fig. 13.33

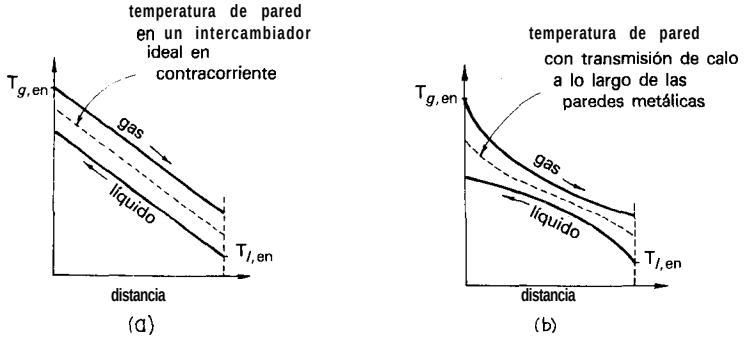


Fig. 13.34. La transmisión de calor a lo largo de las paredes metálicas de un recuperador distorsionará el perfil de temperatura y disminuirá la eficacia de contacto $\mathscr{F}$

ilustrar este fenómeno el esquema (a) de la figura 13.34 muestra la distribución de temperatura en un intercambiador ideal en contracorriente. Pero el transporte de calor a lo largo de las paredes metálicas dará una temperatura más uniforme en el metal y por tanto distorsiona el perfil de temperatura en el tubo, de una forma parecida a la mostrada en el esquema (b). El efecto global de este fenómeno es disminuir la eficacia de intercambio $\mathscr{F}$, siendo la situación límite la correspondiente al caso del recipiente agitado de la sección VI anterior. Jakob (1957) considera y presenta un análisis de este fenómeno.

En este capitulo se han examinado solamente algunos de los muchos modelos posibles de contacto. Las ecuaciones y los gráficos de $\mathscr{F}$ para otros modelos de contacto pueden encontrarse en los libros especializados sobre el tema.

Cuando haya que considerar también las pérdidas de calor hacia los alrededores habrá que modificar algo la expresión gobernante, ecuación (13.1). Por ejemplo, en el intercambiador de doble tubo con pérdida de calor hacia el entorno, como se indica en la Fig. 13.35, las ecuaciones básicas se convierten en

$$q_{\text{perdido por } g} = q_{\text{ganado por } l} + q_{\text{ganado por alr.}} \tag{13.55}$$

$$\| \qquad\qquad \|$$

$$q_{tx,\, g \text{ a } l} \qquad q_{tx,\, g \text{ a alr.}}$$

Dos términos extra además **de** ecuación (13.1)

en vez de la ecuación (13.1).

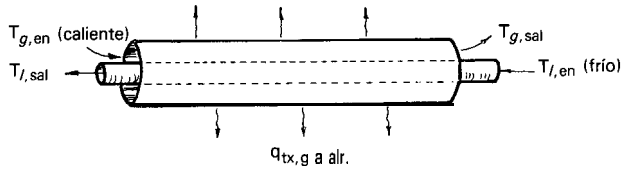


Fig. 13.35

Finalmente en la tabla 13.1 se muestran los órdenes de magnitud de los coeficientes globales de transmisión de calor U.

Tabla 13.1. Intervalo de valores de U en recuperadores[a]

Tipo de Recuperador	U, W/m^2 K
Gas-gas	10-35
Agua-agua	850-1700
Petróleo-petróleo	100–300
Vapor cond.-aire	35-90
Vapor cond.-comp. org. en eb.	280-2300
Vapor cond.-agua en eb.	1700-4500

[a] De Perry (1950). Las páginas 480-482 dan numerosos valores adicionales.

REFERENCIAS Y LECTURAS RELACIONADAS

B. S. Baclic, A simplified formula for cross flow for heat exchanger effectiveness, *ASME J. Heat Transfer* 100, 746 (1978).

R. A. Bowman, A. C. Mueller, and W. M. Nagle, Mean temperature difference in design, ***Truns. ASME 62, 283*** (1940).

V. Cavesano, ed., ***Process Heat Exchange,*** Sec. 1, McGraw-Hill, New York (1979). Presenta el juicio colectivo y el arte práctico de los diseñadores profesionales de recuperadores.

N. L. Hurd, Mean temperature difference in the field or bayonet tube, *Ind.* ***Eng. Chem.*** 38, 1266 (1946).

M. Jakob, *Heat* ***Transfer,*** Chapter 34, Wiley, New York (1957).

W. A. Kays and A. L. London, ***Compact Heat Exchangers,*** Second Ed., McGraw-Hill, New York (1964).

D. Q. Kern, ***Process Heat Transfer,*** McGraw-Hill, New York (1950). Una excelente referencia primordial para recuperadores de todos los tipos.

A. C. Mueller, in *Handbook* ***of Heat Transfer*** (W. M. Roshenow, and J. P., Hartnett, eds.), Sec. 18, McGraw-Hill, New York (1973).

J. H. Perry, ***Chemical Engineers' Handbook***, Third Ed., McGraw-Hill, New York (1950).
TEMA, ***Standards of Tubular Exchanger Manufacturers Association,*** Sixth Ed., Tubular Exchanger Manufacturers Association, Inc., New York (1978).
J. P. Todd and H. B. Ellis, ***Applied Heat Transfer,*** p. 430, Harper & Row, New York (1982).
R. Turton, C. D. Ferguson, and 0. Levenspiel, Performance and design charts for heat exchangers, ***J. Heat Transfer,*** **106, 893 (1984);** ***Chem Eng,*** ***93,*** 81, Aug. 18 (1986).

EJEMPLO 13.1. TEMPERATURA DE SALIDA DE UN RECUPERADOR

Ha de enfriarse en contracorriente petróleo caliente (150 °C, 1 kg/s, C_p = 2000 J/kg K) mediante agua fría (25 °C, 1026 kg/s, C_p = 4200 J/kg K) en un intercambiador de calor de tubos concéntricos (A = 4,87 m², U = 500 W/m² K). Encuéntrese la temperatura de salida del petróleo.

Solución

Llamando g al fluido caliente y *l* al fluido frío de las ecuaciones (13.7) y (13.8), se tiene

$$\frac{T_{g,en} - T_{g,sal}}{T_{g,en} - T_{l,en}} = \frac{1 - \exp\left[-UA\left(\dfrac{1}{\dot{m}_g C_g} - \dfrac{1}{\dot{m}_l C_l}\right)\right]}{1 - \dfrac{\dot{m}_g C_g}{\dot{m}_l C_l}\exp\left[-UA\left(\dfrac{1}{\dot{m}_g C_g} - \dfrac{1}{\dot{m}_l C_l}\right)\right]}$$

Sustituyendo valores se obtiene

$$\frac{150 - T_{g,sal}}{150 - 25} = \frac{1 - \exp\left[-(500)(4.87)\left(\dfrac{1}{(1)(2000)} - \dfrac{1}{(1.026)(4200)}\right)\right]}{1 - \dfrac{2000}{(1.026)(4200)}\exp\left[-(500)(4.87)\left(\dfrac{1}{(1)(2000)} \quad \dfrac{1}{(1.026)(4200)}\right)\right]}$$

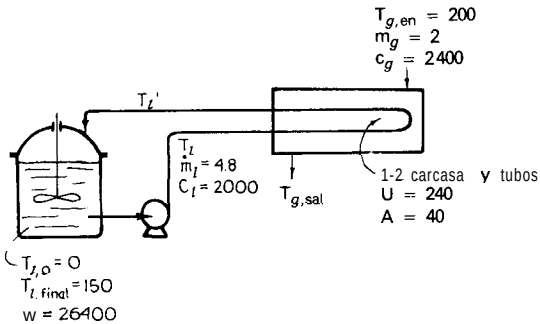
de la que la temperatura de salida del petróleo enfriado es

$$T_{g,sal} = 71\ °C$$

NOTA: Véase ejemplo 8.10 de Todd y Ellis (1982) para una solución bastante diferente a este problema.

EJEMPLO 13.2. CALENTAMIENTO DE UNA CARGA DE LÍQUIDO

Se requieren treinta metros cúbicos de benceno líquido en un tanque de almacenamiento a 150 °C y una cierta presión para una extracción por cargas. La temperatura de almacenamiento es 0 °C. Una bomba conectada al tanque es capaz de hacer circular 4,8 kg/s de benceno por los tubos del intercambiador de calor de carcasa y tubos 1-2 (U = 240 W/m² K, A = 40 m²), mientras el gas de calefacción a 200°C y 2,0 kg/s pasa a través de la carcasa del intercambiador.



¿Cuánto tiempo tardará la carga agitada de benceno en calentarse utilizando este intercambiador de calor externo?

Datos:

$$\rho_{benceno} = 880 \text{ kg/m}^3,\ C_p(\text{benceno}) = 2000 \text{ J/kg K}$$

$$C_p(\text{gas de calefacción}) = 2400 \text{ J/kg K}$$

Solución

La instalación corresponde al caso tratado en la sección XII. Por tanto, se aplican las ecuaciones (13.53) y (13.54). Para los valores dados las ecuaciones se convierten en:

$$\frac{200 - 150}{200 - 0} = \exp\left[-\frac{1-K}{26{,}400}\left\{\frac{2(4.8)(2400)}{4.8(2000) - K(2)(2400)}\right\}t\right] \tag{i}$$

donde

$$K = \exp\left\{-240(40)\mathscr{F}\left[\frac{1}{2(2400)} - \frac{1}{4.8(2000)}\right]\right\} \tag{ii}$$

Se evalúa ahora $\mathscr{F}$ para el intercambiador 1-2. En relación a la figura 13.5

$$\text{NUT} = \frac{UA}{\dot{m}_l C_l} = \frac{240(40)}{4.8(2000)} = 1$$

y

$$R = \frac{T_{g,\text{en}} - T_{g,\text{sal}}}{T_l' - T_l} = \frac{\dot{m}_l C_l}{\dot{m}_g C_g} = \frac{4.8(2000)}{2(2400)} = 2$$

de donde

$$\mathcal{F} = 0.76$$

Insertando este valor de $\mathcal{F}$ en la ecuación (ii) se obtiene

$$K = 0{,}4677$$

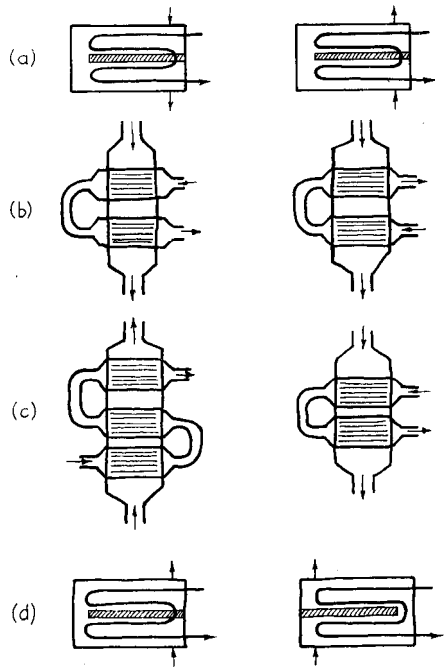
e insertando este valor de K en la ecuación (i) se obtiene

$$t = 21948\text{s} \cong 6 \text{ h } 6 \text{ min}$$

Este es el tiempo necesario para calentar la carga de benceno desde 0°C a 150 °C.

PROBLEMAS SOBRE DISEÑO DE RECUPERADORES

13.1. ¿Cuál de cada uno de los pares de esquemas mostrados a continuación se puede pensar que es mejor en el sentido de que tiene un mayor valor de $\mathcal{F}$? Utilícense sólo



argumentos cualitativos, dénse las razones y recuérdese que:

- es deseable aproximarse al flujo en pistón en contracorriente;
- es más importante mejorar el diseño del extremo del intercambiador donde el ΔT sea menor, ya que es la mayor contribución al tamaño del intercambiador.

13.2. Las duchas de los vestuarios de las instalaciones deportivas universitarias necesitaran un suministro continuo de 1 ton/min de agua caliente. Una manera de lograr este objetivo es calentar agua de suministro ciudadano desde 10 a 90 °C en un intercambiador de calor de 1-3 pasos, donde el agua circula por los tubos mientras en la carcasa condensa a 1 atm vapor de agua saturado residual, saliendo como agua liquida a 100°C. Si U = 1500 W/m² K, encuéntrese:

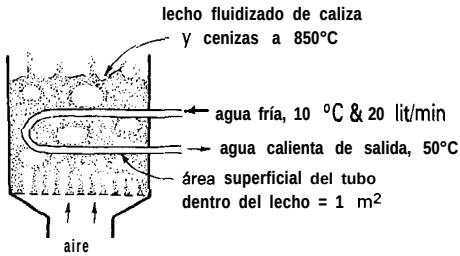
(a) el área del intercambiador necesario, y

(b) la cantidad de vapor de agua necesaria (en kg/h).

Datos:

$$\lambda_{\text{condensación}} = 2{,}29 \times 10^6 \text{ J/kg}, \; C_{p,\text{agua}} = 4184 \text{ J/kg K}$$

13.3. En el diseño de calderas fluidizadas de estaciones térmicas generadoras de electricidad, la velocidad de transmisión de calor desde el lecho a los tubos inmersos en él es un importante parámetro de disefio. Para estimar esta velocidad se llevará a cabo el siguiente experimento:



Juan Calamidad calcula U suponiendo un flujo bien mezclado de agua en el tubo. Usted intuye que es una hipótesis pobre y que debía haber supuesto flujo en pistón.

(a) ¿Qué valor encontró J. C. con su hipótesis?

(b) ¿Qué valor encontraría usted con su hipótesis diferente?

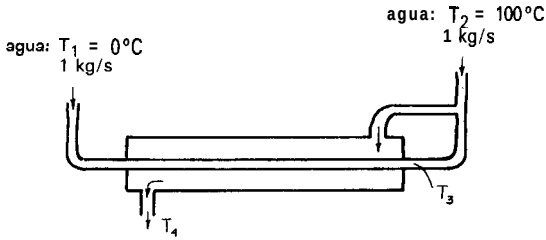
(c) ¿Qué error porcentual cometió J. C., suponiendo que usted tenga razón?

(d) ¿Qué hipótesis es más razonable?

13.4. Se calienta agua fría limpia desde 10 a 60 °C en un intercambiador de calor en contracorriente, utilizando un caudal igual de agua residual caliente a 90 °C. Los 60 °C no son suficientemente calientes. ¿Qué debe hacerse con el caudal de agua caliente si el agua fría ha de calentarse a 70 °C? Supóngase que U permanece invariable.

13.5. La figura 13.P5 muestra un intercambiador de calor de tubo concéntrico en contracorriente (A = 8 m²) para agua con una disposición de los tubos bastante inusual. Se indican también los caudales y las temperaturas de entrada. Si U = 523 W/m² K,

evalúense las temperaturas T_3 y T_4. Considérese C_{p,H_2O} = 4 184 J/kg K para todas las temperaturas.



Se enfría petróleo A caliente (300 °C) con un fluido B (0 "C) en un intercambiador de calor de doble tubo y los dos fluidos salen a 200 "C. Esto no es suficiente, por tanto considérense las siguientes modificaciones. Encuéntrese la temperatura de salida del petróleo A:

13.6. Si se añade un segundo intercambiador idéntico en serie con el primero; de hecho se dobla el área del intercambiador.

13.7. Si se dobla el caudal del fluido refrigerante. Supóngase que el coeficiente global de transmisión de calor no cambia.

13.8. Un cierto proceso genera vapor de agua a presión atmosférica y sobrecalentado a 600°C. Se desea recuperar el contenido calorífico de este vapor de agua mediante un intercambio de calor en contracorriente con aire seco frío que entra a 0 °C.

(a) Constrúyase un gráfico de Q frente a T para vapor de agua a presión atmosférica desde 0 °C a 600 °C, expresando Q en J/mol.

(b) Con la ayuda de este gráfico, calcúlese la mayor cantidad de aire frío que puede calentarse a 600 °C, utilizando el intercambio perfecto de calor en contracorriente (mol aire/mol vapor de agua).

(c) ¿Qué porcentaje del calor total del vapor de agua original se recupera mediante el proceso de la parte (b)?

(d) Calcúlese el menor número de moles de aire que por flujo en contracorriente puede extraer todo el calor de 1 mol de vapor de agua que entra en el intercambiador; de hecho, considérese que se enfria esta corriente hasta 0 °C.

(e) ¿Hasta qué temperatora se calentará el aire en (d)?

Datos: A partir de las tablas termodinámicas:

$C_{p,\text{aire}}$ = 29,29 J/mol K

H (vapor de agua, 600 °C) = 3 704,7 x 10^3 J/kg

H (vapor de agua, 100 °C) = 2 675,5 x 10^3 J/kg

H (agua, 100 °C) = 417,5 x 10^3 J/kg

H (agua, 0 °C) = 0

13.9. Un intercambiador de flujo en contracorriente refrigerado por agua se utiliza en una planta para condensar amoniaco. El amoníaco sobrecalentado entra en el condensador a 50 “C, condensa a 25 °C y el NH, líquido se enfría entonces a 6 °C antes de salir del intercambiador. El agua de refrigeración entra a 5 °C y sale a 15 °C, circulando a 20 kg/min. Calcúlese el área necesaria del condensador si

U (entre vapor de NH, y H_2O) = 60 W/m^2 K

U (entre NH, condensado y H_2O) = 360 W/m^2 K

U (entre NH, líquido y H_2O) = 120 W/m^2 K

Datos: A partir de las tablas termodinámicas:

H (vapor de NH, a 50 °C) = 1537,7 x 10^3 J/kg

H (vapor de NH, saturado, 25 °C) = 1465,0 x 10^3 J/Kg

H (NH, líquido en ebullición, 25 °C) = 298,8 x 10^3 J/Kg

H (NH, líquido a 6 °C) = 208,9 x 10^3 J/kg

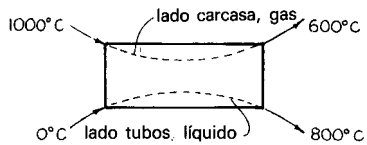
H (H_2O a 5 °C) = 21000 J/kg

H (H_2O a 15 °C) = 63000 J/kg

NOTA: Esta cuestión es similar a una preguntada en el examen para Ingenieros Profesionales, realizado en el Estado de Oregon (USA) en la década de los 50, excepto que no se dieron las entalpías.

13.10. Para las condiciones finales mostradas a continuación, compárese la eficacia del intercambiador de calor de los siguientes esquemas de contacto con respecto al flujo en pistón en contracorriente. De hecho, determínese $\mathcal{F}$ para cada esquema:

(a) flujo en paralelo;
(b) intercambiador de carcasa y tubos 1-2;
(c) intercambiador de carcasa y tubos 2-4;
(d) intercambiador de flujo cruzado, no mezclado;
(e) intercambiador de flujo cruzado, gas mezclado, líquido no mezclado;
(f) intercambiador de flujo cruzado, gas no mezclado, líquido mezclado.



13.11. Una corriente de aire frío a 0°C se calienta hasta 800 °C en un intercambiado; de calor de carcasa y tubos 1-2, utilizando una cantidad 2 ½ veces mayor de aire caliente que entra a 1000 °C. ¿Cuál de las dos siguientes disposiciones de diseño dará un área de intercambio menor, circulación del gas caliente a través de la carcasa o a través de los tubos? Desarróllense los cálculos justificativos de su respuesta.

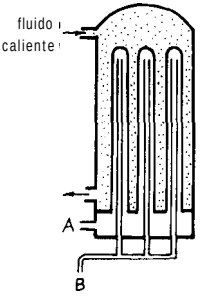
13.12. Un aceite lubricante ligero a 110 °C se enfría con agua salobre a 10 °C en un intercambiador de calor de carcasa y tubos 3-6, circulando el aceite por el lado de la carcasa. Cuando el intercambiador está limpio, el aceite sale a 35 °C y el agua a 60 °C. Sin embargo, con el tiempo, se forman depósitos salinos en los tubos y la eficacia de la transmisión de calor se hace menor. En el momento actual el intercambiador está bastante sucio y el aceite sale a 50 "C. Encuéntrese U_{sucio}/U_{limpio} y $\mathcal{F}_{sucio}/\mathcal{F}_{limpio}$. (Problema preparado por Caro1 Magnusson.)

ha de enfriarse petróleo (150 °C, 10 kg/s, C_p = 3750 J/kg K) hasta una temperatura lo más baja posible utilizando agua de refrigeración (35 °C, 22,5 kg/s).

13.13. En un intercambiador de carcasa y tubos 1-2 (U = 750 W/m^3 K, A = 100 m^2), ¿debería circular el petróleo por la carcasa o por los tubos? Determínese la temperatura de salida del petróleo para estas dos alternativas.

13.14. Se dispone de dos intercambiadores de carcasa y tubos 1-2 y 4-8. Ambos tienen U = 750 W/m^2 K y A = 100 m^2. Circulando el petróleo por el lado de la carcasa, ¿qué intercambiador dará una mayor refrigeración? Evalúense estas temperaturas.

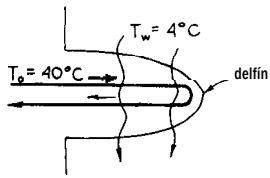
13.15. Determínese la longitud necesaria de los intercambiadores de bayoneta en un haz de 21 tubos que ha de utilizarse para calentar 12,5 ton/h de un fluido frío (C_p = 2 kJ/kg K) desde 0 a 40°C mediante un fluido que circula por la carcasa (C_p = 4 kJ/kg K) y que se enfría desde 120 a 40 °C. Para el tubo interno d = 3 cm, U = 1000 W/m^2 K. Para el tubo externo d = 6 cm, U = 500 W/m^2 K.



(a) Supóngase que el fluido frío entra por A (véase Fig. 13.P15).
(b) Supóngase que el fluido frío entra por B (véase Fig. 13.P15).
(c) ¿Qué ruta es mejor?

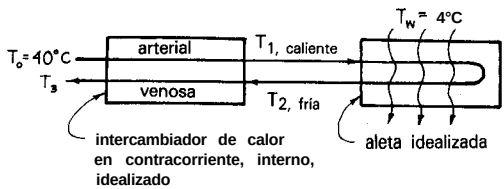
13.16. Las ballenas, los delfines y las marsopas son capaces de mantener sorprendentemente las temperaturas de su cuerpo elevadas incluso aunque estén inmersos continuamente en aguas muy frías. Puesto que las extremidades de estos anímales (colas, aletas, etc) tienen una gran superficie, la mayoría de las pérdidas de calor tiene lugar en ellas.

(a) Un estudiante de ingeniería que diseñe un delfín a partir de los principios básicos, probablemente vería la pérdida de calor desde una aleta de la siguiente manera:



Supóngase que la sangre a 40°C entra en una aleta a 0,3 kg/s, alimenta la aleta, se enfría algo y entonces vuelve a la parte principal del cuerpo. El delfín se mueve en agua a 4 °C, el área de la aleta es 3 m^2 y U = 418,4 W/m^2 K entre la aleta y el agua. ¿A qué temperatura volverá la sangre al cuerpo principal del delfín?

(b) Frankly, estudiante de ingeniería, ha diseñado un delfín de esta manera. Se intentará hacerlo mejor; de hecho se puede aprender de la naturaleza y observar que se puede reducir algo la pérdida de calor no deseada, transfiriendo calor desde la sangre arterial caliente a la sangre venosa enfriada.



A continuación se indica un esquema idealizado. Supóngase para este intercambiador interno que A = 2,4 m^2 y U = 523 W/m^2 K. Con este intercambiador extra, encuéntrese la temperatura de la sangre que vuelve a la parte principal del cuerpo; y, además, la fracción de la pérdida de calor original que se ha ahorrado.

Datos: Aproxímense las propiedades de la sangre a las del agua.

Una corriente continua de 6 tons/h de agua fría ha de calentarse desde 0 °C hasta 95 °C, utilizando una corriente de vapor de agua caliente a 260 °C y 1 atm que se enfría, condensa y sale como líquido a una temperatura muy cercana a 100°C. Encuéntrese el área del intercambiador necesaria y el caudal horario de vapor de agua:

13.17. Para contacto en contracorriente.

13.18. Si el agua se calienta en un gran recipiente agitado que contiene un serpentin largo inmerso para el enfriamiento y condensación del vapor de agua.

13.19. Si el vapor de agua burbujea y condensa en su propio condensado en un gran recipiente, mientras el agua a calentar pasa a través de un largo serpentín inmerso en el condensado caliente.

13.20. Si el vapor de agua burbujea y condensa en su propio condensado en un recipiente, mientras el agua a calentar pasa en flujo mezclado a través de la doble camisa del recipiente.

Datos: Utilícense los siguientes valores aproximados:

$$H \text{ (agua 0°C)} = 0$$

$$H \text{ (agua, 95 °C)} = 400 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

$$H \text{ (agua, 100 °C)} = 420 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

$$H \text{ (vapor de agua, 100 °C)} = 2680 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

$$H \text{ (vapor de agua, 260 °C)} = 3000 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

$$U_{\text{sección de condensación}} = 2000 \text{ W/m}^2\text{ K}$$

$$U_{\text{vapor de agua-agua}} = 500 \text{ W/m}^2\text{ K}$$

$$U_{\text{sección agua-agua}} = 1275 \text{ W/m}^2\text{ K}$$

13.21. Repítase el ejemplo 13.2 con los siguientes cambios: se triplica el caudal de liquido a través del intercambiador y se cuadruplica el caudal del gas, en cuyo caso el coeficiente global de transmisión de calor se duplica.

13.22. Repítase el ejemplo 13.2 sólo con un cambio: el gas caliente utilizado para calentar el benceno entra en el intercambiador en condiciones saturadas a 200 °C, condensa y sale a 200 °C. En esta situación U vale 600 W/m² K. En este caso, ¿cuánto tiempo se tardará en calentar el benceno?

Mi cabaña de montaña está situada cerca de un manantial de agua mineral, olorosa y caliente. Yo no puedo utilizar esta agua directamente para el baño; puedo utilizarla para calentar agua dulce fría en mi singular tina de baño, una vieja y desechada caldera encamisada bien aislada procedente de una factoría de plástico. El agua caliente entra a 67,5 °C en la camisa y a 34,4 litros/min. La tina se llena con 860 litros de agua dulce fría para un baño familiar.

13.23. Encuéntrese el tiempo necesario para calentar esta tina llena de agua fría desde 5 °C hasta una temperatura confortable de 55 °C.

Datos: Entre el agua caliente y fría: CJ = 400 W/m² K, A = 3 m². El exterior del recipiente está bien aislado y por tanto supóngase que U = 0 con respecto al entorno.

13.24. Encuéntrese el tiempo necesario para calentar esta tina llena de agua fría desde 5 a 55 °C, si se ha quitado el aislante para que se vea la atractiva superficie de cobre.

Datos: Sin aislante: U = 240 W/m² K, A = 5 m² hacia los alrededores que están a 9 °C.

13.25. Se planea enfriar cargas de una tonelada de petróleo (T = 300 °C, C_p = 3 000 J/kg K) hasta 120 °C en 2 horas en un tanque agitado mediante el bombeo de agua próxima a la ebullición a través de un serpentín que está inmerso en el petróleo caliente y se produce vapor de agua aproximadamente a 100°C.

(a) ¿Cuánta superficie de intercambiador se necesita?

(b) ¿Cuánto vapor de agua se genera durante este proceso de 2 horas?

Datos: Para el serpentín de refrigeración

$$U = 1000 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Para agua en ebullición

$$\lambda = 2{,}29 \times 10^6 \text{ J/kg}$$

13.26. Ha de enfriarse una carga de una tonelada de petróleo caliente (C_p = 3000 J/kg) desde 300 °C hasta 120 °C en un tanque agitado pasando agua fría (0 °C, 1,0 kg/s) en flujo en pistón a través de un serpentín de intercambio de calor inmerso en el petróleo caliente.

(a) Encuéntrese cuanto tiempo se tardará en enfriar el petróleo.

(b) ¿Cuál es la temperatura del agua que sale del serpentín al principio y al final de la operación'?

Datos: Para el serpentín de intercambio de calor

$$U = 1000 \text{ W/m}^2 \text{ K}, \; A = 1{,}5 \text{ m}^2$$

Para agua

$$C_p = 4184 \text{ J/kg K}$$

Capítulo 14 INTERCAMBIADORES DE CONTACTO DIRECTO GAS-SÓLIDO SIN ALMACENAMIENTO DE CALOR

En este capítulo, se estudiará en primer lugar el intercambiador de calor de lecho fluidizado, y a continuación otros aparatos tales como intercambiadores de rejas móviles y de lecho móvil.

1. INTERCAMBIADORES DE CALOR DE LECHO FLUIDIZADO. CONSIDERACIONES PRELIMINARES

Considérese el lecho fluidizado en la figura 14.1, donde una corriente de partículas frías y una corriente de gas caliente entran, intercambian calor y salen. A continuación se examinarán algunas de las propiedades de esta corriente de sólidos. A partir de estos resultados se estará en condiciones de elegir un conjunto razonable de hipótesis para representar el intercambiador de lecho fluidizado gas-sólido.

1. AT ***dentro de cada partícula.*** Supóngase una partícula a T_{s0}, rápidamente se sitúa en un ambiente a T_g. ¿Cuánto tardará la partícula en alcanzar la temperatura de su entorno? Este tiempo se denomina tiempo de relajación de la partícula.

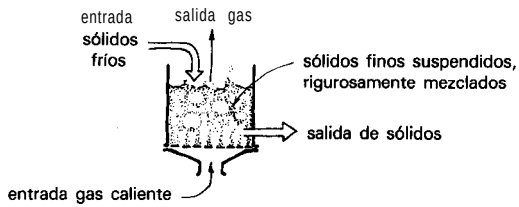


Fig. 14.1.

Tabla 14.1. Tiempos de relajación térmica para partículas esféricas que pasan a través del aire a 1 m/s

	Tiempo de relajación, t			
	d_p = 100 μm	d_p = 1 mm	d_p = 10 mm	d_p = 100 mm
Cobre	130 ms[a]	7.5 s[a]	320 s[a]	190 min[a]
	(0.03 ms)[c]	(0.003 s)[c]		(0.5 min)[c]
Hierro	140 ms[a]	7.8 s[a]	(0.3s)[c]	190 min[a]
Acero inoxidable	140 ms[a]	7.8 s[a]	330 s[a]	190 min[a]
Vidrio	64 ms[a]	3.1 s[a]	150 s[a]	110 min
Arena	80 ms[a]	4.5 s[a]	240s	160 min
Plástico PVC	56 ms[a]	3.8 s	170s	150 min
Madera	40 ms[a]	3.4 s	160's	130 min
Hielo	80 ms[a]	4.5 s[a]	190 s[a]	110 min[a]
Na-K (56% Na)[b]	39 ms[a]	2.2 s[a]	92s"	54 min[a]
Agua[b]	160 ms[a]	9.2 s[a]	440s	290 min

[a] Controla la resistencia de la película, Bi < 0,1. El resto de valores de la tabla corresponden al régimen de control mezclado (conducción en la partícula y resistencia en la película).
[b] Se supone que no hay circulación en la partícula. Si hay circulación el tiempo de relajación se reduce mucho.
[c] ( ) Valores suponiendo que no hay resistencias en la película. Estos valores presentan un gran error.

Para estimar el tiempo de relajación se suele determinar el tiempo necesario para alcanzar un 90% de las condiciones de equilibrio de partículas de varios tamaños que se mueven a través de aire a 100 °C y 1 m/s. Siguiendo el método de cálculo del ejemplo ll. 1 se obtienen los valores de la tabla 14.1. Evidentemente, para partículas de aproximadamente d_p = 1 mm o menor el tiempo de relajación es muy pequeño; con toda seguridad un orden de magnitud menor que el tiempo medio de residencia de los sólidos en el recipiente.

2. AT entre las partículas. Debido a la mayor capacidad calorífica de los sólidos (aproximadamente 1000 veces la del gas por unidad de volumen) y a la rápida circulación de los sólidos en el lecho fluidizado, se puede suponer que las partículas presentan una temperatura uniforme en cualquier parte del lecho.

3. AT entre las partículas y los gases de salida. Para obtener un orden de magnitud aproximado de este ***AT,*** se supone fluio en pistón del gas y sólidos bien mezclados en el lecho. Con respecto a la figura 14.2 un balance de calor alrededor de la sección diferencial de espesor ***dx*** conduce a

$$-d\dot{q} = \dot{m}_g C_g\, dT_g = \rho_g u_0 A_t C_g\, dT_g = hA_{tx}\left(T_g - T_s\right) dx$$

Sustituyendo valores, reagrupando e integrando, se obtiene

$$\ln \frac{T_{g,\text{en}} - T_s}{T_{g,\text{sal}} - T_s} = \frac{haL}{\rho_g u_0 C_g} = \frac{\text{Nu}_p}{\text{Pr} \cdot \text{Re}_p} \cdot \frac{6(1-\varepsilon_f)L}{d_p}$$

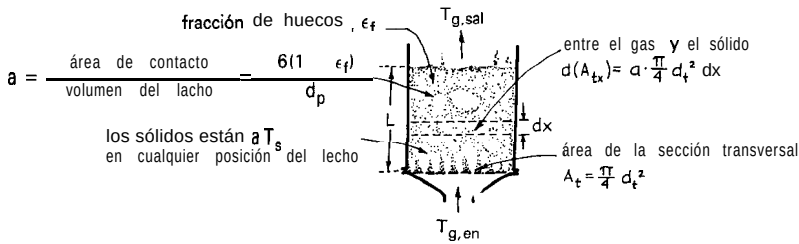


Fig. 14.2. Desarrollo del balance de calor entre el gas y los sólidos en un lecho fluidizado.

Ahora bien para una aproximación de temperatura del 95%

$$\ln \frac{T_{g,en} - T_s}{T_{g,sal} - T_s} = \ln 20 \geq 3$$

y combinando las dos expresiones anteriores se obtiene

$$\frac{L}{d_p} \geq 0.5 \frac{\Pr \cdot \mathrm{Re}_p}{\mathrm{Nu}_p (1 - \varepsilon_f)}$$

Típicamente para partículas de 0,5 mm se encuentra

$$\frac{L}{d} > 25.6 \quad \text{o} \quad L > 1.28 \text{ cm}$$

Por tanto, para lechos más profundos de 1 cm, se puede suponer razonablemente que $T_{g,sal} \cong T_s$, y en consecuencia, para estos lechos, se puede tomar $h \cong \infty$ entre el gas y el sólido, o más adecuadamente, $(h_{g-s}a) = CO$.

4. Resumiendo los resultados de este análisis preliminar: Todas las partículas en un lecho fluidizado son isotermas y están a la misma temperatura. Además, el gas sale a la temperatura de los sólidos del lecho y $(h_{g-s}a) \cong \infty$. Estas son, pues, las hipótesis que se utilizarán para caracterizar el comportamiento de los intercambiadores de calor de lecho fluidizado gas-sólido.

II. FLUJO MEZCLADO DE G/FLUJO MEZCLADO DE S, 0 INTERCAMBIADORES DE LECHO FLUIDIZADO DE ETAPA ÚNICA

Considérese el intercambiador de lecho fluidizado de la figura 14.3. Un balance global de calor da

$$-m_g C_g (T_1 - T_{g,en}) = m_s C_s (T_1 - T_{s,en}) \tag{14.1}$$

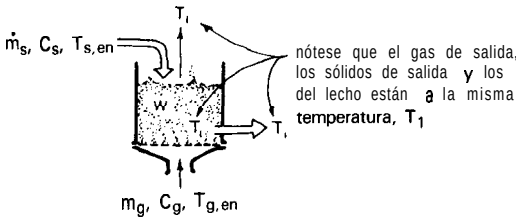


Fig. 14.3. Intercambiador de calor de lecho fluidizado de etapa única con flujo a su través de gas y sólidos.

Reagrupando términos se obtiene

$$T_1 = \frac{T_{s,en} + \phi T_{g,en}}{1 + \phi} \tag{14.2}$$

donde ϕ es la razón de flujo de calor de las dos corrientes circulantes, definidas como

$$\phi = \frac{\dot{m}_g C_g}{\dot{m}_s C_s} = -\frac{\Delta T_s}{\Delta T_g} = \frac{W/\dot{m}_s}{(1 - \varepsilon_f)(L/u_0)} \cdot \frac{\rho_g C_g}{\rho_s C_s} \tag{14.3}$$

Las eficacias de utilización del calor son entonces, a partir de la ecuación (14.2)

$$\left.\begin{aligned} \eta_g &= \frac{\Delta T_g}{\Delta T_{max}} = \frac{T_{g,en} - T_1}{T_{g,en} - T_{s,en}} = \frac{1}{1 + \phi} \\ \eta_s &= \frac{\Delta T_s}{\Delta T_{max}} = \frac{T_1 - T_{s,en}}{T_{g,en} - T_{s,en}} = \frac{\phi}{1 + \phi} = 1 - \eta_g \end{aligned}\right\} \tag{14.4}$$

Las eficacias de utilización de calor son siempre bajas en los intercambiadores de calor de lecho fluidizado único. Por ejemplo, si $\eta = 0{,}7$ para el gas, será $0{,}3$ para el sólido (la suma siempre da 1). Para aumentar la eficacia se utilizan etapas múltiples, con flujo cruzado o con flujo en contracorriente. A continuación se considerarán estos casos.

III. INTERCAMBIADORES DE LECHO FLUIDIZADO DE ETAPAS MÚLTIPLES CON FLUJO EN CONTRACORRIENTE

Considérense N lechos de igual tamaño, como se muestra en la figura 14.4. Un balance de calor alrededor de cada lecho da

$$\left.\begin{aligned}
&\text{Lecho 1:} \quad T_1 - T_{s,\text{en}} = \phi(T_2 - T_1)\\
&\text{Lecho 2:} \quad T_2 - T_1 = \phi(T_3 - T_2)\\
&\qquad\qquad\vdots\\
&\text{Lecho } N\text{:} \quad T_N - T_{N-1} = \phi(T_{g,\text{en}} - T_N)
\end{aligned}\right\} \tag{14.5}$$

Combinando las ecuaciones (14.5) y eliminando las temperaturas intermedias se obtiene

$$\left.\begin{aligned}
\eta_g &= \frac{T_{g,\text{en}} - T_1}{T_{g,\text{en}} - T_{s,\text{en}}} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \phi^n}{\sum_{n=0}^{N} \phi^n}\\
\eta_s &= \frac{T_N - T_{s,\text{en}}}{T_{g,\text{en}} - T_{s,\text{en}}} = \frac{\sum_{n=1}^{N} \phi^n}{\sum_{n=0}^{N} \phi^n}
\end{aligned}\right| \tag{14.6}$$

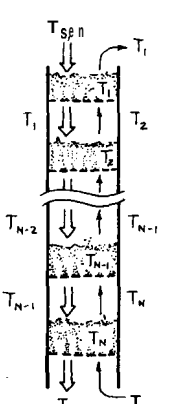


Fig. 14.4. Intercambiador de lecho fluidizado de etapas múltiples con flujo en contracorriente.

Ajustando los caudales de modo que $\phi = 1$ (si una corriente pierde 100°, la otra gana 100°) se obtiene

$$\eta_g = \eta_s = \frac{N}{N+1} \tag{14.7}$$

Un gran número de etapas, $N \to \infty$, se corresponde con el caso de flujo continuo en pistón en contracorriente, y

$$\left.\begin{array}{ll} \text{para caudales iguales de calor, o sea } \phi = 1: & \eta_g = \eta_s = 1 \\ \text{para exceso de sólidos, o sea } \phi < 1: & \eta_g = 1 \text{ y } \eta_s = \phi \\ \text{para exceso de gas, o sea } \phi > 1: & \eta_g = \dfrac{1}{\phi} \text{ y } \eta_s = 1 \end{array}\right\} \tag{14.8}$$

IV. INTERCAMBIADORES DE CALOR DE LECHO FLUIDIZADO DE ETAPAS CON FLUJO CRUZADO

Considérense N lechos de igual tamaño que tienen el mismo caudal de gas a través de cada etapa, como se muestra en la figura 14.5. Un balance de calor en cada lecho da

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Lecho 1:} & T_1 - T_{s,en} = \phi'(T_{g,en} - T_1) \\ \text{Lecho 2:} & T_2 - T_1 = \phi'(T_{g,en} - T_2) \\ \text{Lecho } N\text{:} & T_N - T_{N-1} = \phi'(T_{g,en} - T_N) \end{array}\right\} \tag{14.9}$$

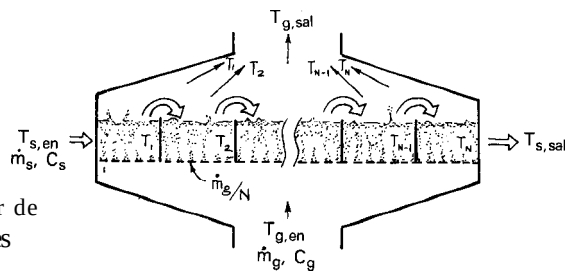


Fig. 14.5. Intercambiador de calor de lecho fluidizado de etapas múltiples con flujo cruzado.

donde ϕ' se basa en el flujo de calor a través de cada etapa, o sea

$$\phi' = \frac{(\dot{m}_g/N)\cdot C_g}{\dot{m}_s C_s} = \frac{\phi_{\text{contracorriente}}}{N} \tag{14.10}$$

Ahora bien, con caudales iguales de gas a través de cada una de las N etapas se tiene

$$T_{g,\text{sal}} = \frac{T_1 + T_2 + \cdots + T_N}{N} \tag{14.11}$$

Combinando las ecuaciones (14.9) y (14.11) se obtienen las eficacias de operación como,

$$\left.\begin{aligned} \eta_g &= \frac{\Delta T_g}{\Delta T_{\max}} = \frac{T_{g,\text{en}} - T_{g,\text{sal}}}{T_{g,\text{en}} - T_{s,\text{en}}} = \frac{1}{N\phi'}\left[1 - \frac{1}{(1+\phi')^N}\right] \\ \eta_s &= \frac{\Delta T_s}{\Delta T_{\max}} = \frac{T_N - T_{s,\text{en}}}{T_{g,\text{en}} - T_{s,\text{en}}} = \left[1 - \frac{1}{(1+\phi')^N}\right] = N\phi'\eta_g \end{aligned}\right\} \tag{14.12}$$

La comparación de las operaciones de flujo cruzado y flujo en contracorriente muestra para cualquier número de etapas N, que el flujo en contracorriente tiene la ventaja de ser más eficaz térmicamente. Sin embargo, el flujo en contracorriente tiene los inconvenientes de pérdida de presión mayor, más problemas hidráulicos, especialmente con los tubos de desagüe de las etapas y más complicaciones de diseño mecánico.

V. INTERCAMBIADORES DE FLUJO EN PISTÓN EN CONTRACORRIENTE

Este modelo de contacto, véase figura 14.6, corresponde a las operaciones de lecho móvil y en hornos horizontales giratorios, y en la figura 14.7 se muestra su diagrama T frente a Q.

Con una corriente de partículas pequeñas el área superficial de contacto es grande y el tiempo de relajación de la partícula es corto comparado con el tiempo de paso de las partículas a través del intercambiador (véase sección 1 de este capí-

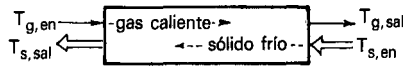


Fig. 14.6. Contacto gas-sólido en contracorriente.

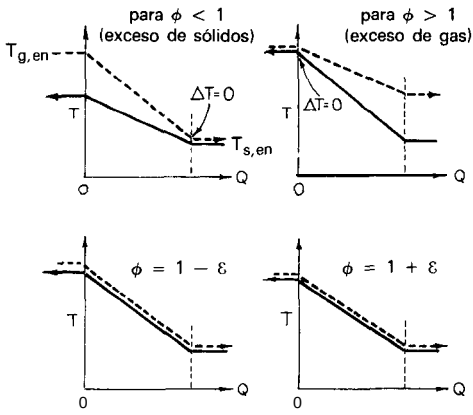


Fig. 14.7. Diagrama T frente a Q para flujo en pistón en contracorriente de gas y sólido donde $(h_{g-s}a) = \infty$.

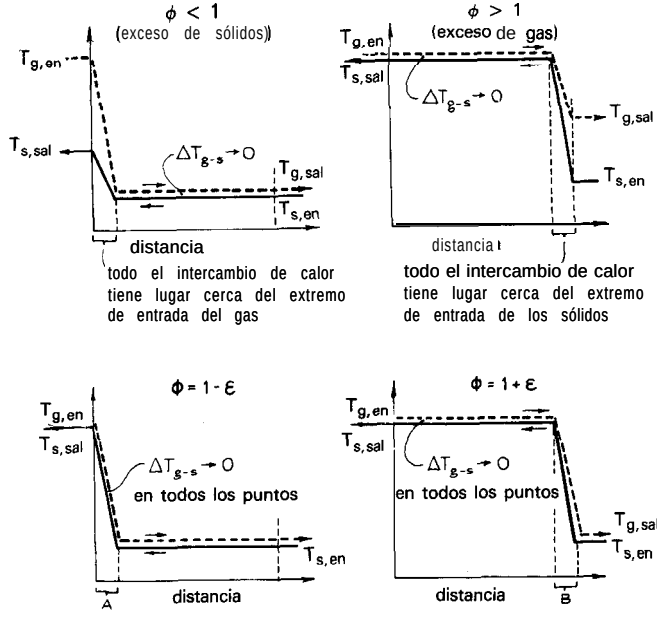


Fig. 14.8. Perfiles de temperatura para flujo en pistón en contracorriente del gas y del sólido. Para partículas pequeñas, todo el intercambio de calor tiene lugar cerca de uno u otro extremo del intercambiador.

tulo). El comportamiento de estos sistemas es equivalente a tener un valor $(h_{g-s}a)$ muy grande, tendiendo a infinito. Esto significa que todo el intercambio de calor tiene lugar en una zona muy estrecha del intercambiador. En consecuencia. el diagrama temperatura-distancia para esta operación es el esquematizado en la figura 14.8. Nótese que para el caso de caudales iguales de calor, o sea $\phi = 1$, la localización del frente de temperatura es incierta. Con un ligero exceso de sólidos $(\phi = 1 - \varepsilon)$ el frente emigra lentamente hacia la entrada del gas, punto A en la figura 14.8. Con un ligero exceso de gas emigra lentamente hacia la entrada del sólido, punto B en la figura 14.8.

Compárense los correspondientes esquemas de las figuras 14.7 y 14.8, al objeto de que el lector se asegure de que tienen sentido físico.

Un balance de calor para todo el intercambiador da

$$\left.\begin{array}{ll} \text{para caudales iguales de calor, o sea } \phi = 1: & \eta_g = \eta_s = 1 \\ \text{para un exceso de sólidos, o sea } \phi < 1: & \eta_g = 1 \quad \text{Y} \quad \eta_s = \phi \\ \text{para un exceso de gas, o sea } \phi > 1 & \eta_g = \dfrac{1}{\phi} \quad \text{Y} \quad \eta_s = 1 \end{array}\right\} \tag{14.13}$$

Comentarios

1. Estas expresiones muestran que la corriente con un caudal de calor inferior consigue una utilización al 100% del calor; la corriente en exceso no.

2. Para partículas muy pequeñas la zona de intercambio de calor es muy estrecha, y las temperaturas del gas y del sólido son muy próximas en casi todos los puntos. Para partículas mayores la zona de intercambio de calor se ensancha, y para partículas muy grandes habrá que tener en cuenta una no uniformidad de temperatura dentro de las partículas. Este tipo de problema puede tratarse mediante una ampliación directa del análisis del capítulo 15.

VI. FLUJO CRUZADO DE GASES Y SÓLIDOS

La manera de analizar este modelo de contacto depende de la distribución de temperatura de los solidos circulantes. Existen tres casos extremos que se pueden considerar. En todos estos casos se supondrá un tiempo de relajación relativamente corto, 0 sea $(h_{g-s}a) \to \infty$.

A. Sólidos bien mezclados/flujo en pistón del gas

El análisis es análogo al de la sección 13. V con UA sustituido por ha. Y para ha $\rightarrow \infty$ las ecuaciones (13.29) y (13.30) se reducen a

$$\left.\begin{aligned} T_{g,sal} &= T_{s,sal} = \frac{\dot{m}_g C_g T_{g,en} + \dot{m}_s C_s T_{s,en}}{\dot{m}_g C_g + \dot{m}_s C_s} \\ \eta_g &= \frac{1}{\phi + 1} \\ \eta_s &= \frac{\phi}{\phi + 1} \end{aligned}\right\} \tag{14.14}$$

Los lechos fluidizados de partículas grandes se aproximan a este caso extremo.

B. Sólidos mezclados lateralmente pero no mezclados a lo largo de la trayectoria de flujo/flujo en pistón del gas

Este caso extremo es representativo de una corriente de sólidos en forma de capa delgada en flujo cruzado con un gas, como se muestra en la figura 14.9.

Este modelo de contacto es idéntico al íntercambíador de lecho fluidizado de etapas múltiples con flujo cruzado, tratado en la sección IV, pero con un número infinito de etapas. Por tanto, haciendo $N \rightarrow \infty$ cuando $\phi \rightarrow 0$ en las ecuaciones (14.12) se obtiene

$$\left.\begin{aligned} \eta_g &= \frac{\Delta T_g}{\Delta T_{g,\max}} = \frac{1}{\phi}\left[1 - e^{-\phi}\right] \\ \eta_s &= \frac{\Delta T_s}{\Delta T_{s,\max}} = 1 - e^{-\phi} \end{aligned}\right\} \tag{14.15}$$

C. Sólidos no mezclados/flujo en pistón del gas

Este caso extremo representa una corriente de sólidos en capa gruesa en flujo cruzado con un gas, como se muestra en la figura 14.10. Para flujo en pistón del gas caliente y de los sólidos fríos existe un frente agudo de temperatura como se muestra en la figura 14. ll; por tanto, la eficacia de la utilización del calor es:

$$\left.\begin{aligned} &\text{para exceso de sólidos, } \phi < 1: \quad \eta_g = 1 \text{ y } \eta_s = \phi \\ &\text{para exceso de gas, } \phi > 1: \quad \eta_g = \frac{1}{\phi} \text{ Y } \eta_s = 1 \end{aligned}\right\} \tag{14.16}$$

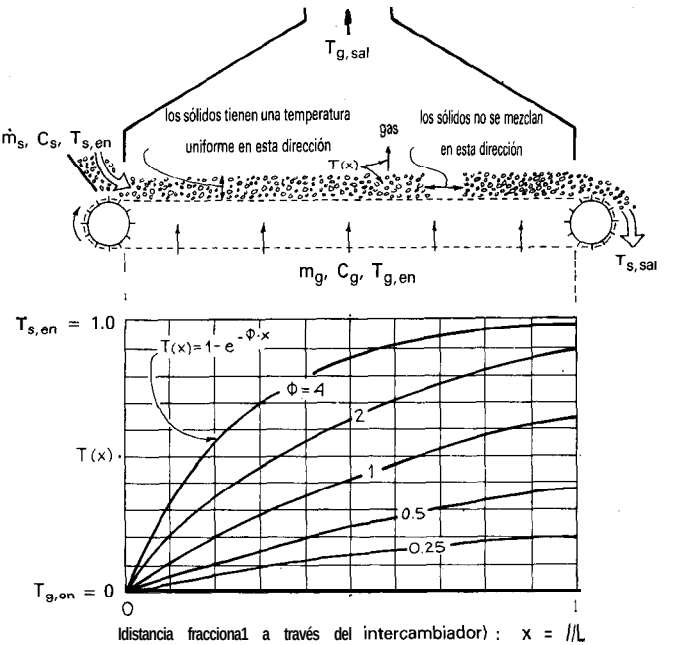


Fig. 14.9. **Intercambiador** de flujo cruzado con una capa delgada de sólidos y su distribución de temperatura para diversas razones de flujo gas-sólidos, ϕ.

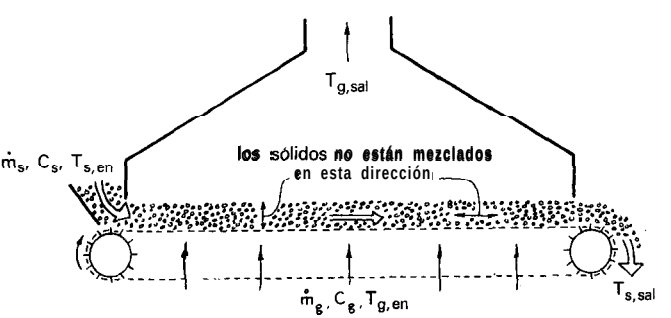


Fig. 14.10. **Intercambiador** de flujo cruzado con una capa gruesa de sólidos (no mezclados verticalmente).

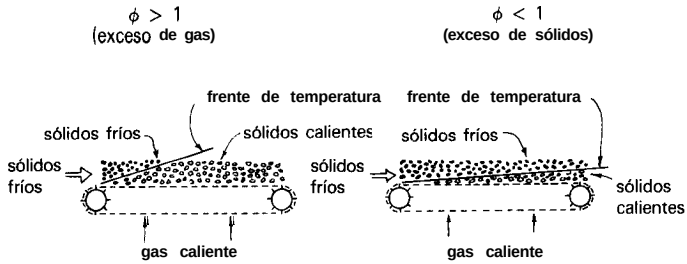


Fig. 14.11. Distribución de temperatura en un intercambiador de flujo cruzado con una capa gruesa de sólidos y $(h_{g-s}a) = \infty$.

VII. COMENTARIOS

El tratamiento de este capítulo supone un tiempo corto de relajación para los sólidos. Esta hipótesis es bastante razonable para lechos fluidizados de partículas finas con sus razones muy grandes superficie/volumen. Sin embargo, las cintas transportadoras y los lechos móviles de sólidos se utilizan con frecuencia para calentar o enfriar corrientes de partículas gruesas. Estas no responden rápidamente a los cambios de temperatura, como se muestra evidentemente en la tabla 14.1. Además, la dispersión del gas y el retromezclado en estos sistemas de partículas grandes pueden producir serias desviaciones del flujo en pistón para el gas. Estos factores provocan un oscurecimiento y un ensanchamiento del frente de temperatura en estos intercambiadores, como se esquematiza en la figura 14.12.

El grado de este ensanchamiento depende del tiempo de relajación de la temperatura de los sólidos y del grado de dispersión del gas comparado al tiempo de residencia del gas y sólidos en el intercambiador. Un aumento de tamaño de la partícula afecta fuertemente este efecto. El análisis de esta situación no es fácil pero puede desarrollarse siguiendo el análisis del capítulo 15.

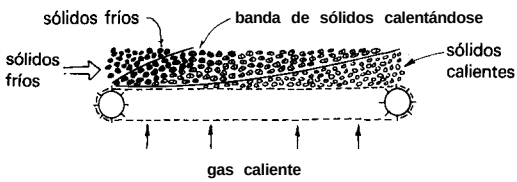


Fig. 14.12. Calentamiento en flujo cruzado de una corriente de partículas grandes para las que $(h_{g-s}a)$ es pequeño.

REFERENCIAS Y LECTURAS RELACIONADAS

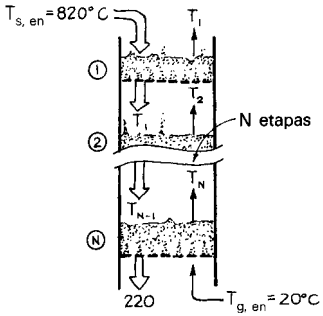
D. Kunii and 0. Levenspiel, ***Fluidization Engineering,*** Capítulo 12, Krieger, Melbourne, FL (1979).

EJEMPLO 14.1. INTERCAMBIADOR DE LECHO FLUIDIZADO DE ETAPAS MÚLTIPLES CON FLUJO EN CONTRACORRIENTE

Se planea enfriar una corriente continua de sólidos calientes desde 820 °C hasta 220 °C con gas frío a 20 °C en lechos fluidizados por etapas con flujo en contracorriente.

(a) Determínese el número de etapas necesarias; véase el esquema adjunto.

(b) Encuéntrese la temperatura de las corrientes que circulan por el intercambiador.



Datos: Se ajustan los caudales de gas y de sólidos de modo que se obtenga la misma utilización térmica para las dos corrientes, o sea $\eta_g = \eta_s$.

Solución

(a) A partir de la información de la corriente de sólidos:

$$\eta_s = \frac{\Delta T_s}{\mathrm{AT},,,,} = \frac{220 \quad 820}{20 - 820} = 0.75$$

Para igual utilización térmica, $\eta_s = \eta_g$, la ecuación (14.7) da

$$0.75 = \frac{\mathbf{N}}{N + 1}$$

por tanto, el número de etapas requeridas es

$$N = 3$$

(b) Para la corriente de gas

$$\eta_g = 0.75 = \frac{\Delta T_g}{\Delta T_{g.\max}} = \frac{T_1 \quad 20}{820 - 20}$$

de donde la temperatura del gas de salida

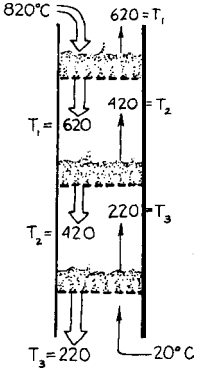
$$T_1 = 620°C.$$

La ecuación (14.5) da entonces la distribución de temperatura dentro del intercambiador. Por consiguiente, con $\phi = 1$,

$$620 - 820 = 1\,(T_2 \quad 620) \qquad o \quad T_2 = 420°C$$

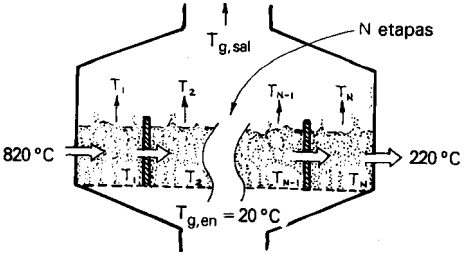
$$420 - 620 = 1\,(T_3 - 420) \qquad o \quad T_3 = 220°C$$

Por consiguiente, a continuación se muestra ya el esquema final.



EJEMPLO 14.2. INTERCAMBIADOR DE LECHO FLUIDIZADO DE ETAPAS MÚLTIPLES CON FLUJO CRUZADO

Repítase el ejemplo 14.1 con sólo un cambio, utilícese flujo cruzado en vez de flujo en contracorriente: es decir,



Solución

Para igual utilización térmica se tiene, como en el ejemplo 14.1,

$$\eta_s = 0.75, \qquad \eta_g = 0.75, \qquad -\frac{\Delta T_g}{\Delta T_s} = 1, \qquad \frac{\dot{m}_g C_g}{\dot{m}_s C_s} = 1$$

Ahora bien, puesto que ϕ' se refiere al flujo a través de cada etapa,

$$\phi' = \frac{(\dot{m}_g/N)C_g}{\dot{m}_s C_s} = \frac{1}{N} \cdot \frac{\dot{m}_g C_g}{\dot{m}_s C_s} = \frac{1}{N}$$

Entonces la ecuación (14.12) da

$$\eta_s = 0.75 = 1 - \frac{1}{(1+\phi')^N} = 1 - \frac{1}{[1+(1/N)]^N}$$

$$\left(\frac{N+1}{N}\right)^N = 4$$

Resuélvase por tanteo

N supuesto	$\left(\frac{N+1}{N}\right)^N$
1	2
3	2.31
9	2.58
99	2.70

La progresión anterior no parece ser capaz de alcanzar el valor de «4». Se puede verificar esta sospecha, examinando el límite, o sea

$$\lim_{N\to\infty}\left(\frac{N+1}{N}\right)^N = \lim_{N\to\infty}\left(1+\frac{1}{N}\right)^N = e = 2.718$$

Esto muestra que no se puede conseguir una solución para la ecuación (ii). Esto significa que

> Es imposible conseguir el 75% de utilización de calor en cualquier intercambiador de flujo cruzado, incluso aunque esto se pueda llevar a cabo en intercambiadores de flujo cruzado de 3 etapas.

PROBLEMAS DE INTERCAMBIADORES DE CONTACTO DIRECTO SIN ALMACENAMIENTO DE CALOR

14.1. Ha de enfriarse una corriente de sólidos finos desde 820 °C hasta 100 °C mediante un gas frío que se calienta desde 20°C hasta 500 °C en un intercambiador de lecho fluidizado de etapas múltiples de flujo en contracorriente. ¿Cuántas etapas ideales se necesitan?

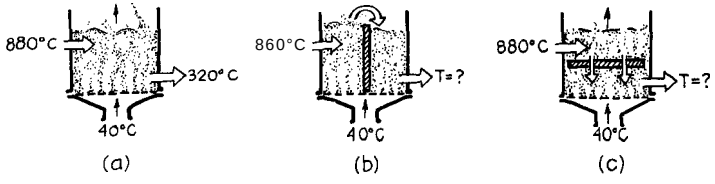
14.2. Ha de utilizarse un intercambiador de lecho fluidizado de etapas múltiples, de flujo cruzado, para enfriar una corriente de sólidos finos desde 820 °C hasta 220 °C por contacto con un gas que se calienta desde 20 °C hasta 420 °C. ¿Cuántas etapas ideales se necesitan?

14.3. Supóngase que se construye el equipo necesario para el ejemplo 14.1 y que funciona normalmente. Un día nos dicen que la temperatura de los sólidos que entran se elevará a 1 020 °C. Si se desea que los sólidos salgan todavía a 220 °C y si no se tiene intención de modificar el equipo, añadir etapas, etc. ¿Qué sugerencias deberían hacerse?

14.4. Se desea calentar una corriente de sólidos (1 ton/h, C_p = 1 000 J/kg K) desde 0 °C hasta 800 °C en un intercambiador de lecho fluidizado, de contacto directo, de flujo cruzado, de 4 etapas, utilizando aire caliente a 1000 °C. ¿Cuál es el caudal volumétrico requerido de aire?

Datos: Para el aire entrante: π = 120 kPa, C_p = 32 J/mol K.

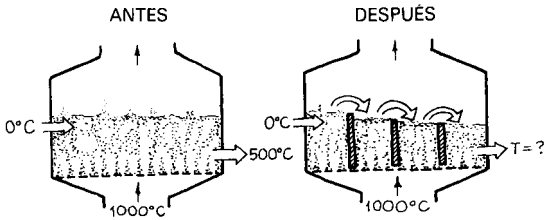
Nuestra factoría necesita enfriar una corriente continua de sólidos a 880 °C con una corriente de aire a 40 °C. Con este objetivo se construye un intercambiador de lecho fluidizado de una etapa como se muestra en el esquema (a), y para los caudales de proceso se encuentra que los sólidos salen a 320°C. Esto no es malo pero no es suficiente. Inténtese mejorar la operación.



14.5. Una idea es colocar un tabique vertical en el centro de la unidad como se muestra en el esquema (b). Si se mantienen todos los caudales invariables, encuéntrese la temperatura de los sólidos que salen del intercambiador.

14.6. Otra idea es insertar un tabique horizontal en el intercambiador, como se muestra en el esquema (c). De nuevo, para los mismos caudales, encuéntrese la temperatura de los sólidos que salen.

14.7. En un intercambiador de lecho fluidizado de una etapa se pone en contacto una corriente de gas caliente (1 000 °C) con una corriente de sólidos fríos (0 °C). La corriente de sólidos sale a 500 °C. Esto no es suficiente de modo que se añaden tabiques que dividen el intercambiador en cuatro partes iguales como se muestra en el esquema adjunto, manteniendo los mismos caudales. Con esta modificación, encuéntrese la temperatura de salida de los sólidos y del gas.



14.8. Un gas caliente a 1 000 °C entra en un intercambiador de lecho fluidizado, de flujo cruzado, de contacto directo, de tres etapas y se pone en contacto con una corriente de sólidos que entra a 0 °C. Los sólidos salen a 512 "C. Se añaden tabiques de modo que se divida cada etapa en dos, resultando pues seis etapas de flujo cruzado.

(a) Con este cambio, ¿qué le ocurre a la temperatura de salida de los sólidos?

(b) ¿Cómo afecta este cambio a la eficacia de contacto de las dos corrientes?

14.9. Considérese un intercambiador de calor de lecho fluidizado, de contacto directo gas-sólido. Si un intercambiador de flujo cruzado de cuatro etapas puede calentar sólidos desde 20 °C hasta 820 °C utilizando un gas caliente que entra a 1020 °C, ¿cuántas etapas de flujo en contracorriente pueden hacer el mismo trabajo?

14.10. Considérese un intercambiador de calor de lecho fluidizado, de contacto directo gas-sólido. Si un intercambiador de flujo cruzado de cinco etapas puede calentar los sólidos desde 0 °C hasta 600°C utilizando un gas caliente a 1 000 °C, ¿cuántas etapas de flujo en contracorriente (con las mismas temperaturas de entradapara el gas y los sólidos) pueden hacer el mismo trabajo?

14. ll. *Confactor de lecho móvil.* 10 toneladas/hora de sólidos (C_p = 800 J/kg K, $T_{s,en}$ = = 1000 K) entran por la parte superior de un tubo vertical y descienden en contracorriente con una corriente ascendente de gas (C_p = 800 J/kg K, $T_{g,en}$ = 500 K). Represéntese la distribución de temperatura del gas y de los sólidos en el tubo e indíquese las temperaturas de salida de las dos corrientes.

(a) El caudal del gas es 10 ton/h.

(b) El caudal del gas es 20 ton/h.

(c) El caudal del gas es 8 ton/h.

(d) Encuéntrense los tiempos medios de resistencia del gas $\bar{t}_g$ y de los sólidos $\bar{t}_s$ en el contactor para los caudales de la parte (a).

Supóngase contacto de flujo en pistón ideal en contracorriente, partículas medianamente pequeñas y una fracción de huecos $\varepsilon = 0{,}4$.

14.12. *Contactor de rejillas móviles.* Se alimentan sólidos fríos triturados (partículas pequeñas, $\dot{m}_s$ = 10 kg/s, C_p = 1000 J/kg K, T = 300 K) a una reja móvil horizontal donde se calientanmediante una corriente ascendente de aire caliente (π = 116000 Pa,

T = 600 K, v = 12 m^3/s, C_p = 36 J/mol K). Estímese la temperatura de salida de los sólidos y del gas para los siguientes casos limite:

(a) Si la capa de sólidos sobre la rejilla es suficientemente gruesa para que se pueda suponer razonablemente un frente de temperatura agudo en la dirección vertical así como en la dirección horizontal.

(b) Si los sólidos sobre la rejilla están ligeramente fluidizados, de modo que están bien mezclados en la dirección vertical, pero no en la dirección horizontal.

14.13. Repítase el problema 14.12 con un cambio, el caudal de sólidos es $\dot{m}_s$ = 15 kg/s.

14.14. Repítase el problema 14.12 con un cambio, el caudal de sólidos es $\dot{m}_s$ = 5 kg/s.

14.15. Para mejorar la eficacia de una planta de procesado de pizarras, se precalientan las pizarras mediante los gases de combustión calientes procedentes del proceso. Para hacer esto se transporta roca de pizarras finamente triturada (0 °C) sobre una larga cinta transportadora porosa horizontal mientras se hace circular hacia arriba gas caliente (640 °C) a través del lecho a una velocidad suficientemente alta para fluidizar los sólidos.

En estas condiciones la pizarra sale a 480 °C. ¿Cuál sería la temperatura de salida de los sólidos si el caudal del gas fuera

(a) un 20% superior;

(b) un 20% inferior, en cuyo caso el lecho fluidizado colapsa y se convierte en un lecho fijo circulante de sólidos?

Capítulo 15 REGENERADORES DE CALOR: INTERCAMBIADORES DE CONTACTO DIRECTO CON ALMACENAMIENTO DE CALOR MEDIANTE UNA CARGA DE SÓLIDOS

Debido a que los sólidos, sobre una base de volumen, tienen una capacidad calorífica muy grande comparada con la de los gases, se pueden utilizar como un intermediario en la transferencia de calor desde un gas a otro. Esto requiere una operación de dos etapas. En la primera el gas caliente cede su calor a los sólidos fríos. Los sólidos se calientan y a continuación en la segunda etapa los sólidos devuelven este calor a un segundo gas frío. Los regeneradores de calor continuos se utilizan duplicados, como se muestra en la Fig. 15.1.

Este tipo de intercambiador con almacenamiento se utiliza principalmente cuando ha de intercambiarse calor entre cantidades enormes de gas, como en la industria del acero y otras metalúrgicas, o cuando los gases están sucios y cargados de polvo y son capaces de obturar un recuperador, como en el caso de los gases de chimenea en las centrales térmicas eléctricas, o cuando uno de los gases está demasiado caliente o es reactivo para los materiales de construcción de un recupe-

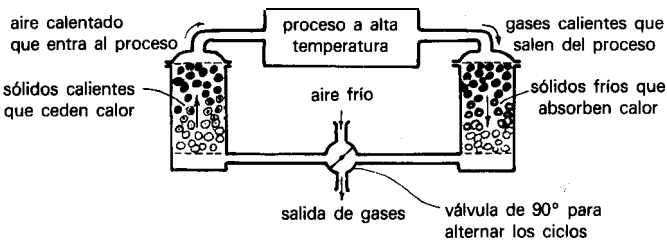


Fig. 15.1. Par de regeneradores cíclicos para recuperar calor de gases residuales.

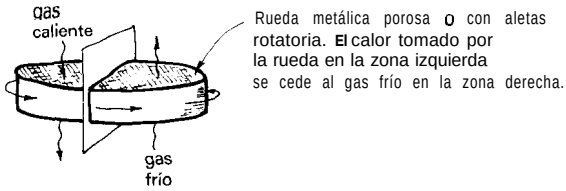


Fig. 15.2. Regenerador de rueda rotatoria que opera continuamente.

rador, como en el caso de los gases procedentes de los hornos de fabricación de vidrio.

Los regeneradores se pueden diseñar también para operaciones en continuo, como se muestra en la figura 15.2.

A continuación, se estudiarán los dos principales tipos de regeneradores: en primer lugar, los aparatos con sólidos fijos (lechos rellenos, etc.) y a continuación los aparatos con sólidos bien mezclados (lechos fluidizados de etapa única o de múltiples etapas).

I. REGENERADORES DE LECHO RELLENO. INTRODUCCIÓN

A. Propagación de un frente de temperatura

Estas unidades se rellenan normalmente con grandes sólidos -ladrillos, rocas, etcétera- de modo que la pérdida de presión para el flujo de gas no sea excesiva y los sólidos finos suspendidos y arrastrados por el gas no obturen la unidad.

Cuando un gas caliente entra en un lecho inicialmente frío de sólidos, un frente de temperatura caliente de gas se desplaza a lo largo del lecho al mismo tiempo que un frente caliente de sólidos, como se muestra en la figura 15.3. Tres fenómenos gobiernan la propagación de estos frentes calientes:

- La desviación del flujo en pistón del gas en el lecho relleno, parte del fluido se mueve más rápido, parte más lento. Este comportamiento se caracteriza mediante el coeficiente de dispersión axial para el gas D, una especie de coeficiente de difusión.
- La resistencia de la película a la transmisión de calor entre el gas y el sólido. Puesto que las partículas son grandes, el área interfacial y el coeficiente de transmisión de calor ha pueden ser mucho menores que para lechos de sólidos finos. El término ha caracteriza esta resistencia.
- Resistencia al flujo de calor en las partículas. Con sólidos grandes tales como ladrillos y rocas el tiempo característico para el calentamiento de las partículas puede ser grande. La difusividad térmica de los sólidos $k_s/\varrho_s C_s$ caracteriza esta resistencia.

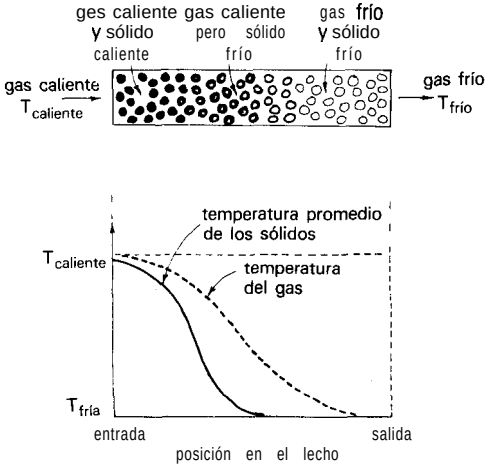


Fig. 15.3. Propagación de los frentes de temperatura en el gas y en el sólido en un regenerador de lecho relleno.

B. Modelos para la propagación de la temperatura

Se tienen tres niveles de análisis para regeneradores de lecho fijo, como se muestra en la figura 15.4.

1. La ***aproximación de frente plano*** de la figura 15.4a es el modelo más sencillo. Se supone flujo en pistón ideal del gas e inmediata igualación de la temperatura del gas y del sólido. Esta es una solución aproximada, pero útil para estimados básicos de funcionamiento.

2. El ***modelo de dispersión*** de la Figura 15.46 describe cada uno de los tres factores de propagación mediante un fenómeno difusional. Esto conduce a una curva temperatura-distancia simétrica en forma de S para los sólidos caracterizada por su varianza σ^2. Suponiendo independencia entre los tres fenómenos de propagación se pueden adicionar las varianzas, para dar

$$\sigma^2_{\text{global}} = \sigma^2_{\substack{\text{dispersión}\\ \text{del gas}}} + \sigma^2_{\substack{\text{resistencia}\\ \text{de la película}}} + \sigma^2_{\substack{\text{conducción}\\ \text{en la partícula}}} \tag{15.1}$$

Este modelo se aproxima razonablemente a la distribución real de temperatura en un regenerador no demasiado corto.

3. El ***análisis riguroso*** que tiene en cuenta adecuadamente los tres fenómenos de propagación daría curvas en forma de S no simétricas como las esquematizadas en la figura 15.4c. Este análisis es extremadamente difícil y no se ha hecho todavía. Hausen (1983) y Jakob (1957) presentaron y discutieron muchas aproximaciones y soluciones parciales a este problema. McAdams (1954) y Kern (1950) indican también otras referencias relacionadas.

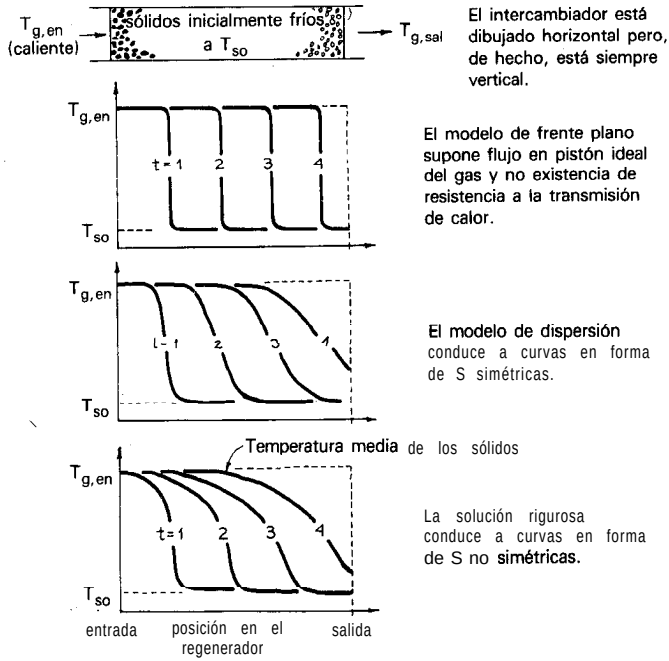


Fig. 15.4. Temperatura de los sólidos en un regenerador de lecho relleno según los diferentes modelos, desde el más sencillo al más complicado.

Se estudiarán los modelos de frente plano y dispersión en el análisis de las operaciones de paso único y periódicas de los regeneradores de calor. No se tratará la solución rigurosa.

C. Medida de la eficacia de recuperación térmica

Supóngase que un gas caliente a $T_{h,en}$ entra en un regenerador frío a T_c durante un tiempo t. Se define la ***eficacia de calor capturado por los sólidos o*** la ***eficacia de calor eliminado del gas*** como

$$\eta_h = \left(\frac{\text{calor tomado por los sólidos fríos en el tiempo } t}{\text{calor máximo posible a tomar en el tiempo } t} \right) = \left(\frac{\text{calor perdido por el gas caliente en el tiempo } t}{\text{calor máximo posible a perder en el tiempo } t} \right)$$

$$= \left(\frac{\overline{\Delta T}_h}{\Delta T_{\max}} \right)_{\text{del gas}} = \left(\frac{T_{h,en} - \overline{T}_{h,sal}}{T_{h,en} - T_c} \right)_{\text{del gas}} \tag{15.2}$$

Análogamente para el gas frío que entra a $T_{c,\text{en}}$ en un regenerador caliente a T_h durante un período de tiempo t

$$\eta_c = \left(\frac{\text{calor perdido por los sólidos en el tiempo } t}{\text{calor máximo posible a perder en el tiempo } t} \right) = \left(\frac{\text{calor ganado por el gas frío en el tiempo } t}{\text{calor máximo posible ganado en el tiempo } t} \right)$$

$$= \left(\frac{\overline{\Delta T}_c}{\Delta T_{\max}} \right)_{\text{gas}} = \left(\frac{\overline{T}_{c,\text{sal}} - T_{c,\text{en}}}{T_h - T_{c,\text{en}}} \right)_{\text{gas}} \tag{15.3}$$

A continuación se relacionarán estas eficacias. Para ello, se considerará un fluido caliente que entra en un regenerador inicialmente frío. Haciendo un balance de calor en el tiempo t se obtiene

$$\text{Fracción de sólidos calentada} = \left(\frac{\text{calor introducido por el gas en el tiempo } t}{\text{calor necesario para calentar todos los sólidos}} \right)$$

$$= \frac{\dot{m}_h C_h (T_{h,\text{en}} - T_c) t}{W_s C_s (T_{h,\text{en}} - T_c)} = \frac{\dot{m}_h C_h t}{W_s C_s}$$

El tiempo característico necesario para calentar todos los sólidos es entonces

$$\hat{t}_h = \frac{W_s C_s}{\dot{m}_h C_h} = \frac{\rho_s (1 - \varepsilon) C_s}{G_h C_h} \cdot L \tag{15.4}$$

Análogamente, para el enfriamiento de sólidos inicialmente calientes se tiene

$$\hat{t}_c = \frac{W_s C_s}{\dot{m}_c C_c} = \frac{\rho_s (1 - \varepsilon) C_s}{G_c C_c} \cdot L \tag{15.5}$$

Cuando $\hat{t}_h = \hat{t}_c$ se tiene lo que se denomina ***operaciones simétricas.*** Para caudales desiguales de gases caliente y frío los tiempos característicos de calentamiento y enfriamiento diferirán, o sea $\hat{t}_h \neq \hat{t}_c$ y se tienen ***operaciones asimétricas.***

En operaciones periódicas con dos regeneradores alternativos el tiempo de refrigeración debe igualar el tiempo de calentamiento. Además, el calor cedido por el gas caliente debe igualar el ganado por el gas frío. Así pues, las ecuaciones (15.2) a (15.5) muestran que los tiempos característicos están relacionados a las eficacias por

$$\frac{\eta_h}{\eta_c} = \frac{\hat{t}_h}{\hat{t}_c} \tag{15.6}$$

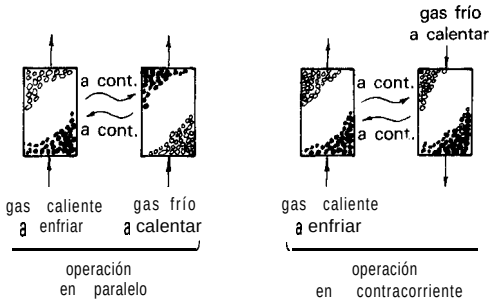


Fig. 15.5. Modelos para operaciones periódicas en paralelo y en contracorriente de un regenerador de lecho relleno.

D. Operaciones periódicas en paralelo y en contracorriente

Las operaciones periódicas pueden llevarse a cabo de dos maneras. En las operaciones en paralelo el fluido frío y el fluido caliente entran uno después del otro por el mismo extremo del regenerador. En las operaciones en contracorriente el fluido caliente entra por un extremo y el fluido frío por el otro extremo del regenerador. En la figura 15.5 se muestran estos dos modos.

No es obvio decir cuál de estos modelos de contacto es mejor. El modelo sencillo de frente plano dice que los dos son igualmente buenos. Sin embargo, como se demostrará, el modelo de dispersión predice que la operación en contracorriente tiene una eficacia mayor. A continuación se analizarán ambos modos de operación.

II. REGENERADORES DE LECHO RELLENO. MODELO DE FRENTE PLANO

A. Operación en paralelo con $\hat{t}_h > \hat{t}_c$

Supóngase que menos fluido caliente circula a través del regenerador que fluido frío, lo que significa que $\dot{m}_h C_h < \dot{m}_c C_c$ o que $\hat{t}_h > \hat{t}_c$. La figura 15.6 esquematiza la secuencia de temperatura en el regenerador si se toma el tiempo de alternancia intermedio entre $\hat{t}_h$ y $\hat{t}_c$. A partir de este esquema y de la ecuación (15.6) se encuentra que

$$\left.\begin{aligned} \eta_h &= 100\% \\ \eta_c &= \frac{\hat{t}_c}{\hat{t}_h} \end{aligned}\right\} \quad \text{para } t_{sw} \text{ entre } \hat{t}_h \text{ y } \hat{t}_c \text{ y para } \hat{t}_h \geq \hat{t}_c \tag{15.7}$$

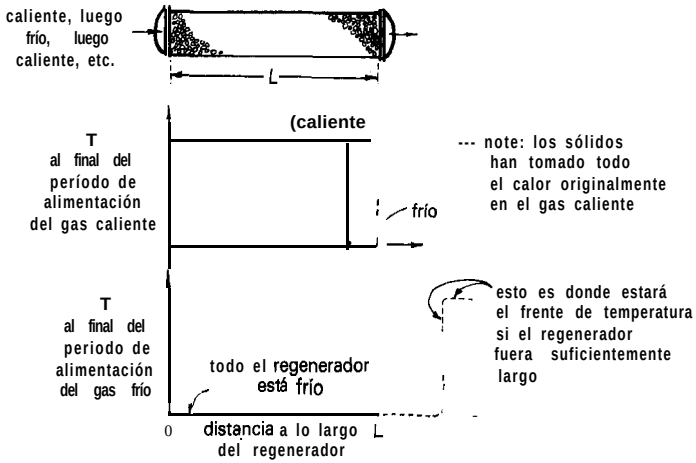


Fig. 15.6. Frente de temperatura en una operación en paralelo, según el modelo de frente plano.

Fuera de este intervalo para t_{sw} la eficacia disminuye. Por consiguiente, es mejor mantener t_{sw} en este intervalo y próximo a $\hat{t}_h$, ya que entonces se requiere menos frecuencia de alternancia.

Observando estas eficacias de otra manera, aunque el gas caliente que circula lentamente sea capaz de ceder todo su calor, este calor es insuficiente para calentar completamente el gas frío que circula más rápido.

En el caso especial de un regenerador simétrico, o sea $\hat{t}_h = \hat{t}_c$, ambos fluidos tienen una eficacia del 100% (para $t_{sw} = \hat{t}$). Por consiguiente el calor cedido por el gas caliente es justo suficiente para calentar completamente el gas frío.

B. Operaciones en contracorriente con $\hat{t}_h > \hat{t}_c$. Modelo de frente plano

De nuevo, se supone que circula menos fluido caliente a través del regenerador que frío. A partir del esquema de frentes móviles después del paso del fluido caliente y del fluido frío, se tiene que

$$\left.\begin{aligned} \eta_h &= 100\% \\ \eta_c &= \frac{\hat{t}_c}{\hat{t}_h} \end{aligned}\right\} \quad \text{para cualquier } t_{sw} < \hat{t}_h \text{ y para } \hat{t}_h > \hat{t}_c \tag{15.8}$$

Aunque se puede seleccionar cualquier $t_{sw} < \hat{t}_h$ es mejor **elegir** $t_{sw} = \hat{t}_h$, pues de otro modo se tendría una alternancia más frecuente de lo necesario o el intercambiador sería más grande de lo necesario.

En el caso especial donde $\hat{t}_h = \hat{t}_c$ (regenerador simétrico) las eficacias son 100% con este modelo para $t_{sw} < \hat{t}$.

C. Comentarios sobre el modelo de frente plano

El análisis de frente plano muestra que si el regenerador funciona adecuadamente las eficacias de las operaciones en paralelo y en contracorriente son las mismas y vienen dadas por las ecuaciones (15.7) o (15.8). Este es un primer modelo útil del regenerador con almacenamiento de calor.

III. REGENERADORES DE LECHO RELLENO. MODELO DE DISPERSIÓN

Se considerarán por turno:

- la contribución de las tres resistencias a la transmisión de calor a la distribución del frente de temperatura que avanza.
- la eficacia térmica de las operaciones de un sólo paso:
- la eficacia térmica de las operaciones en paralelo periódicas; y
- la eficacia térmica de las operaciones en contracorriente periódicas.

A. Evaluación de σ^2, cantidad que representa la anchura del frente de temperatura

El modelo de dispersión (o tipo difusión) conduce a un frente de temperatura que avanza en forma de S simétrica, que representa la integral de la función de distribución de Gauss. La curva en forma de S viene caracterizada completamente

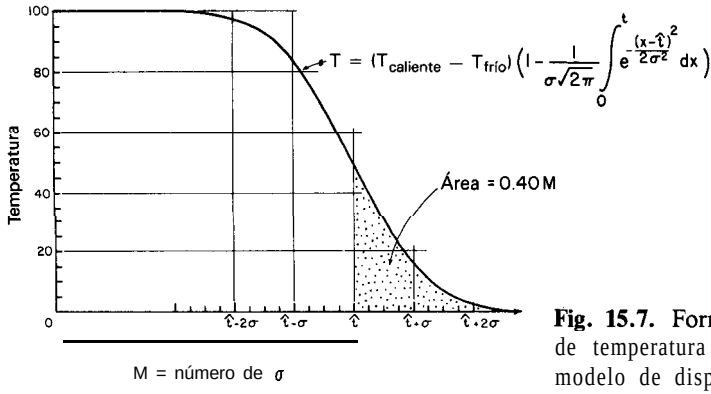


Fig. 15.7. Forma del frente caliente de temperatura avanzante; según el modelo de dispersión.

por una magnitud, la **varianza** σ^2. La figura 15.7 muestra cómo el frente de temperatura se ensancha con respecto a σ.

A partir de la teoría de la difusión, si las contribuciones individuales a la anchura del frente actúan independientemente, entonces se pueden sumar las varianzas de las contribuciones individuales, o sea

$$\begin{pmatrix}\text{Anchura del}\\ \text{frente de}\\ \text{temperatura}\end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix}\text{Anchura causada}\\ \text{por la desviación del}\\ \text{flujo en pistón}\end{pmatrix}^2 + \begin{pmatrix}\text{Anchura causada}\\ \text{por la resistencia}\\ \text{superficial a la}\\ \text{transmisión del calor}\end{pmatrix}^2$$

$$+ \begin{pmatrix}\text{Anchura causada por}\\ \text{la resistencia a la}\\ \text{conducción en el sólido}\end{pmatrix}^2$$

o en símbolos

$$\sigma^2 = \sigma^2_{\substack{\text{dispersión}\\ \text{axial del gas}}} + \sigma^2_{\substack{\text{resistencia}\\ \text{de la película}}} + \sigma^2_{\substack{\text{calentamiento}\\ \text{de la partícula}}} \tag{15.9}$$

Si se supone además que no se transmite calor a lo largo de los sólidos en la dirección del flujo del gas (razonable para un lecho relleno de partículas no metálicas esféricas o dispuestas al azar, pero posiblemente no razonable para un intercambiador compacto o de estructura monolítica), entonces Levenspiel (1984), utilizando los resultados de Sagara et al. (1970), ha demostrado que la ecuación (15.9) se convierte, término a término:

$$\frac{1}{M^2} = \frac{\sigma^2}{\hat{t}^2} = \frac{6L_p}{L} + \frac{2G_0C_g}{haL} + \frac{6}{5}\frac{G_0C_gL_p}{k_saL} \tag{15.10}$$

donde

$$L_p = \frac{\text{volumen de la partícula}}{\text{superficie de la partícula}}, \quad \text{longitud característica de la partícula [m]}$$

$$= \frac{R}{3} \quad \text{para partículas esféricas}$$

$$= \frac{R}{2} \quad \text{para partículas cilíndricas}$$

$$a = \frac{\text{superficie exterior de las partículas}}{\text{volumen del regenerador}}, \quad \text{superficie específica [m}^{-1}\text{]}$$

$$= \frac{3(1-\varepsilon)}{R} \quad \text{para partículas esféricas}$$

k_s, k_g = conductividades térmicas del sólido y del gas [W/mK]

C, C_s = calores específicos del gas y del solido [J/kg K]

$G_0 = u_0\varrho$, velocidad másica superficial del gas [kg/m² s]

M = número de σ entre el tiempo cero y el tiempo $\hat{t}$ [—]

Para partículas esféricas la ecuación (15.10) se convierte

$$\frac{1}{M^2} = \frac{\sigma^2}{\hat{t}^2} = \frac{d}{L}\,\frac{1}{3(1-\varepsilon)}\cdot\frac{G_0C_gd_p}{hL} + \frac{1}{30(1-\varepsilon)}\cdot\frac{G_0C_gd_p^2}{k_sL} \tag{15.11}$$

Esta expresión muestra que a medida que el intercambiador se haga más largo la anchura relativa del frente de temperatura se hace más pequeña, aproximándose la eficacia de la unidad más y más a la del frente plano ideal.

A continuación se verá cómo se evalúa la eficacia térmica para varios modelos de operación sabiendo el valor de σ^2 a partir de las ecuaciones (15.10) o (15. ll).

B. Operaciones de un solo paso: modelo de dispersión

Considérese una entrada escalón de un fluido caliente en un regenerador frío. Después de un tiempo $\hat{t}$ la distribución de temperatura de los sólidos en el regenerador será como se muestra en la figura 15.8.

La eficacia de la captura de calor por los sólidos después de un tiempo $\hat{t}$ puede encontrarse en relación a la figura 15.8. Así,

$$\eta_{\substack{\text{paso}\\ \text{único}}} = \begin{pmatrix}\text{recuperación}\\ \text{fraccional}\\ \text{de calor}\end{pmatrix} = 1 - \frac{\text{área punteada de la figura 15.8}}{\text{área ABCD}}$$

$$= \frac{\text{área rayada de la figura 15.8}}{\text{área ABCD}} \tag{15.12}$$

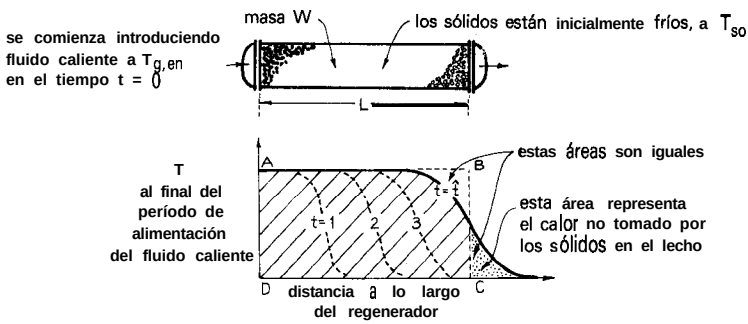


Fig. 15.8. Temperatura de los sólidos en un regenerador en una operación de un solo paso; según el modelo de dispersión.

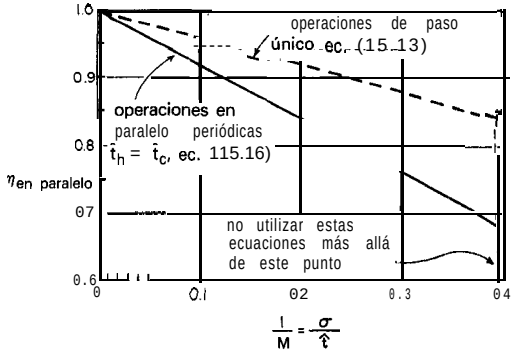


Fig. 15.9. Las operaciones en paralelo periódicas conducen siempre a eficacias menores que las de paso único. Las dos curvas se han dibujado para un tiempo de alternancia $\hat{t}$ y se basan en el modelo de dispersión.

Si se advierte que la curva en forma de S de la figura 15.8 representa la integral Gausiana mostrada en la figura 15.7 y que el área punteada resulta ser $0{,}4\sigma$, la eficacia de la operación de paso único es entonces

$$\eta = 1 - \frac{0.4\sigma}{M\sigma} = 1 - \frac{0.4}{M} \quad \text{para } M \geq 2.5 \tag{15.13}$$

La línea superior de la figura 15.9 muestra cómo la eficacia de la operación de paso único depende del valor de M.

Adviértase que la condición $M \geq 2{,}5$ está ligada a la ecuación (15.13). Esto significa operaciones en las que los sólidos a la entrada alcanzan la temperatura del gas caliente de entrada. Se trata de lo que se denomina un ***regenerador largo.*** Cuando $M < 2{,}5$ el perfil de temperatura de la figura 15.8 es tan ancho que los sólidos a la entrada no alcanzan la $T_{g,en}$ y la eficacia se desvía de la ecuación (15.13). Se trata de lo que se denomina un ***regenerador corto.*** En adelante sólo se considerarán regeneradores largos.

La eficacia para un tiempo de operación $\hat{t}$ es de interés, porque en operaciones periódicas un valor del tiempo de alternancia $t_{sw} = \hat{t}$ es óptimo normalmente, ya que proporciona la mayor eficacia de recuperación de calor.

C. Operaciones periódicas en paralelo con caudales iguales de fluidos caliente y frío, 0 sea $\hat{t}_h = \hat{t}_c$, modelo de dispersión

Supóngase que se decide cambiar de fluido caliente a fluido frío después del tiempo $\hat{t}$, alternando de nuevo después de un tiempo adicional $\hat{t}$. La distribución

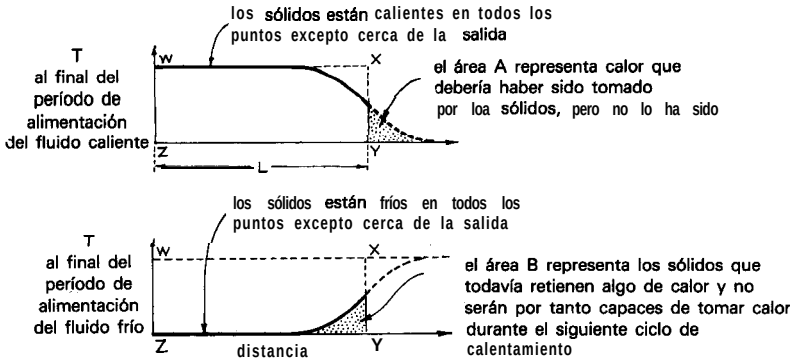


Fig. 15.10. Temperatura de los sólidos para flujo simétrico en paralelo con $\hat{t}_h = \hat{t}_c = t_{sw}$; según el modelo de dispersión.

de temperatura será algo como la mostrada en la figura 15.10, y por tanto la ineficacia en la absorción de calor durante el calentamiento viene representada por las áreas sombreadas A y B. Por tanto la eficacia viene dada por

$$\eta_{\text{calentamiento}} = 1 - \left(\frac{\text{área } A + \text{área } B}{\text{área } WXYZ}\right)_{\text{Fig. 15.10}}$$

A partir de las ecuaciones (15.12) y (15.13) esta expresión se convierte en

$$\eta_{\text{calentamiento}} = 1 - \frac{0.8}{M} \tag{15.14}$$

y de la ecuación (15.6)

$$\eta_{\text{enfriamiento}} = \frac{\hat{t}_h}{\hat{t}_c} \cdot \eta_{\text{calentamiento}} = \eta_{\text{calentamiento}} \tag{15.15}$$

Un análisis de la situación conduce a las siguientes conclusiones:

1. La mayor eficacia siempre tiene lugar cuando el tiempo de alternancia t_{sw} se elige igual a $\hat{t}$.

2. Siempre que $M \geq 2{,}5$ los sucesivos frentes de temperatura de la figura 15.10 no se afectan uno a otro. Por tanto el frente previo sale antes de que el siguiente penetre. En esta situación la eficacia viene dada por

$$\eta_{\substack{\text{periódica}\\ \text{en paralelo}}} = 2\eta_{\substack{\text{paso}\\ \text{único}}} - 1 \tag{15.16}$$

3. La figura 15.9 muestra cómo la eficacia de operaciones de un solo paso o periódicas en paralelo dependen del valor de M.

D. Operaciones periódicas en paralelo con caudales desiguales de fluidos caliente y frío, o sea $\hat{t}_h \neq \hat{t}_c$; modelo de dispersión

De nuevo, se supone un caudal menor del fluido caliente que del fluido frío, o sea $\hat{t}_h > \hat{t}_c$ y entonces se selecciona t_{sw} entre $\hat{t}_h$ y $\hat{t}_c$. Con la hipótesis de frente plano, la figura 5.6 da las distribuciones de temperatura en el regenerador. Sin embargo, la dispersión dará frentes anchos tal como se muestra en la figura 15.11.

Utilizando argumentos similares a aquellos que conducen a las ecuaciones (15.14) y (15.15) se tiene, para $M > 2{,}5$,

$$\eta_h = 1 - \left(\frac{\text{área } H}{\text{área } WXYZ} + \frac{\text{área C}}{\text{área W'X'Y'Z'}} \right)_{\text{Fig. 15.11}} \tag{15.17}$$

y de la ecuación (15.6)

$$\eta_c = \frac{\hat{t}_c}{\hat{t}_h} \cdot \eta_h \tag{15.18}$$

Al evaluar estas áreas se observa en primer lugar que un tiempo de alternancia medio entre $\hat{t}_h$ y $\hat{t}_c$ da aproximadamente la mayor eficacia, es decir aproximadamente corresponde a la operación óptima. Por tanto, el procedimiento de cálculo para evaluar la eficacia será el siguiente:

(a) Se determina $\hat{t}_h$ y $\hat{t}_c$ a partir de las ecuaciones (15.4) y (15.5). Recuérdese elegir los fluidos «caliente» y «frío» de modo aue $\hat{t}_h > \hat{t}_c$.

(b) Para frentes anchos se determina σ_h y σ_c para $\hat{t}_h$ y $\hat{t}_c$ a partir de la ecuación (15.10).

(c) Se escoge $t_{sw} = \dfrac{\hat{t}_h + \hat{t}_c}{2}$

(d) Para los frentes anchos y el tiempo t_{sw}, se calcula

$$\sigma_{sw,h} = \sigma_h (t_{sw}/\hat{t}_h)^{1/2} \quad \text{y} \quad \sigma_{sw,c} = \sigma_c (t_{sw}/\hat{t}_c)^{1/2}$$

(e) Se calcula $N_h = (t_h - t_{sw})/\sigma_{sw,h}$ y $N_c = (t_{sw} - \hat{t}_c)/\sigma_{sw,c}$, los números de desviaciones estándar que separan los tiempos $\hat{t}$ de t_{sw}.

(f) Se encuentran las áreas H y C de la figura 15.11 a partir de la figura 15.12.

(g) Se calcula $M_h = \hat{t}_h/\sigma_{sw,h}$ y $M_c = \hat{t}_c/\sigma_{sw,c}$, los números de desviaciones están'dar entre el tiempo cero y los tiempos $\hat{t}$.

(h) Se evalúa η_h a partir de la siguiente forma de la ecuación (15.17):

$$\eta_h = 1 - \frac{\text{área } H}{M_h} - \frac{\text{área } C}{M_c} \tag{15.17'}$$

(i) La ecuación (15.6) da entonces η_c.

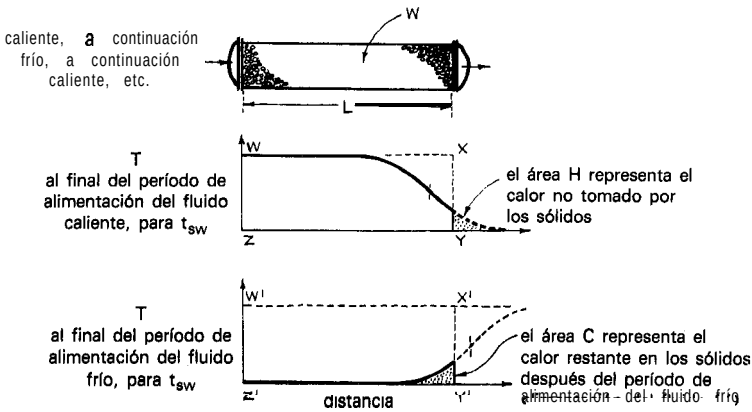


Fig. 15.11. Temperatura de los sólidos para flujo en paralelo no simétrico con un exceso de fluido frío, o sea $\hat{t}_h > \hat{t}_c$; según el modelo de dispersión.

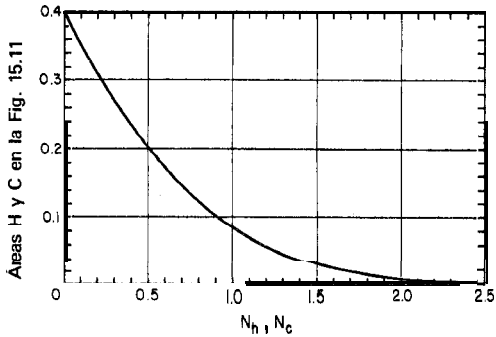


Fig. 15.12. Áreas *H* y C a partir de las propiedades de la integral de la curva de distribución gaussiana.

E. Operaciones periódicas en contracorriente; modelo de dispersión

El flujo en contracorriente es más difícil de visualizar y analizar, de modo que se empezará por considerar los dos casos extremos, en primer lugar cuando $\hat{t}_h = \hat{t}_c$, y a continuación cuando $\hat{t}_h \gg \hat{t}_c$.

1. Caso limite 1: $\hat{t}_h = \hat{t}_c$, y $\hat{t}_{sw} \leq \hat{t}$. Si se empieza con fluido caliente que entra en un regenerador frío, los sucesivos frentes de temperatura serán como lo indicado en la Fig. 15.13.

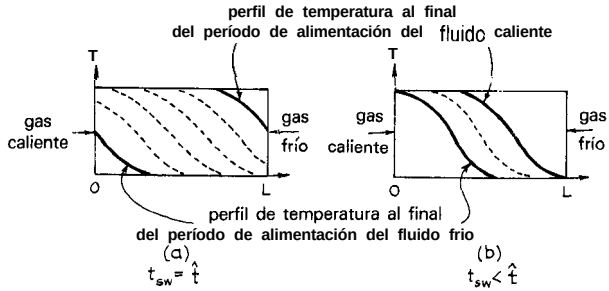


Fig. **15.13.** Desplazamiento de la temperatura en los sólidos para flujo en contracorriente simétrico, por tanto para $\hat{t}_h = \hat{t}_c$; según el modelo de dispersión.

A medida que el perfil de temperatura se desplaza adelante y atrás, de derecha a izquierda, la dispersión hará que el frente se ensanche. Sin embargo, en el calentamiento parcial de una partícula fría es la capa exterior la que se calienta primero, y es la que primero se enfría con el gas frío. Esto produce un autocalentamiento del frente ensanchado, o sea una tendencia a aproximarse a un perfil de frente plano.

El efecto global de estos dos efectos opuestos es algo que no puede evaluarse mediante los análisis actuales. Probablemente, el mejor compromiso en este momento, y hasta que se conozca mejor, es suponer que el frente de temperatura permanece invariable de un paso al siguiente. Se utilizará esta hipótesis para las operaciones en contracorriente.

De nuevo, observando que los perfiles de temperatura siguen la integral de la distribución gaussiana, la eficacia térmica se evalúa con la ayuda de la Fig. 15.14 y el siguiente procedimiento de cálculo:

(a) Se determina $\hat{t}_h = \hat{t}_c = \hat{t}$ a partir de las ecuaciones (15.4) y (15.5).
(b) Se toma $t_{sw} \leq \hat{t}$.
(c) Se determina $\sigma_h = \sigma_c = \sigma$ a partir de las ecuaciones (15.10) y (15.11).
(d) Se calcula $\sigma_{sw} = \sigma(t_{sw}/\hat{t})^{1/2}$
(e) Se calcula $P = (\hat{t} - t_{sw})/2\sigma_{sw}$.
(f) Se calcula $Q = t_{sw}/\sigma_{sw}$.

La eficacia viene dada por

$$\eta = 1 - \left(\frac{\text{área } \boldsymbol{E} \text{ o área } \boldsymbol{F}}{\text{área } \boldsymbol{WXYZ}} \right) \quad \textbf{Fig. 15.14}$$

Es una función de $\boldsymbol{P}$ y Q, como se ha visualizado en la figura 15.15.

Nótese que si se puede hacer t_{sw} menor que $\hat{t} - 3\sigma_{sw}$, entonces se puede conseguir una recuperación de calor casi completa, mientras el perfil de temperatura se encuentra equilibrado entre los dos extremos del regenerador. Sin embargo, cuan-

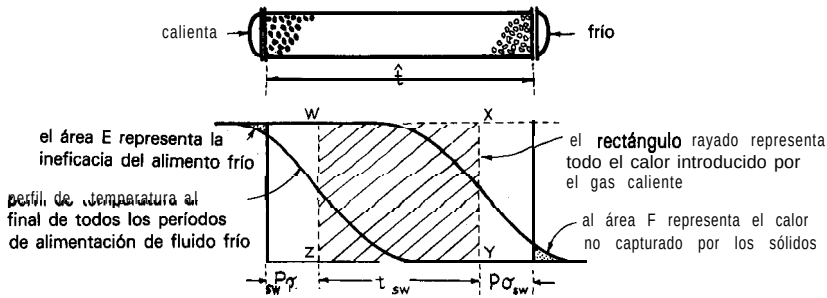


Fig. 15.14. Gráfico que muestra cómo se determina la eficacia de recuperación de calor por flujo en contracorriente simétrico, por tanto para $\hat{t}_h = \hat{t}_c$.

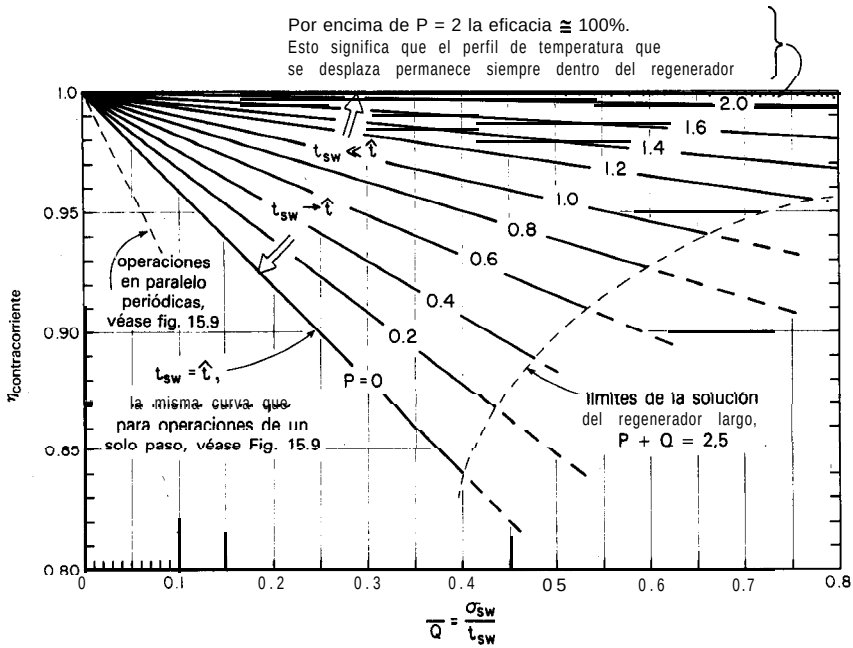


Fig. 15.15. Eficacia del flujo en contracorriente simétrico, por tanto para $\hat{t}_h = \hat{t}_c$.

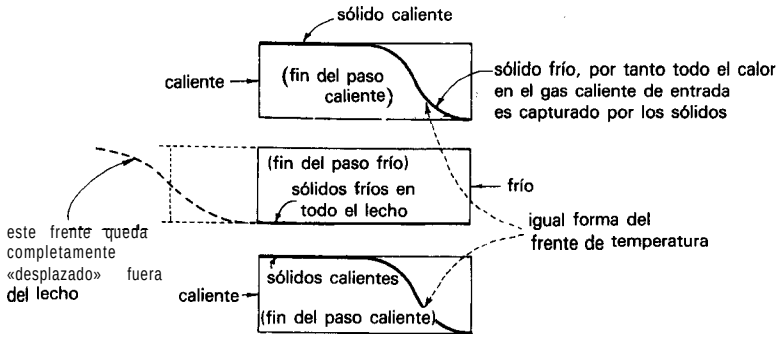


Fig. 15.16. Perfiles de temperatura para flujo en contracorriente no simétrico con un gran exceso de fluido frío, o sea $\hat{t}_h \gg \hat{t}_c$.

do t_{sw} se aproxima a $\hat{t}$ la eficacia desciende hasta la de las operaciones de un sólo naso, y para $t_{sw} > \hat{t}$ la eficacia disminuye rápidamente a cero.

La comparación de la figura 15.15 con la figura 15.9 muestra que las operaciones en contracorriente simétricas son mucho más eficaces que las operaciones simétricas en paralelo.

2. Caso límite 2 : $\hat{t}_h \gg \hat{t}_c$. En la figura 15.16 se muestra esta situación. En este caso el calor del gas caliente queda capturado totalmente por los solidos, ya que el frente completo permanece en el regenerador al final del paso del fluido caliente (primer esquema). Sin embargo, este frente se elimina completamente del lecho por el mayor flujo de gas frío (segundo esquema). Por consiguiente, el lecho no tiene «memoria» para el siguiente paso de gas caliente (tercer esquema). Para esta situación entonces

$$\eta_h = 100\% \tag{15.19}$$

$$\eta_c = \frac{\hat{t}_c}{\hat{t}_h} \tag{15.20}$$

que de nuevo es muy superior al flujo en paralelo.

La condición de $\hat{t}_h \gg \hat{t}_c$ se satisface razonablemente (dentro de un 5 %) cuando

$$\hat{t}_h > \hat{t}_c + 2\sigma_c + 2\sigma_h \tag{15.21}$$

En esta situación es mejor utilizar un tiempo de alternancia

$$\hat{t} - 2\sigma_h < t_{sw} < \hat{t}_c + 2\sigma_c \tag{15.22}$$

Este criterio dice también cuán largo debe ser el regenerador (cuando $\hat{t}_h \neq \hat{t}_c$) de modo que se consiga la máxima eficacia de las ecuaciones (15.19) y (15.20). Cuanto más diferente sea la razón de $\hat{t}_h$ a $\hat{t}_c$ más corto puede ser el regenerador y dar todavía las eficacias de las ecuaciones (15.19) y (15.20).

3. Situación intermedia. Para razones de flujo $\hat{t}_h/\hat{t}_c$ entre estos casos límites no existe actualmente un método para evaluar las eficacias. Todo lo que se puede decir es que las operaciones en contracorriente dan siempre eficacias térmicas mayores que las operaciones en paralelo.

F. Comentarios sobre el modelo de dispersión

1. Las operaciones en contracorriente dan mayores eficacias que las operaciones en paralelo.
2. Independientemente del esquema de contacto utilizado, cuanto más largo sea el intercambiador mayor será su eficacia, con un valor límite dado por el modelo de frente plano.
3. Para intercambiadores cortos ($\sigma > 0{,}4\ \hat{t}$ o $\sigma > 0{,}4\ t_{sw}$) las hipótesis del modelo de dispersión no representan la realidad demasiado bien, las predicciones de eficacia del modelo llegan a ser demasiado altas y por tanto el modelo no debería utilizarse sino como una aproximación.
4. El análisis de esta sección sólo se aplica a intercambiadores que tienen una conducción despreciable del calor a través de los sólidos en la dirección del flujo de gas. Por consiguiente, se aplica razonablemente a regeneradores de lecho relleno y a regeneradores monolíticos hechos de material cerámico o de sólidos malos conductores.

Para regeneradores monolíticos metálicos donde la conducción a lo largo del metal es importante, las eficacias calculadas en este capítulo deberían disminuirse algo, para corresponder a un comportamiento entre el lecho relleno y el lecho fluidizado (véase siguiente sección).

5. Para gases cargados con polvo las operaciones en contracorriente tienen una ventaja adicional, ya que ayudan a evitar el taponamiento del regenerador.
6. Para el regenerador de rueda giratoria el valor del tiempo de alternancia está relacionado al tiempo que una sección de la rueda invierte en el gas frío y

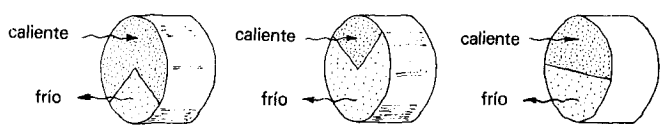


Fig. 15.17. Diversas geometrías para el regenerador de rueda giratoria

en el gas caliente. Por tanto, el tiempo para una rotación de la rueda deberá ser 2 t_{sw}.

7. Para un caudal dado de gases frío y caliente a través de un regenerador giratorio, el cambio de la fracción de la rueda que «ve» el gas caliente y «ve» el gas frío (véase Fig. 15.17), no afecta las operaciones sustancialmente, debido a que aunque esto varía $t_{sw,h}$ y $t_{sw,c}$, varía también $\hat{t}_h$ y $\hat{t}_c$ en la misma proporción. Por tanto, se recomienda que un 50% de la rueda vea un fluido y un 50% el otro.

IV. REGENERADORES DE LECHO FLUIDIZADO

Los lechos fluidizados de partículas finas se caracterizan por un buen mezclado de los sólidos y $Ua \to \infty$ (véase Cap. 14). Por consiguiente, se puede considerar que los sólidos tienen una temperatura uniforme en cualquier instante y que los gases que salen del lecho están a la temperatura de los sólidos, tal como se esquematiza en la figura 15.18. Un balance de calor alrededor de todo el recipiente da

$$\dot{m}_g C_g (T_{g,\text{en}} - T_s) = W_s C_s \frac{dT_s}{dt} \tag{15.23}$$

Separando e integrando se obtiene entonces

$$\frac{T_{g,en} - T_s}{T_{g,\text{en}} - t_{s0}} = \frac{AT}{\Delta T_0} = e^{-t/\hat{t}} \quad \text{donde} \quad \hat{t} = \frac{W_s C_s}{\dot{m}_g C_g} \tag{15.24}$$

En la figura 15.19 se muestra gráficamente esta progresión de la temperatura. Nótese que la ecuación (15.24) es un caso especial de la correspondiente expresión del recuperador, ecuación (13.24), en la que $Ua \to \infty$.

Considérese la eficacia térmica de los recuperadores de lecho fluidizado.

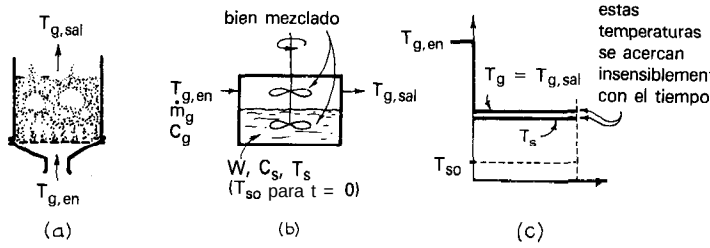


Fig. 15.18. Calentamiento de una carga de sólidos en un regenerador de lecho fluidizado: (a) esquema de la unidad; (b) modelo de contacto, y (c) temperaturas en la unidad.

A. Eficacia de las operaciones de un solo paso

Supóngase que entra un gas frío en un lecho fluidizado caliente. Al principio el gas sale caliente y la eficacia es 100 %. Pero con el tiempo la temperatura de los sólidos y la del gas de salida disminuirá como se muestra en la figura 15.19 y la eficacia de las operaciones disminuirá. En relación a la figura 15.20 la eficacia promedio para un período de operación t_{sw} es entonces

$$\bar{\eta} = \frac{\text{área rayada en la Fig. 15.20}}{\text{área ABCD}} = \frac{\int_0^{t_{sw}} e^{-t/\hat{t}}\,dt}{t_{sw}} \tag{15.25}$$

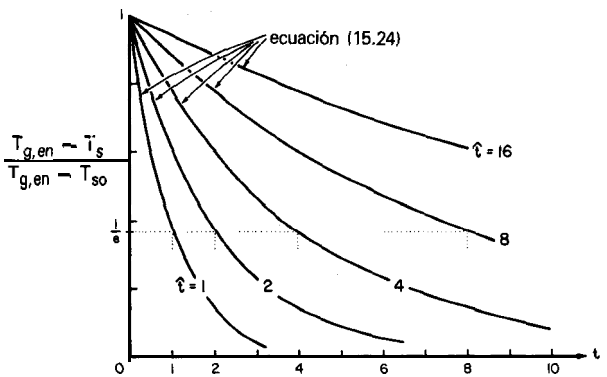


Fig. 15.19. Curvas temperatura-tiempo cuando se enfría una carga de sólidos fluidizados calientes mediante una corriente gaseosa fría.

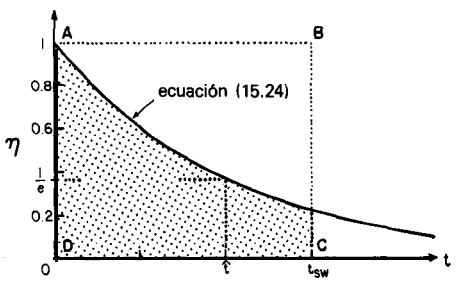


Fig. 15.20. Eficacia de la recuperación de calor para diferentes tiempos, durante una operación de un sólo paso de un recuperador de lecho fluidizado.

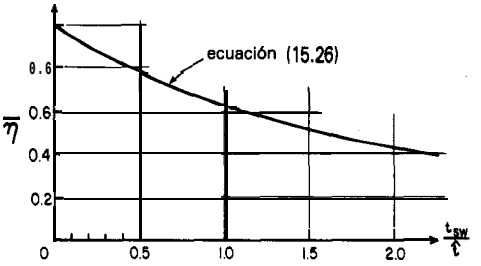


Fig. 15.21. Eficacia promedio de la recuperación de calor en una operación de un sólo paso en un regenerador de lecho fluidizado .

Realizando la integración se obtiene

$$\bar{\eta} = \frac{\hat{t}}{t_{sw}}(1 - e^{-t_{sw}/\hat{t}}) \tag{15.26}$$

La figura 15.21 muestra que la eficacia empieza siendo del 100% al principio de la operación y entonces disminuye a cero, por tanto cuanto más corto sea el tiempo de operación más eficaz es el regenerador para operaciones de un solo paso.

B. Eficacia de las operaciones periódicas

En primer lugar se considera la situación en que $\hat{t}_h = \hat{t}_c$. En este caso la temperatura del regenerador de lecho fluidizado varía con el tiempo como se muestra en la figura 15.22, y para las operaciones optimas con un t_{sw} dado la simetría sugiere que se debe cumplir.

$$1 - y_2 = y_1$$

La eficacia de las operaciones se obtiene entonces a partir de la integración de la ecuación (15.23, utilizando los límites t_1 y t_2. Esto da

$$\bar{\eta} = \frac{\hat{t}}{t_{sw}}(y_1 - y_2)$$

donde

$$y_1 = e^{-t_1/\hat{t}} \qquad y_2 = e^{-t_2/\hat{t}}, \qquad \text{y} \qquad t_{sw} = t_2 - t_1$$

Combinando las cinco expresiones anteriores, eliminando y_1, y_2, t_1, t_2 y simplificando, se obtiene entonces

$$\bar{\eta} = \frac{\hat{t}}{t_{sw}}\left(\frac{e^{t_{sw}/\hat{t}} - 1}{e^{t_{sw}/\hat{t}} + 1}\right) \tag{15.27}$$

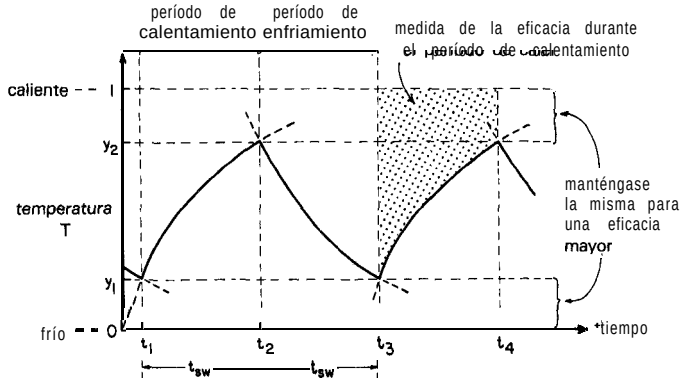


Fig. 15.22. Cambios de temperatura para operaciones periódicas simétricas ($\hat{t}_h = \hat{t}_c$) de un regenerador de lecho fluidizado.

A partir de la geometría de la figura 15.22 se puede ver que cuando el tiempo de alternancia tiende a cero la eficacia alcanza un máximo del 50 %, y cuando se aumenta el tiempo de alternancia la eficacia disminuye a cero.

C. Comentarios de regeneradores de lecho fluidizado

El análisis de esta sección conduce a las siguientes conclusiones:

1. La operación periódica de una sola etapa con $\hat{t}_h = \hat{t}_c$ tiene eficacias que se aproximan a un máximo del 50% para tiempos de alternancia muy frecuentes. Para tiempos de alternancia más largos la eficacia desciende a cero.
2. Para operaciones periódicas con $\hat{t}_h \neq \hat{t}_c$ se obtienen eficacias bajas similares.
3. Las eficacias para operaciones de una sola etapa en lecho fluidizado son mucho menores que para operaciones en lecho relleno, lo que hace que estas unidades no se utilicen en la práctica.
4. Las operaciones de etapas múltiples en lecho fluidizado darán eficacias mayores que las operaciones de una sola etapa. Sin embargo, la mayor necesidad de potencia para fluidizar la mayor masa de sólidos y la eficacia aún menor cuando se compara a un regenerador de lecho relleno bien diseñado, son razones para no utilizar estas unidades en la práctica.

REFERENCIAS Y LECTURAS RELACIONADAS

H. Hausen, *Heat Transfer in Counterflow, Parallel-Flow, and Cross-Flow* (trad. del alemán por M. S. Sayer), McGraw-Hill, New York (1983).

M. Jakob, ***Heat Transfer,*** Vol. 2, 35, Wiley, New York (1957).
D. Q. Kern, ***Process Heat Transfer,*** McGraw-Hill, New York (1950).
0. Levenspiel, Design of long heat regenerators by use of the dispersion model, ***Chem. Eng. Sci. 39 (1984).***
W. H. McAdams, ***Heat Transmission,*** 3.ª Ed., McGraw-Hill, New York (1954).
M. Sagara, P. Schneider, and J. M. Smith, The determination of heat-transfer parameters for flow in packed beds using pulse testing and chromatographic theory, ***Chem. Eng. J.*** **1, 47 (1970).**

EJEMPLO 15.1. EL GRAN DESASTRE DE LOS PISAPAPELES

¡Idiota! ¡No sabe usted leer! La orden decía, «Un pisapapeles bermellón», no un millón de pisapapeles*. Y se han hecho ya 999239 unidades. ¿Qué haremos con los 999238 unidades extra que tenemos en nuestro almacén? Usted hará bien en presentar una respuesta rápida o de otro modo perderá su trabajo y la West Coast Paperweight Co. irá a la bancarrota.

Una posibilidad es venderlos como relleno ($\varepsilon = 0{,}4$) para un par de regeneradores de calor únicos de alta eficacia, cada uno de 1 m^2 de sección transversal. Los gases caliente y frio pasarían entonces sucesivamente a través de estas unidades con una velocidad superficial de 4 m/s medida a 20 °C y 1 atm.

(a) Para operaciones en paralelo, encuéntrese el tiempo de alternancia deseado $t_{sw} = \hat{t}$ y la eficacia de las operaciones.

(b) Para operaciones en contracorriente, encuéntrese la eficacia de las operaciones para un tiempo de alternancia $t_{sw} = \hat{t}$.

(c) Para operaciones en contracorriente, encuentrese la eficacia de las operaciones para un tiempo de alternancia $t_{sw} = 0{,}75\ \hat{t}$.

Datos: Para los pisapapeles de vidrio crown aproximadamente esféricos

$$d_p = 0.05 \text{ m}$$

$$\phi = 0.94, \text{ esfericidad}$$

$$k_s = 1.066 \text{ W/m K}$$

$$C_s = 714 \text{ J/kg K}$$

$$\rho_s = 2500 \text{ kg/m}^3$$

* N. del T. La versión traducida no permite mantener la mayor identidad filológica del texto inglés: «One vermillion paperweight», no «one million paperweights».

Se tomarán iguales cantidades de gas caliente y frío y se supondrá que tienen las mismas propiedades que el aire a 20 °C. A partir del apéndice se encuentra que estas propiedades son

$$\mu = 1.8 \times 10^{-5} \text{ kg/m s}$$

$$C_g = 1013 \text{ J/kg K}$$

$$\rho_g = 1.2 \text{ kg/m}^3$$

$$k_g = 0.026 \text{ W/m K}$$

$$(Pm) = 0.0289 \text{ kg/mol}$$

Solución

Se resolverá este problema con el modelo de dispersión, pero antes algunas consideraciones preliminares.

1. Altura de los regeneradores llenos de pisapapeles:

$$L = \left(\frac{999\,238}{2\,pp}\right)\left[\frac{\pi}{6}(0{,}05)^3\frac{\text{m}^3 \text{ sólido}}{pp}\right]\left(\frac{1 \text{ m}^3 \text{ reg}}{0{,}6 \text{ m}^3 \text{ sólido}}\right)\left(\frac{1}{1 \text{ m}^2 \text{ s.t.}}\right) = 54{,}5 \text{ m cada uno}$$

2. Caudal másico y velocidad **másica** superficial del gas:

$$\dot{m} = \left(4\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\left(\frac{1 \text{ m}^3 \text{ vol}}{1 \text{ m altura}}\right)\left(\frac{1 \text{ mol}}{0.0224 \text{ m}^3}\right)\left(\frac{0.0289 \text{ kg}}{\text{mol}}\right)\left(\frac{273}{293}\right) = 4.8 \text{ kg/s}$$

y

$$G_0 = \frac{\dot{m}}{A} = 4.8 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$$

3. El coeficiente de transmisión de calor entre el gas y el relleno pp viene dado por la ecuación (9.37). La evaluación de los grupos adimensionales necesarios da

$$\text{Re}_p = \frac{d_p u_0 \rho_g}{\mu} = \frac{(0.05)(4)(1.2)}{1.8 \times 10^{-5}} = 13\,333$$

$$\text{Pr} = \frac{(1013)(1.8 \times 10^{-5})}{k_g} = \frac{}{(0.026)} = 0.7013$$

Por consiguiente la ecuación (9.37) se convierte en

$$\frac{h(0.05)}{0.026} = 2 + 1.8(13\,333)^{1/2}(0.7013)^{1/3}$$

obteniéndose

$$h = 97.06 \ \mathrm{W/m^2\ K}$$

4. Se calcula $\hat{t}$, tiempo necesario para enfriar o calentar los sólidos. A partir de la ecuación (15.4):

$$\hat{t} = \frac{W_s C_s}{\dot{m}_g C_g} = \frac{[(54.5)(2500)(0.6)](714)}{(4.80)(1013)} = 12\ 000 \ \mathrm{s}$$

$$= 2 \ \mathrm{h}\ 20 \ \mathrm{min}$$

5. Se calcula la anchura del frente de temperatura. A partir de la ecuación (15.11):

$$\frac{1}{M^2} = \frac{\sigma^2}{\hat{t}^2} = \frac{d_p}{L} + \frac{1}{3(1-\varepsilon)} \frac{G_0 C_g d_p}{hL} + \frac{1}{30(1-\varepsilon)} \frac{G_0 C_g d_p^2}{k_s L}$$

Sustituyendo todos los valores se obtiene

$$\frac{1}{M^2} = 0.0009 + 0.0255 + 0.0116 = 0.0381$$

$$\frac{1}{M} = \frac{\sigma}{\hat{t}} = 0.1952$$

Nota: En esta situación la resistencia de la película a la transmisión de calor contribuye casi en un 70% a la expansión del frente de temperatura, mientras la conducción del calor en las partículas de vidrio representa la restante resistencia principal.

6. Eficacia para un sólo paso. De la ecuación (15.13) o figura 15.9.

$$\text{tun solo paso} = 1 - 0.4(0.1952) = 0.9219, \text{ o } 92\%.$$

Se está ahora en condiciones de resolver el problema.

(a) Flujo en paralelo con $t_{sw} = \hat{t}$. De la ecuación (15.16) o figura 15.9.

$$\eta_{\text{en paralelo}} = 2(0.9219) - 1 = 0.8438, \text{ u } 84\%$$

(b) Flujo en contracorriente con $t_{sw} = \hat{t}$. Para utilizar la figura 15.15 se calcula previamente

$$\sigma_h = \sigma_c = \sigma_{sw} = \left(\frac{1}{M}\right)\hat{t} = 0.1952(12{,}000) = 2342 \ \mathrm{s}$$

$$P = \frac{i - t}{2\sigma_{sw}w} = \bar{0}$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{\sigma_{sw}}{t_{sw}} = \frac{2343}{12{,}000} = 0.1952$$

entonces de la figura 15.15

$$\eta_{\text{en contracorriente}} \doteq 0.8438, \text{ o } 84\% \quad \text{(igual que para paso único)}$$

(c) Flujo en contracorriente con $t_{sw} = 0{,}75\,\hat{t} = 0{,}75\,(12000) = 9000$ s. Siguiendo el procedimiento de la sección III.E se tiene

$$\sigma_h = \sigma_c = (0.1952)(12{,}000) = 2342 \text{ s}$$

$$\sigma_{sw} = 2342\left(\frac{9000}{12\,000}\right)^{1/2} = 2028 \text{ s}$$

$$P = \frac{12{,}000 - 9000}{2(2028)} = 0.7396$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{2028}{9000} = 0.2253$$

Entonces de la figura 15.15

$$\eta_{\text{en contracorriente}} \cong 97\,\%$$

PROBLEMAS SOBRE REGENERADORES

15.1. La geometría del regenerador del ejemplo 15.1 no es satisfactoria, ya que es demasiado alto y «flaco». Si se reduce a la cuarta parte la altura del regenerador y se dobla el diámetro pero se mantiene el mismo caudal volumétrico de gases, ¿cuánto valdrán las eficacias en paralelo y en contracorriente de este diseño modificado para los casos del ejemplo 15.1?

15.2. Se desea utilizar un caudal de gases cuatro veces superior al del ejemplo 15.1. Para ello se planea doblar el diámetro y reducir la altura del regenerador del ejemplo 15.1, manteniendo invariable u_0 igual a 4 m/s. ¿Cuánto valdrán las eficacias en paralelo y en contracorriente de esta operación para los casos del ejemplo 15.1?

En el sistema del ejemplo 15.1 suponga que la velocidad del fluido caliente sea solamente la mitad de la del fluido frío, o sea $u_{0,\text{caliente}} = 2$ m/s y $u_{0,\text{frío}} = 4$ m/s, medidas a 20°C. Determínese el tiempo de alternancia a utilizar y la eficacia térmica del fluido caliente y del frío para esta condición.

15.3. Utilícese flujo en paralelo.

15.4. Utilícese flujo en contracorriente.

15.5. Encuéntrese la eficacia de las operaciones' en paralelo y el tiempo de alternancia recomendado para el par de regeneradores del ejemplo 15.1 con sólo un cambio: la velocidad del fluido caliente es un 25% menor que la del fluido frío, o sea $u_{0,\text{caliente}} = 3$ m/s y $u_{0,\text{frío}} = 4$ m/s, medidas a 20°C.

(a) Supóngase primero la aproximación de frente plano.

(b) A continuación utilícese el modelo de dispersión.

15.6. Repítase el problema 15.5 para el caso en el que el flujo del fluido caliente sea un 10% menor que el flujo del fluido frío, o sea $u_{0,\text{caliente}} = 3{,}6$ m/s y $u_{0,\text{frío}} = 4$ m/s, medidas a 20°C.

15.7. Han de utilizarse un par de regeneradores de 32 m de alto y 3 m de diámetro rellenos con grava basáltica de playa aproximadamente esférica, para transferir calor desde los gases residuales calientes que salen de un proceso a aire frio entrante. Para iguales flujos de gases caliente y frío y para las siguientes condiciones de operación y propiedades de los materiales, encuéntrese:

(a) Las contribuciones relativas de las tres resistencias a la transmisión de calor.

(b) El tiempo de alternancia a utilizar y la eficacia de la recuperación de calor para la mejor operación en paralelo.

(c) La eficacia de la recuperación de calor para operaciones en contracorriente con un tiempo de alternancia $t_{sw} = 2$ h.

Datos: Para el sólido

$$d_p = 0.08 \text{ m} \qquad k_s = 0.5 \text{ W/m K}$$

$$\rho_s = 2280 \text{ kg/m}^3 \qquad C_s = 1000 \text{ J/kg K}$$

En el regenerador

$$\varepsilon = 0.4$$

$$G_0 = 3{,}6 \text{ kg/m}^2 \text{ s (o } u_0 \cong 3 \text{ m/s, a } 20\,^\circ\text{C).}$$

Considérese que las propiedades de los gases caliente y frío son las del aire a 20 °C y 1 atm; véase ejemplo 15.1.

15.8. Un experimento en un túnel de viento de alta temperatura de laboratorio requiere un flujo de aire de 30 m/s a 540 °C y 1 atm a través de una sección de ensayo cuadrada de 0,3 m × 0,3 m. Una manera de hacer esto es tomar aire ambiente a 20°C y calentarlo a continuación.

(a) Encuéntrese cuántos calentadores eléctricos caseros de 1 500 W se necesitarían para suministrar este aire continuamente durante la operación.

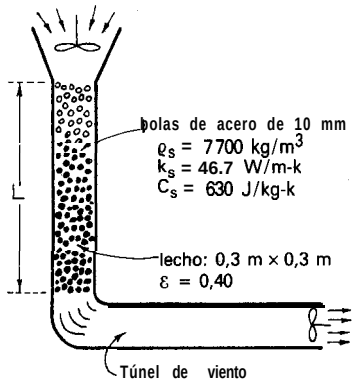
Alternativamente se puede calentar deliberadamente un lecho relleno de rocas u otro sólido de antemano como se muestra en el esquema, haciendo pasar a su través el aire ambiente a 20 °C en una operación de un solo paso.

(b) ¿Qué altura de lecho relleno y cuantas toneladas de bolas de acero se requerirían para almacenar el calor necesario para un experimento en el túnel de viento de 15 minutos?

(c) ¿Cuánto tiempo puede operar un túnel de viento de aire caliente con el calor almacenado en un lecho de 8 m de altura de bolas de acero? Nótese que para 2,5 σ

de distancia con respecto a la media la curva de dispersión en forma de S está dentro de 1% de su asintota.

Datos: Considérese 300 °C como las condiciones promedio del aire en el lecho relleno; véase diagrama para datos adicionales.



15.9. Repítase el problema 15.8, pero en vez de utilizar bolas de acero en el regenerador utilícense rocas trituradas de tamaño uniforme, procedentes de las canteras locales.

Datos: Para las rocas

$d_p = 0.05$ m $\qquad k_s = 0.80$ W/kg K

$\rho_s = 2190$ kg/m^3 $\qquad \varepsilon = 0.48$

$C_s = 800$ J/kg K

Un regenerador de rueda giratoria ha de transferir calor desde gases de combustión calientes [6000 mol/min, 1 000 °C, C_p = 30 J/mol K, (pm) = 0,03 kg] a aire frío entrante [6000 mol/min, 0 °C, C_p = 30 J/mol K, (pm) = 0,03 kg]. La rueda tiene 1 m de diámetro, 0,73 m de espesor y consiste en un panal de acero inoxidable con trayectorias internas tortuosas (ρ_s = 7700 kg/m^3, C_s = 500 J/kg K, ε = 0,8). Para una eficacia máxima, ¿cuál debería ser la velocidad de rotación de la rueda?, y ¿qué temperatura puede esperarse para el gas de salida?

15.10. En primera aproximación:

(1) Supóngase que no hay resistencia al flujo de calor desde el gas al metal (o sea $h \to \infty$) y en el metal.

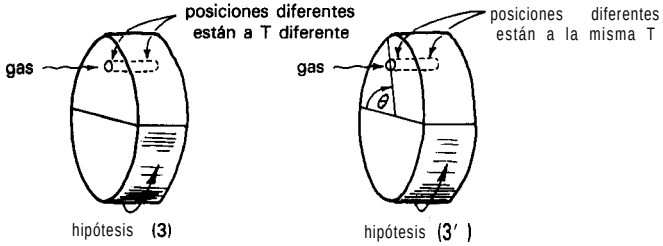
(2) Supóngase flujo en pistón del gas a través del regenerador.

(3) Supóngase que el regenerador se ha construido de modo que el calor no pasa desde un punto en el metal a otro.

15.11. Sustitúyase la hipótesis (3) por la siguiente:

(3') Supóngase que no hay resistencia al flujo del calor en el metal a lo largo de

un canal de flujo, por tanto todo el metal para un ángulo dado θ (véase esquema) está a la misma temperatura.



15.12. Han de utilizarse un par de lechos fluidizados idénticos para recuperar calor de un gas residual caliente que sale de un proceso y transferirlo al gas entrante nuevo. ¿Qué eficacia de recuperación térmica puede esperarse de este par de regeneradores si el tiempo de alternancia es

(a) 15 min?

(b) 30 min?

Datos: Peso de la arena en cada regenerador = 570 kg. Para el gas caliente y el gas frío tómense las propiedades del aire a 20 °C. Caudales de gases caliente y frío = 0,5 kg/s.

Capítulo 16 POPURRÍ DE PROBLEMAS

A continuación se presentan algunos problemas que utilizan ideas de más de un capítulo.

16.1. ***«Congelación» de reacciones de alta temperatura.*** Se utilizará un lecho fluidizado para «congelar» una reacción química de etapas múltiples rápida y así obtener productos intermedios de la reacción valiosos. Para ello se introducen los gases calientes,de salida de un reactor de chorro con todos sus productos intermedios de reacción en el fondo de un lecho frío vigorosamente fluidizado, utilizando este gas para fluidizar la carga de sólidos, como se muestra en el esquema contiguo. El lecho se enfría por transmisión de calor a través de las paredes de la zona de enfriamiento. El resto del lecho está bien aislado.

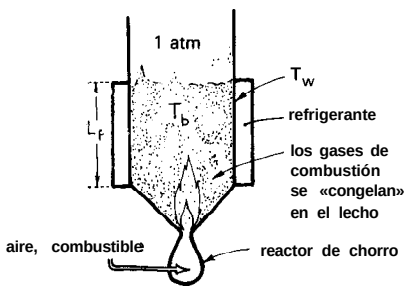
Determínese la temperatura de los sólidos en el lecho.

Datos: Para los sólidos

$$\rho_s = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$d_p = 100 \ \mu\text{m}$$

$$C_s = 800 \text{ J/kg K}$$



Para el gas:

C_g = 1000 J/kg K, valor promedio

ϱ_g = 1273 kg/m³, a 273 K y 1 atm

u_0 = 0,1 m/s, medida a 273 K y 1 atm

T_g = 1000 °C, gas entrante

Para el lecho:

d_b = 0,1 m, ε_f = 0,48

Altura de la sección de refrigeración: L_f = 0,4 m

Temperatura de pared en la sección de refrigeración: T_w = 0 °C

Para las pérdidas de calor en la pared: h_w = 191 W/m² K

16.2. En el reactor de chorro del problema 16.1 se elimina el calor por transmisión a través de las paredes. Considérese una alternativa diferente en la que se elimina el calor por paso (o circulación) de sólidos en estado estacionario a través del reactor. Si los sólidos entran a 20 °C y a una velocidad que el volumen de recipiente ocupado por los sólidos se renueva cada 160 s, encuéntrese las temperaturas del gas y de los sólidos que salen del reactor:

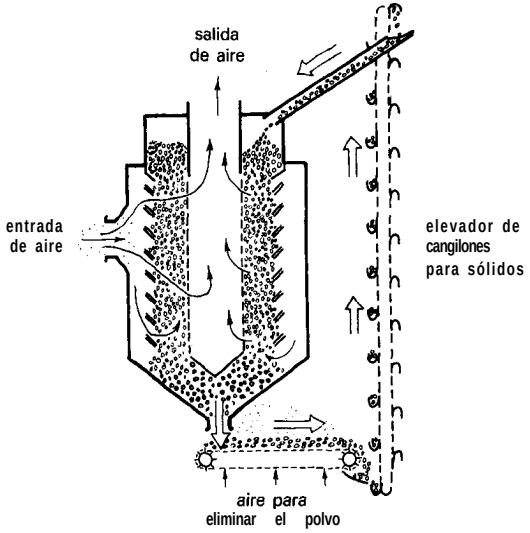
(a) Si las paredes del reactor están perfectamente aisladas;

(b) Si las paredes del reactor se enfrian como en el problema 16.1.

16.3. ***Calentadores solares de agua caliente.*** Cada uno de nuestros colectores solares horizontales situados en el tejado es un recipiente poco profundo, pintado de negro, lleno de agua, de aproximadamente 1 m de lado, bien aislado lateralmente y por el fondo mediante el equivalente de 3 mm de espuma de poliestireno y cubierto por una delgada película plástica para evitar la evaporación. El agua calentada en estas unidades se hace circular a un gran depósito de almacenamiento en la base de la casa, y todo funciona bien.

Sin embargo, durante la noche, el agua de los colectores se enfria y si se le permitiera circular hasta el depósito de la base lo enfriaria. Por tanto, ha de cortarse el flujo durante la noche y el agua permanecer quieta en los colectores toda la noche. Determínese la temperatura de la noche por debajo de la cual esta agua probablemente congelaría.

Datos: La emisividad del colector es 0,95. La temperatura del firmamento nocturno es -73 °C. Para la espuma de poliestireno k = 0,035 W/m K. Supónganse las peores condiciones posibles -incluso aire inmóvil.



16.4. ***«Lavador» seco para gases cargados de polvo.*** La combustión Power Company, utiliza un lecho móvil de sólidos granulares como medio filtrante para eliminar los sólidos finos de un gas caliente sin enfriarlo apreciablemente. La unidad opera haciendo que el gas circule radialmente hacia el interior a través de un anillo de sólidos descendentes.

Los sólidos atrapan el polvo que se elimina entonces mediante una cinta móvil. Los sólidos limpios se recirculan entonces para repetir la acción filtrante. Si el gas cargado de polvo (C_g = 50 J/mol K) entra a 200 mol/s, 800 K, y 120 kPa, si los sólidos (C_s = 1000 J/mol K) circulan a 1 kg/s, y si los sólidos se enfrían 100 °C en la cinta transportadora y elevador de cangilones, determínese la temperatura del gas de salida.

16.5. ***Agua geotérmica para calentar ciudades.*** Impulsada por el geólogo John Hook de Salem, Oregon, la Northwest Natural Gas Company está considerando el perforar pozos en las laderas del Monte Hood y bombear el agua caliente (74 °C) a razón de 1,6 m^3/s, a través de una tubería de 1,1 m de d.i., aislada con 15 mm de espuma de poliestireno hasta Portland, a 70 km de distancia y situada a 760 m por debajo con respecto a los pozos.

Si se pierde demasiado calor en ruta y si el agua llega más fría de 65 °C, entonces el proyecto total puede peligrar. Calcúlese la temperatura del agua cuando llega a Portland:

(a) Teniendo en cuenta sólo las pérdidas de calor hacia los alrededores.

(b) Incluyendo también en los cálculos el calor generado por fricción en los tubos.

Para condiciones invernales considérese que el ambiente se encuentra a 0 °C.

NOTA: Puede interesar el repasar los problemas 2.12 y 2.13 relacionados con el propuesto aquí.

16.6. ***Placas distribuidoras obturadas.*** El silano (SiH_4) es un gas estable a baja temperatura (por debajo de aproximadamente 700 K). Sin embargo, a alta temperatura, se descompone espontáneamente como sigue

$$SiH_4(g) \xrightarrow{T > 700\ K} Si\downarrow + 2H_2$$

Esta es la base de un proceso para producir sílice ultrapura para células solares, en el que silano a temperatura ambiente (300 K) pasa a través de una placa distribuidora metálica porosa para fluidizar un lecho de partículas de sílice calientes (973 K). El gas silano entrante se calienta, se descompone, y el fino polvo de sílice formado funde sobre las partículas del lecho provocando su crecimiento.

Un peligro es que el gas entrante pueda llegar demasiado caliente mientras pasa a través de la placa distribuidora, formándose sólido allí y obturando la unidad. Determínese el intervalo de velocidades superficiales del gas silano entrante que aseguran que la placa distribuidora nunca estará por encima de 650 K, y consecuentemente no habrá obturación.

Datos: (i) Presión en la cámara por debajo del lecho fluidizado = 123 kPa, C_g (silano) = 60 J/mol K.

(ii) Entre el lecho y la placa distribuidora: h = 280 W/m² K.

(iii) Entre la placa distribuidora y el gas entrante: h = 40 W/m² K.

(iv) Es razonable suponer que la placa distribuidora metálica es isoterma.

16.7. ***Enfriamiento de pizarras gastadas.*** La U.S. Bureau of Mines en Albany, Oregon, está investigando un proceso para recuperar sales de aluminio a partir de rocas de pizarra ya gastadas mediante lixiviación con agua. Si este sólido caliente se dispersa directamente en agua, se desprenden terribles gases nocivos y las sales de aluminio se transforman en compuestos insolubles. Sin embargo, si los sólidos se enfrían primero antes de dispersarlos en agua, entonces no se forman gases y las sales de aluminio permanecen en su forma soluble, y por consiguiente es posible recuperarlas económicamente.

Considérese el enfriamiento de 30000 toneladas/día de pizarras gastadas calientes desde 600°C a 120 °C, haciéndolas sedimentar a través de una torre cuadrada atravesada por un haz de tubos horizontales de 50 mm de d.e. dispuestos en triángulos equiláteros (distancia entre centros de los tubos = 0,1 m). Estos tubos se alimentan con agua caliente a 100 °C y producen vapor de agua a 100 °C. Encuéntrese:

(a) La sección transversal de la torre a utilizar;

(b) El número de tubos necesarios de transmisión de calor y la altura de la sección de transmisión de calor necesaria para esta operación de enfriamiento; y

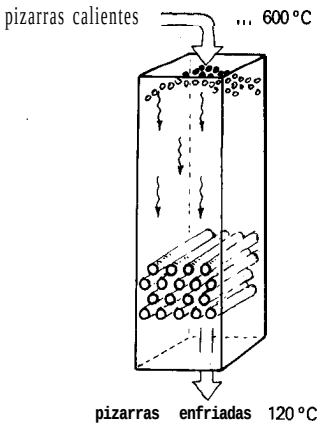
(c) El caudal de producción de vapor de agua.

Datos: Para la corriente de sólidos circulantes:

$$\bar{C}_p = 950\ J/kg\ K \qquad u_0 = 0.1\ m/s$$

$$\rho_{\text{seno del fluido}} = 870\ kg/m^3 \qquad U_{\text{a los tubos}} = 150\ W/m^2\ K$$

$$\varepsilon_{\text{seno del fluido}} = 0.46$$



Se supone también que las partículas son suficientemente pequeñas para que su tiempo de relajación de temperatura sea suficientemente pequeño para considerarlas isotermas y que están a la misma temperatura en cualquier nivel del intercambiador.

16.8. Repítase el problema anterior con los siguientes cambios:

1. Los tubos lisos de transmisión de calor se sustituyen por tubos con aletas (superficie prolongada), lo que triplica el área superficial de los tubos, pero disminuye el U global a 120 W/m^2 K referido al área exterior de los tubos.
2. El agua a 24 °C y 40 MPa entra en la fila del fondo de los tubos y sale vapor de agua sobrecalentado a 400°C por la parte superior del intercambiador.

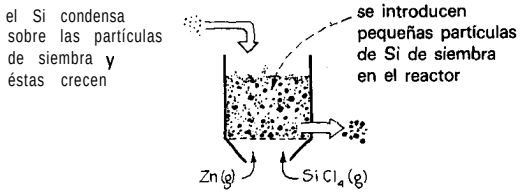
Datos:

Agua fría a 24 °C:	H = 100 kJ/kg
Agua en ebullición a 250 °C:	H = 1100 kJ/kg
Vapor de agua saturada a 250 °C:	H = 2800 kJ/kg
Vapor de agua sobrecalentada a 400 “C:	H = 3200 kJ/kg

Supóngase que el C_p del agua y del vapor de agua son independientes de la temperatura.

16.9. ***Sílice para células solares.*** El Battelle Memorial Institute de Columbus, Ohio, está investigando un proceso de lecho fluidizado para producir sílice grado solar. La etapa de reacción para este proceso procede de la siguiente manera:

$$2\ Zn(g) + SiCl_4(g) \xrightarrow[1181\ K]{\text{por encima de}} 2\ ZnCl_2(g) + Si(s) \qquad AH, = -113\ kJ$$

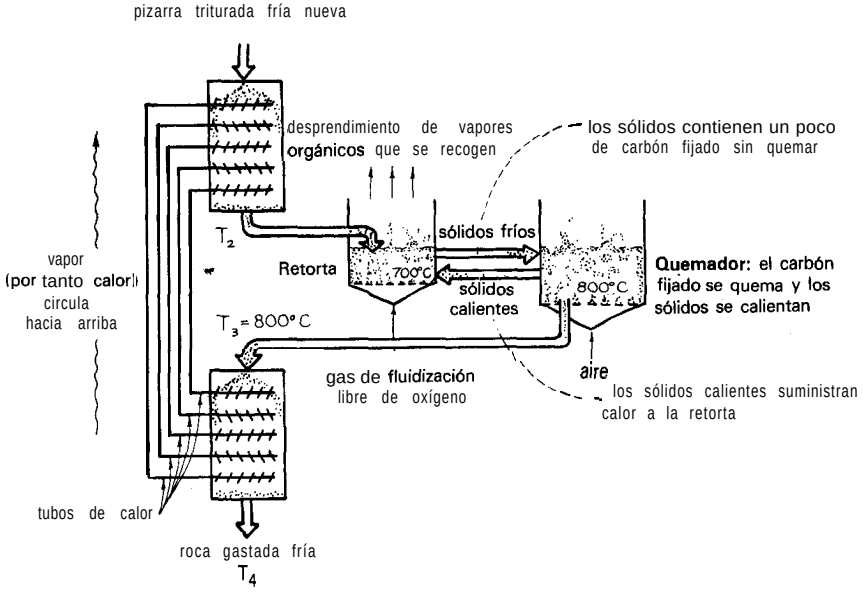


y el reactor es similar al indicado en el esquema. Ahora bien, las temperaturas inferiores dan conversiones de equilibrio superiores, pero el cinc condensa a 1 181 K, y si esto ocurre se forma una niebla que arruina la operación. Por consiguiente, deberá mantenerse la temperatura por encima de 1181 K, pero tan próxima como?

Con esto presente, el Battelle planea mantener los sólidos fluidizados a 1200 K y las paredes del reactor a 1 185 K (con propósitos de refrigeración). Un alimento gaseoso estequiométrico ha de entrar en el reactor de 1 m de alto a 0,15 m/s, 1200 K y 1,1 atm. Para esta temperatura la conversión de equilibrio es 72 %, sin embargo la conversión esperada es 60%. Si h = 160 W/m^2 K entre el lecho y la pared, calcúlese el mayor diámetro que puede utilizarse para el reactor y encuéntrese el caudal de producción de sílice (kg/h) que puede obtenerse.

Datos: Para sílice: (pm) = 0,028 kg/atom gr.

16.10. ***Petróleo a partir depizarras.*** Los Estados Unidos tienen vastos depósitos de pizarras, un sólido que contiene hasta un 10% de materia orgánica. Existe más petróleo en estos depósitos de pizarras que en todas las reservas de petróleo del mundo. Al triturar y calentar esta roca, parte de esta materia orgánica se desprende como hidrocarburos volátiles.



El resto se queda en la roca como carbón fijado, que entonces se puede quemar proporcionando calor.

Los procesos diseñados para recuperar estos compuestos volátiles deben enfrentarse a un gran problema. Debido a la gran cantidad de roca que acompaña a cada kilogramo de volátiles, una fracción importante de energía recuperable se utiliza sólo para calentar la roca y se pierde cuando se descarga la roca residual caliente.

Considérese el proceso mostrado en el diagrama.

1. Realiza un intercambio de calor en contracorriente entre las corrientes de sólidos residuales calientes y sólidos nuevos fríos, utilizando tubos de calor.
2. Utiliza el carbón fijado no muy útil de las pizarras, para proporcionar calor para el proceso.
3. El nitrógeno se separa fácilmente de los volátiles, por tanto no diluirá el producto:
4. Utiliza el flujo por gravedad para todos los sólidos.
5. Utiliza también el flujo por gravedad del condensado en todos los tubos de calor, lo que da flujos superiores de calor.

Estas son todas las características atractivas.

Para este proceso calcúlese las temperaturas T_2 y T_4 y determínese la fracción de calor sensible residual que se recupera mediante los intercambiadores.

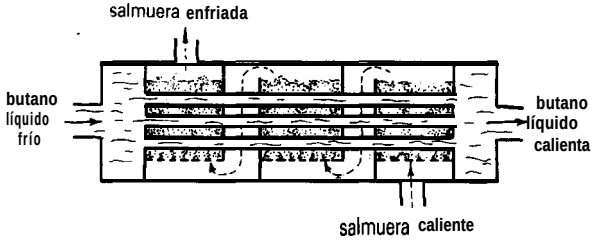
Datos:

Pizarra fria entrante	***Pizarra fría saliente***
$\dot{m}_c = 2.5$ kg/s	$\dot{m}_h = 2.0$ kg/s
$C_c = 960$ J/kg K	$C_h = 900$ J/kg K
$T_1 = 0°C$	$T_3 = 800°C$

Intercambiador que contiene el extremo frío de los tubos de calor	***Intercambiador que contiene el extremo caliente de los tubos de calor***
$A_c = 100$ m^2	$A_h = 80$ m^2
$U_c = 120$ W/m^2 K	$U_h = 100$ W/m^2 K

La temperatura cambiará progresivamente de tubo de calor a tubo de calor, sin embargo uno puede suponer razonablemente que la caída de temperatura entre el extremo caliente y frío de cualquier tubo de calor particular es despreciable.

16.11. ***Calor a partir de salmuera geotérmica.*** La salmuera geotérmica caliente contiene hasta un 30% de sólidos disueltos, y enfriarla en un intercambiador ordinario provocaría la aparición de enormes depósitos salinos que pronto obturarían la unidad. Para salvar este problema el Idaho National Engineering Laboratory ha propuesto un nuevo diseño de intercambiador donde la salmuera a enfriar pasa a través de solidos fluidizados en el lado de la carcasa del recuperador, como se muestra en el esquema adjunto.



Puesto que el área total superficial de los sólidos es mucho mayor que la de los tubos, las sales se depositarían preferentemente sobre las partículas, mientras los tubos estarían limpios mediante también la acción de limpieza mecánica de los impactos de las partículas.

En la unidad comercial, la salmuera circulará por el lado de la carcasa, y butano líquido por el interior de los tubos; sin embargo, en los ensayos con estaunidad se utilizará agua en las dos corrientes. A partir de los datos indicados más abajo, determínese el coeficiente de transmisión de calor h_0 correspondiente al exterior de los tubos para las siguientes condiciones experimentales.

Datos:

En el interior de los tubos $\begin{cases} \text{ti'} = 1 \text{ lit/s} \\ h_{i,\text{estimado}} = 3600 \text{ W/m}^2\text{ K} \end{cases}$ $\begin{cases} T'_{en} = 5\,°C \\ T'_{sal} = 50\,°C \end{cases}$

En la carcasa $\begin{cases} m'' = 1 \text{ lit/s} \\ T''_{en} = 70\,°C \end{cases}$

Área total de los tubos que pasan a través de los tres lechos fluidizados: $A = 12$ m^2. [Tomado de C. A. Allen y E. S. Grimmett, INEL informe UC-66d, abril 1978.1

16.12. ***Enfriamiento de seres humanos.*** En algunos procedimientos experimentales de emergencia el paciente anestesiado se coloca en agua con hielo y se le enfría hasta 30°C. Si el coeficiente de transmisión de calor entre el paciente y el agua es 32 W/m^2 K y el área del cuerpo humano es 2,3 m^2, estímese cuanto tiempo se tardaría en enfriar un paciente de 80 kg desde su estado normal hasta el estado indicado. Por supuesto, el paciente está vivo en una especie de estado hibernado, respira lentamente, su corazón late y la sangre circula.

(a) Supóngase que no se genera calor en el cuerpo debido a la acción metabólica.

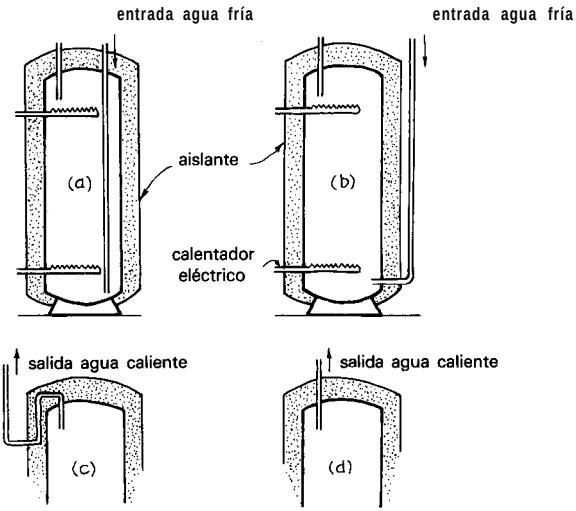
(b) Supóngase una generación de calor de 3200 kJ/día, o sea 37 W.

Evidentemente háganse todas aquellas hipótesis que se juzguen necesarias.

16.13. ***Calentadores de agua caliente.*** G. F. Montgomery del National Bureau of Standards escribió un artículo titulado «Tecnología de Producto y Consumidor», en el número de diciembre de 1977 del *Scientific American*, en el que comparó un calentador convencional de agua caliente con un modelo mejorado que ahorra energía.

(a) Para la misma cantidad de aislante alrededor de los tanques, ¿qué se puede decir acerca de las diferencias de eficacia de las dos alternativas esquematizadas en el diagrama adjunto?

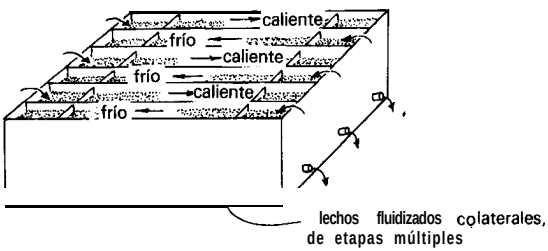
(b) ¿Cuáles de las entradas de agua fría (a) o (b) y cuales de las salidas de agua caliente (c) o (d), corresponden a un diseño mejorado que ahorra energía?

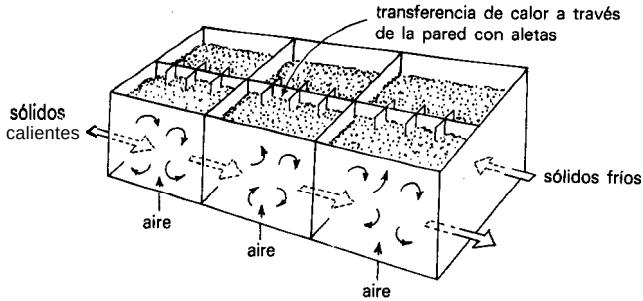


6.14. ***Intercambiador de calor sólido-sólido de flujo en contracorriente.*** En una reunión lejana (IMM Conference, Sidney, Australia, 1981) 0. E. Potter introdujo un nuevo intercambiador de calor de sólidos fluidizados que consiste en canales alternados con flujo en contracorriente de sólidos calientes y fríos, como se esquematiza en el dibujo adjunto. Considérese una pequeña unidad de dos canales como se muestra en la página siguiente, cada canal consistente en un lecho fluidizado de tres etapas, con una pared común con aletas para facilitar la transmisión de calor entre las corrientes caliente y fría. Si los sólidos calientes entran a 600 °C y los sólidos fríos a 60 °C, encuéntrese la temperatura y la eficacia de la recuperación de calor de las corrientes salientes.

Datos:

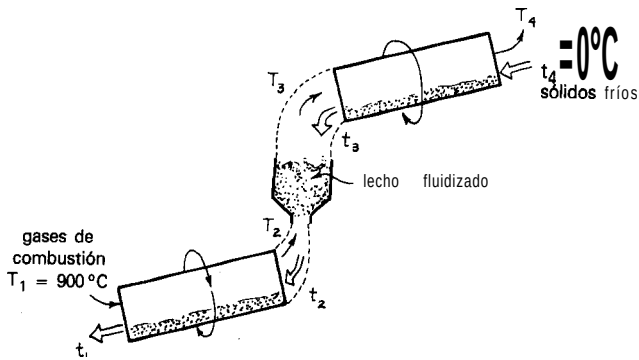
$$\text{Sólidos calientes}\begin{cases}\dot{m}_h = 3 \text{ tons/h}\\ C_h = 720 \text{ J/kg K}\end{cases}\qquad \text{Solidos fríos}\begin{cases}\dot{m}_c = 2.7 \text{ tons/h}\\ C_c = 800 \text{ J/kg K}\end{cases}$$





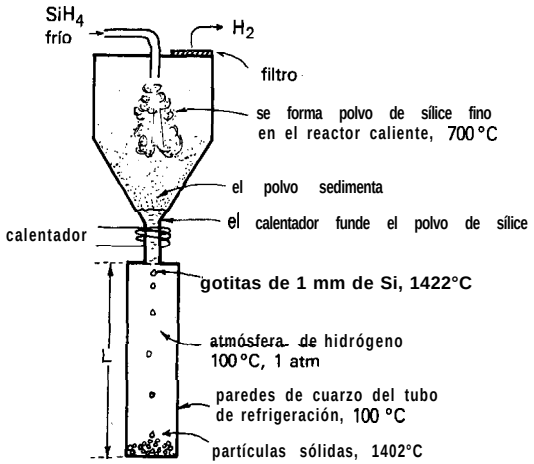
Área del lado caliente (incluye las tres etapas y todas las superficies con aletas) = = 18 m^2. Igual área en el lado frío. Coeficiente de transmisión de calor medio de todas las superficies: $h_h = h_c = 400$ W/m^2 K. Ignórese la resistencia a la transmisión de calor del metal que divide la pared y las aletas.

16.15. ***Calentamiento de sólidos*** con 'un gas. Se calienta actualmente una corriente de sólidos (0 °C) mediante gases de combustión calientes (900 °C) en dos intercambiadores de calor de igual tamaño giratorios en serie, en los que el gas y los sólidos circulan en contracorriente en flujo en pistón. Desafortunadamente, el contacto es pobre en estos intercambiadores debido a que el gas fluye sobre la parte superior de la mayor parte de los sólidos, y como resultado las temperaturas de salida del gas y del sólido son ambas 450°C. Esto no es suficiente y por tanto se ha sugerido la colocación de un lecho fluidizado entre estos intercambiadores giratorios, tal como se muestra en el esquema adjunto. ¿Qué tamaño de lecho fluidizado sería más eficaz?, y con esta modificación ¿cuál sería la temperatura de salida de los sólidos? Ignórense todas las pérdidas de calor hacia los alrededores.



16.16. ***Producción de sílice muy pura.*** Se han propuesto una serie de procesos para producir sílice ultrapura a partir de la descomposición térmica de silano.

$$SiH_4(g) \xrightarrow{\text{calor}} Si\ 1 + 2H_2$$



En el concepto de reactor de espacio libre, el silano gaseoso frío entra en un reactor caliente y se descompone formándose partículas muy pequeñas de sílice (cámara superior del dibujo). Desafortunadamente, el sólido producido tiene una superficie específica muy grande, no puede utilizarse de esta forma y debe consolidarse. Por tanto, los sólidos sedimentados se funden y se introduce gota a gota en un cilindro vertical relleno de hidrógeno frío, todo mantenido a 100°C (cámara inferior del dibujo). Al caer a través de este cilindro las partículas se enfrían y solidifican.

Hágase una primera estimación conservadora de la longitud del cilindro a utilizar si las gotitas de sílice de 1 mm abandonan la boquilla de entrada 10 °C por encima de su punto de fusión, y si las partículas han de estar 10 °C por debajo de su punto de fusión cuando alcanzan la base del cilindro.

Datos: Para la sílice:

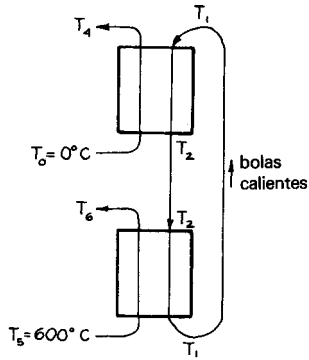
ϱ (sólido y líquido) $\cong$ 2300 kg/m^3 $\qquad$ λ (fusión) = 1,10 × 10^6 J/kg

C_p (líquido) = 1010 J/kg K $\qquad$ T (fusión) = 1412 °C

C_p (sólido) = 713 J/kg K $\qquad$ k_l y $k_s \cong$ 1 W/m K

Para las paredes del tubo de cuarzo: T = 100 °C y emisividad = 1. Para una estimación conservadora supóngase que las partículas alcanzan muy rápidamente su velocidad terminal.

***Intercambio de calor** sólido-sólido **utilizando un tercer** sólido.* La figura 12.7 muestra el proceso SPHER de la Shell Company diseñado para transferir calor desde una corriente de sólidos calientes finamente divididos a una corriente de sólidos fríos finamente divididos.



Esto se hace en dos lechos fluidizados utilizando una corriente de bolas metálicas circulantes para absorber el calor en la unidad inferior y entonces liberarlo en la unidad superior.

(a) Hágase un diagrama de Q frente a T para representar este sistema.

(b) Determínese la eficacia de eliminación de calor desde los sólidos calientes, η_h, y la eficacia de absorción de calor por los sólidos fríos, η_c.

16.17. Supóngase flujo en pistón de todas las corrientes.

16.18. Supóngase flujo mezclado de todas las corrientes.

16.19. Supóngase flujo mezclado de los sólidos finos y flujo en pistón de las bolas grandes de acero.

Datos: Los caudales y propiedades de las corrientes circulantes son las siguientes:

Sólidos calien tes	***Sólidos fríos***
$T_5 = 600°C$	$T_3 = 0°C$
$\dot{m}_h = 25$ kg/s	$\dot{m}_c = 25$ kg/s
$C_h = 1000$ J/kg K	$C_c = 1000$ J/kg K

Bolas metálicas circulantes	***En los lechos***
$m_b = 50$ kg/s	$U = 200$ W/m² de bolas . K
$C_b = 500$ J/kg K	$\hat{t}_{\text{finos}} = 80$ s en cada lecho
$\rho_b = 5000$ kg/m³	$t_{\text{bolas}} = 25$ s en cada lecho
$d_b = 6$ mm	

Ignórese la contribución calorífica de los gases de fluidización en estos dos intercambiadores y utilícese la nomenclatura indicada en el esquema para las temperaturas de las distintas corrientes.

Intercambio indirecto de calor entre un líquido y ***un sólido.*** Ha de calentarse una corriente de petróleo desde 0 °C hasta 400 °C, utilizando el calor de una corriente de sólidos calientes a 1 000 "C. Se ha descartado el intercambio por contacto directo ya que el sólido contaminaría el petróleo, por tanto se ha considerado utilizar aire como un intermediario para transferir el calor entre los sólidos y el petróleo.

El sólido triturado bastante finamente (C_s = 1000 J/kg K) circula a razón de 5 kg/s, y el petróleo (C_o = 3000 J/kg K) a 3 kg/s. El aire (C_a = 1100 J/kg K) toma el calor de los sólidos calientes en un intercambiador de contacto directo de flujo en contracorriente entre los sólidos que caen libremente y el aire que asciende por el mismo, y a continuación cede este calor al petróleo en un intercambiador de calor de tubos concéntricos de flujo en contracorriente (U = 1000 W/m^2 K, A = 10 m^2). ¿Qué caudal de circulación de aire se necesita para calentar el petróleo hasta los 400 °C deseados? Supóngase que no se pierde calor hacia los alrededores desde el sistema circulante.

Resulta que existen dos soluciones a este problema, una para un caudal bajo de aire, otra para un caudal alto de aire. Resuélvase este problema.

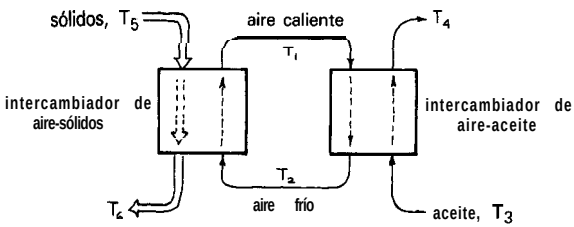
16.20. Para el caudal inferior de aire, donde

$$\phi = \frac{\dot{m}_a C_a}{\dot{m}_s C_s} < 1$$

16.21. Para el caudal superior de aire, donde

$$\phi = \frac{\dot{m}_a C_a}{\dot{m}_s C_s} > 1$$

Utilícese para las temperaturas la nomenclatura indicada en el diagrama adjunto.



16.22. En los dos problemas anteriores, en vez de recircular el aire ¿por qué no se pone en contacto con los sólidos aire nuevo entrante (T_0 = 0 °C), a continuación con el petróleo y luego se descarga? Con esta sola modificación, encuéntrese el caudal mínimo de aire necesario para calentar el petróleo hasta 400°C.

16.23. ***Diseño de un reactor de combustión de lecho fluidizado atmosférico.*** Se desea hacer una estimación preliminar de las dimensiones de un reactor de combustión de lechc fluidizado atmosférico para una central térmica industrial (1000 MW). El lecho consistirá en una mezcla fluidizada de carbón, cenizas y caliza, con tubos inmersos de transmisión de calor (5 cm de d.e.; centros a 15 cm) para la generación de vapor de agua.

de vapor de agua. Agua a temperatura de ebullición (204 "C) entra en los tubos y el vapor de agua producido sale a 538 °C.

(a) Encuéntrese el número de lechos 4 m × 25 m necesario para esta planta.

(b) Encuéntrese el número de filas de tubos de transmisión de calor necesarias.

(c) Encuéntrese la cantidad necesaria por hora de carbón para hacer funcionar la planta.

Datos:

Condiciones del lecho: T = 843 °C; el aire entra a 100 °C, el carbón a 20 °C.

C_p de todos los gases = 33,4 J/mol K

Agua en ebullición a 204 "C: H = 870 000 J/kg

Vapor de agua a 204 °C: H = 2 795 000 J/kg

Vapor de agua a 538 "C: H = 3 555 000 J/kg

Supóngase que el carbón es puro (100%), que se utilice aire estequiométrico y que la conversión es completa para la siguiente reacción:

$$C + O_2 \rightarrow CO_2 \qquad \Delta H_r = -393\ 396 \text{ J}$$

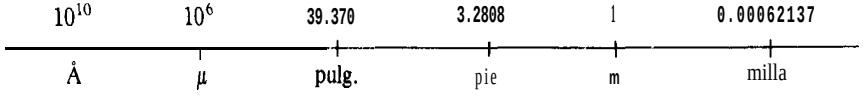
Entre los tubos y el lecho: U = 250 W/m^2 K. Para la temperatura del lecho, la velocidad del gas a través del lecho: u_0 = 2,5 m/s. La eficacia de la conversión del calor a vapor de agua y a electricidad es del 40%.

Apéndice DIMENSIONES, UNIDADES, CONVERSIONES, DATOS FÍSICOS Y OTRA INFORMACIÓN ÚTIL

A. PREFIJOS SI

Factor	Prefijo	Símbolo
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10”	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p

B. LONGITUD



2,54 cm = 1 pulg., 30,48 cm = 1 pie

La unidad estándar de longitud es el metro.

C. VOLUMEN

La unidad estándar de volumen es el metro cúbico.

61024	35223	1000	264.17	220.2	6.290	4.803	1
pulg.^{3}	onza U.S.A.	litro	gal. U.S.A. (8.33 lb H_2O)	gal. imp. (10 lb H_2O)	barril de petróleo (42 gal. USA)	bidón (55 gal. USA)	m^3

D. MASA

La unidad estándar de masa es el kilogramo.

35.274	2.2046	1	0.0011023	0.001	0.0009842
onza, avoirdupois	lb	kg	tonelada corto (2000 lb)	tonelada métrica	tonelada larga (2240 lb)

E. LEY DE NEWTON

$$F = \frac{ma}{g_c}$$

$a = g = 9.80665\ \mathrm{m/s^2}$ al nivel del mar «estándar»

(De hecho g varía desde 9,77 hasta 9,82 para diferentes puntos de la superficie de la tierra.)

$$g_c = 1\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s^2\,N}} = 1\frac{\mathrm{gm\,cm}}{\mathrm{s^2\ dina}} = 9{,}81\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s^2\,kg}_f}$$

$$= 32.16\frac{\mathrm{lb}_m\mathrm{pie}}{\mathrm{s^2\,lb}_f} = 1\frac{\mathrm{lb}_m\mathrm{pie}}{\mathrm{s^2\ poundal}} = 1\frac{\mathrm{slug\ pie}}{\mathrm{s^2\,lb}_f}$$

F. FUERZA

(Fuerza) = (masa) (aceleración)

newton: $1\ \mathrm{N} = 1\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s^2}} = 10^5$ dinas

además poundal, lb_f, kg_f, gm_f

G. PRESIÓN

$$(\text{Presión}) = (\text{fuerza})/(\text{área})$$

pascal: $1\ \text{Pa} = 1\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1\,\frac{\text{kg}}{\text{m s}^2} = 10\,\frac{\text{dinas}}{\text{cm}^2}$

1 atm = 760 mm Hg = 14.7 $\frac{\text{lb}_f}{\text{pulg}^2}$ = 29.92pulg.Hg = 101325 Pa ≅ 34 pies H_2O

1 torr = 1 mm Hg = 133.3 Pa = $\frac{1}{760}$ atm

1 bar = 10^5 Pa (próximo a 1 atm)

1 pulg. H_2O = 248,86 Pa ≅ 250 Pa

H. TRABAJO, CALOR Y ENERGÍA

$$(\text{Trabajo}) = (\text{fuerza})\ (\text{distancia})$$

julio: $1\ \text{J} = 1\ \text{Nm} = 1\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$

10^{13}	10^6	737	562	238 846	101 972	9869	947.8	238.846	0.372506	0.277778
erg	J	lb_fpie	cal	kg_fm	atm	litro	Btu	kcal	Hp h	kWh

1 cal = 4.184 J

1 Btu = 778 lb_f pie = 252 cal = 1055 J

1 atm litro = 101.325 J

1. POTENCIA

$$(\text{Potencia}) = (\text{trabajo o energía})/(\text{tiempo})$$

watt: $1\ \text{W} = 1\,\frac{\text{J}}{\text{s}} = 1\,\frac{\text{N m}}{\text{s}} = 1\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3}$

1 kW = $239\,\frac{\text{cal}}{\text{s}}$ = 1.341 Hp

1 Hp = $550\,\frac{\text{pie lb}_f}{\text{s}}$ = $33\,000\,\frac{\text{pie lb}_f}{\text{min}}$

J. PESO MOLECULAR

En las unidades SI,

$$(pm) = \left(\frac{\text{kg}}{\text{mol}}\right)$$

$$(pm)_{O_2} = 0.032\frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$(pm)_{\text{aire}} = 0.0289\frac{\text{kg}}{\text{mol}}, \text{ etc.}$$

K. LEY DE LOS GASES IDEALES

$$pv = nRT \quad 0 \quad \frac{p}{\rho} = \frac{RT}{(pm)}$$

constante de los gases

$$R = 8.314\frac{\text{J}}{\text{mol K}} = 8.314\frac{\text{m}^3\,\text{Pa}}{\text{mol K}} = 82.06 \times 10^{-6}\frac{\text{m}^3\,\text{atm}}{\text{mol K}}$$

$$= 0.08206\frac{\text{litro atm}}{\text{mol K}} = 1.987\frac{\text{cal}}{\text{mol K}}$$

$$= 1{,}987\frac{\text{Btu}}{\text{mol lb °}R} = 0{,}729\frac{\text{pie}^3\text{ atm}}{\text{mol lb °}R}$$

L. DENSIDAD

(Densidad) = (masa)/(volumen), 0 sea $\rho = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$

Para un gas ideal

$$\rho = \frac{p(pm)}{RT}\Big|_{\substack{\text{aire}\\ 20°\text{C},\\ 1\text{ atm}}} = \frac{(101\ 325)(0.0289)}{(8.314)(293)} = 1.20\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Para agua

Temperatura, °C	ρ, kg/m^3
0-12	1000
13-18	999
19-23	998
24-27	997
28-30	996
40	992
50	988
60	983
70	978
80	972
90	965
100	958

Véase Apéndice *U* para más valores de ρ.

M. VISCOSIDAD

$$\mu = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m s}}\right]$$

Para un fluido newtoniano

Poiseuille: 1 PI = 1 kg / m s

$$\text{Esfuerzo de cizalladura} \times \left(\begin{array}{c}\text{gradiente}\\ \text{de velocidad}\end{array}\right) \quad \text{o sea} \quad \tau = \left(\frac{\mu}{g_c}\right)\left(\frac{du}{dy}\right)$$

Pa s = N s / m^2

0.672	1	10	1000	2420
lb$_m$ / pie s	kg / m s (Poiseuille, PI)	gm / cm s (poise)	cp (centipoise)	lb$_m$ / pie h

Para agua líquida (20 °C): $\mu = 10^{-3}$ kg/m s

Para gases (20°C): $\mu \cong 10^{-5}$ kg/m s

Para aire (20 °C): $\mu \cong 1.8 \times 10^{-5}$ kg/m s

Para agua líquida

Temperatura, °C	μ, kg/m s
0	1.79×10^{-3}
5	1.52×10^{-3}
10	1.31×10^{-3}
15	1.14×10^{-3}
20	1.00×10^{-3}
25	0.894×10^{-3}
30	0.801×10^{-3}
40	0.656×10^{-3}
50	0.549×10^{-3}
60	0.469×10^{-3}
70	0.406×10^{-3}
80	0.357×10^{-3}
90	0.317×10^{-3}
100	0.284×10^{-3}

La siguiente lista muestra el amplio intervalo de viscosidades de los fluidos newtonianos más conocidos

Fluido	μ, kg/m s
Gases	
H_2 (20 °C)	0.876×10^{-5}
Vapor de agua (100 °C)	1.25×10^{-5}
CO_2 (20 °C)	1.48×10^{-5}
Aire (0 °C)	1.71×10^{-5}
(20 °C)	1.83×10^{-5}
(100 °C)	2.17×10^{-5}
Líquidos	
Gasolina (20 °C)	0.6×10^{-3}
H_2O (20 °C)	1.0×10^{-3}
C_2H_5OH (20 °C)	1.2×10^{-3}
Queroseno (20 °C)	2.0×10^{-3}
Leche (0 °C)	4.3×10^{-3}
Soluciones de sucrosa (20 °C)	
20% en peso	2.0×10^{-3}
40% en peso	6.2×10^{-3}
60% en peso	58×10^{-3}
70% en peso	486×10^{-3}
Aceite de motor SAE 10 W-30 (-18 °C)	1.2-2.4
(99 °C)	9×10^{-3}–12×10^{-3}
Aceite de oliva (20°C)	84×10^{-3}

Aceite de motor SAE 30 W (20 “C)	100×10^{-3}
Aceite denso para maquinaria (20 “C)	660×10^{-3}
Glicerina (20 “C)	860×10^{-3}
Melazas, muy densas (20 “C)	6.6
Miel de melita (20°C)	10 - 50
Brea (0°C)	$5.1 - 10^{10}$

Al aumentar la temperatura los líquidos se hacen ***menos*** viscosos, los gases ***más*** viscosos. Para las características viscosas de los fluidos no newtonianos véase el capítulo 5.

La viscosidad de los líquidos es prácticamente independiente de la presión; la de los gases aumenta ligeramente con la presión, ni siquiera duplicándose a la presión crítica.

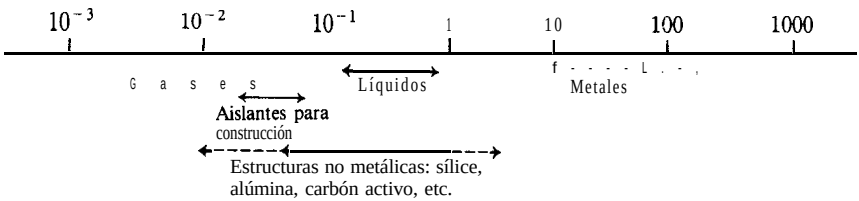
N. VISCOSIDAD CINEMÁTICA

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \left[\frac{m^2}{s}\right]$$

$$1\frac{m^2}{s} = 10^4\frac{cm^2}{s} = 10^4 \text{ stoke} = 10^6 \text{ centistoke}$$

0. CONDUCTIVIDAD TÉRMICA

$$k = \left[\frac{W}{(m^2 \text{ s.t.})\ (K/m \text{ de longitud})}\right] = \left[\frac{W}{m\,K}\right]$$



$$1\frac{W}{m\,K} = 0.00239\frac{cal}{s\,cm\,°C} = 0.578\frac{Btu}{h\ \text{pie}\ °F}$$

k ≅ independiente de la presión

Para agua (20°C): $k = 0.597\ W/m\,K$

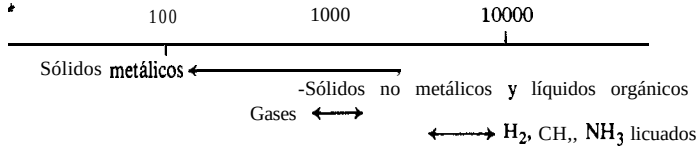
Para aire (20°C): $k = 0.0257\ W/m\,K$

Para vapor de agua (100 “C): $k = 0.0251\ W/m\,K$

Véase Apéndice U para más valores de k

P. CALOR ESPECÍFICO

$$C_p = \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}\right]$$



$$1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}} = 239 \times 10^{-6}\frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{gm\,°C}} = 239 \times 10^{-6}\frac{\mathrm{Btu}}{\mathrm{lb\,°F}}$$

Para agua (20 °C): C_p = 4184 J/kg K = 1 cal/gm °C = 1 Btu/lb °F

Para aire (20 °C): C_p = 1013 J/kg K = 29.29 J/mol K

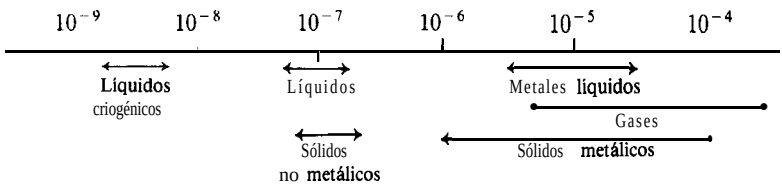
= 0.24 cal/gm °C = 7 cal/mol C

Para vapor de agua (100 "C): C_p = 2063 J/kg K = 37.13 J/mol K

Véase Apéndice U para más valores de C_p

Q. DIFUSIVIDAD TÉRMICA

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} = \left[\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}}\right]$$



$$1\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}} = 10.76\frac{\mathrm{pie^2}}{\mathrm{s}} = 38750\frac{\mathrm{pie^2}}{\mathrm{h}}$$

Para aire (20 °C): $\alpha = 2.12 \times 10^{-5}$ m²/s

Para vapor de agua (20 °C): $\alpha = 2.05 \times 10^{-5}$ m²/s

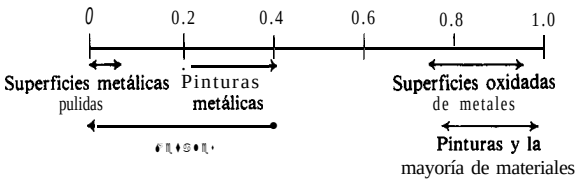
Para agua (20 °C): $\alpha = 1.43 \times 10^{-7}$ m²/s

Pueden encontrarse valores de α para otras sustancias a partir de valores de $k/\rho C_p$ del Apéndice U.

R. PROPIEDADES RADIACTIVAS TÉRMICAS

$$\varepsilon,\ \alpha = [\text{adimensionales}]$$

ε y α para radiación a temperatura ambiente



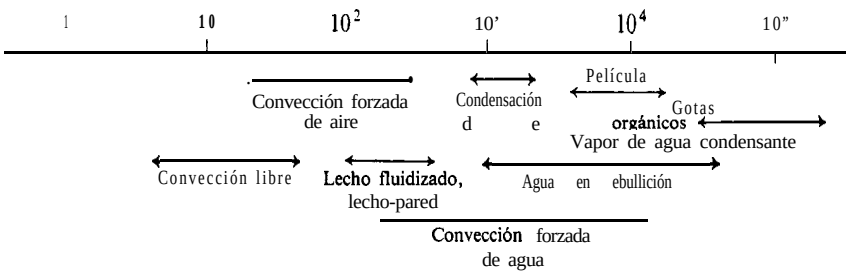
$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2\ K^4}$$

$$= 0{,}1713 \times 10^{-8}\ \mathrm{Btu/h\ pie^2\ {}^\circ F^4},\ \text{constante de radiación}$$

Véase capítulo 12 para una pequeña colección de valores tabulados de emisividades y poderes absorbentes.

S. COEFICIENTE DE TRANSMISIÓN DE CALOR

$$h = \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\ K}}\right]$$



$$1\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\ K}} = 2.39 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{s\ cm^2\ {}^\circ C}} = 0.1761\ \frac{\mathrm{Btu}}{\mathrm{h\ pie^2\ {}^\circ F}}$$

T. GRUPOS ADIMENSIONALES

Número de Arquímedes:

$$\mathrm{Ar} = \frac{d_p^3 \rho_g (|\rho_s - \rho_g|) g}{\mu^2}$$

Número de Biot:

$$\mathrm{Bi} = \frac{hL}{k} = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{resistencia interior a la transmisión}\\ \text{de calor en una partícula}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{resistencia a la transmisión de calor}\\ \text{en la superficie de una partícula}\end{array}\right.}$$

Coeficiente de resistencia para partículas descendentes:

$$C_D = \frac{\text{fuerza de resistencia, } F_d}{(\rho_g u^2/2g_c)\cdot(\pi d_p^2/4)}$$

Factor de fricción de Darcy para el flujo en tubos:

$$f_D = 4f_f$$

Factor de fricción para lechos rellenos:

$$f_f = \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon}\cdot\frac{\Sigma F g_c d_p}{u_0^2 L} = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{pérdida fricciona1}\\ \text{de energía}\end{array}\Big/\begin{array}{c}\text{kg de}\\ \text{fluido}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{pérdida de}\\ \text{energía cinética}\end{array}\Big/\begin{array}{c}\text{kg de}\\ \text{fluido}\end{array}\right)}$$

Factor de fricción de Fanning para el flujo en tubos:

$$f_F = \frac{\tau_w}{\rho u_0^2/2g_c} = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{resistencia}\\ \text{friccional}\end{array}\Big/\begin{array}{c}\text{área de la}\\ \text{pared del tubo}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{energía}\\ \text{cinética}\end{array}\Big/\ \mathrm{m}^3\text{ de fluido}\right)} = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{pérdida friccional}\\ \text{durante el flujo}\end{array}\right.}{\left(\begin{array}{c}\text{energía cinética}\\ \text{del fluido}\end{array}\right.}$$

Número de Fourier:

$$\mathrm{Fo} = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{kt}{\rho C_p L^2}$$

Número de Grashof:

$$\mathrm{Gr} = \frac{L^3\rho^2 g\beta\Delta T}{\mu^2} = \frac{\text{fuerza de empuje}}{\text{fuerza viscosa}}$$

Número de Hedstrom:

$$\mathrm{He} = \frac{g_c\tau_0 d^2\rho}{\eta^2}$$

Número de Knudsen:

$$\mathrm{Kn} = \left(\frac{\pi C_p}{2C_v}\right)^{1/2} \cdot \frac{\mathrm{Ma}}{\mathrm{Re}} = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{trayectoria media libre}\\ \text{de moléculas}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{diámetro del canal}\\ \text{de flujo}\end{array}\right)}$$

Número de Mach:

$$\mathrm{Ma} = \frac{u}{c} = \frac{\text{velocidad del gas}}{\text{velocidad del sonido}}$$

Número de Nusselt:

$$\mathrm{Nu} = \frac{hd}{k} = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{transmisión total}\\ \text{de calor}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{transferencia molecular}\\ \text{de calor}\end{array}\right)} = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{conducción y}\\ \text{convección}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{conducción}\\ \text{sólo}\end{array}\right)}$$

Número de Prandtl:

$$\mathrm{Pr} = \frac{C_p\mu}{k} = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{transmisión molecular}\\ \text{de cantidad de movimiento}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{transferencia molecular}\\ \text{de calor}\end{array}\right)} = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{disipación viscosa}\\ \text{de energía}\end{array}\right)}{\text{conducción del calor}}$$

= 0,66-0,75 para aire, A, CO_2, CH_4, CO, H_2, He, N_2 y otros gases comunes
≅ 1,06 para vapor de agua
= 10-1000 para la mayoría de líquidos
= 0,006-0,03 para la mayoría de metales líquidos

Número de Reynolds:

$$\mathrm{Re} = \frac{du\rho}{\mu} = \frac{\text{fuerza de inercia}}{\text{fuerza viscosa}}$$

U. TABLAS DE PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS MATERIALES

Sólidos: Metales y aleaciones

	T °C	k W/m K	ρ kg/m³	C_p J/kg K	$\alpha \times 10^6$ m²/s
Aluminio	20	204.2	2707	896	84.2
Cobre	20	384	8954	385	112
Hierro	20	72.1	7897	452	20.4
Plomo	20	34.7	11 393	130	23.4
Plata	20	406.8	10 524	235	164.5
Acero inoxidable	20	16.3	7820	460	4.53

Sólidos: No metales

	T °C	k W/m K	ρ kg/m³	C_p J/kg K	$\alpha \times 10^6$ m²/s
Ladrillo (construcción)	20	0.233-0.291	800-1500	—	—
Cartón ondulado	20	0.064	—	—	
Tiza	50	0.9304	2000	897	0.529
Carbón	20	0.1861	1400	1306	0.102
Hormigón	20	1.279	2300	1130	0.492
Corcho aglomerado	20	0.0443	160	—	—
Vidrio	20	0.7443	2500	670	0.444
Hielo	0	2.25	920	2261	1.08
Cuero	30	0.1593	1000	—	—
Caucho	0	0.1628	1200	1392	0.0975
Arena	20	0.33	1500	800	0,275
Nieve, seca	< 0	0.4652	560	2093	0.397
Madera:					
Roble veteado	20	0.207	800	1759	0.147
Roble con grano	20	0.3629	800	—	—
Pino con grano	20	0.107	448	—	—
Pino veteado	20	0.2559	448	—	

Plásticos

	k W/m K	ρ kg/m³	C_p J/kg K
ABS	0.16-0.27	1020-1200	1510-1550
Nilón	0.17-0.34	1030-1140	1380-1670
Policarbonato	0.19-0.22	910-1250	1170-1260
Polietileno	0.42-0.49	913-968	2090-2300
Poliéster	0.33-0.91	1100-2010	1340-2090
PVC	0.14-0.19	1240-1550	1050
Espuma de poliestireno	0.03-0.04	16-32	—
Espuma de poliuretano	0.04	122	

Gases a 1 atm

	T °C	ρ kg/m^3	C_p J/kg K	$\mu \times 10^6$ kg/m s	$k \times 10^3$ W/m K
Aire	0	1.293	1005	17.2	24.4
	20	1.205	1005	18.1	25.9
	100	0.946	1009	21.9	32.1
	200	0.145	1019	25.8	39.2
	300	0.615	1046	29.5	46.0
	400	0.526	1069	33.7	52.0
	500	0.456	1093	36.2	57.4
	1000	0.277	1185	49.0	80.7
N_2	0	1.250	1030	16.7	24.3
	100	0.916	1034	20.7	31.5
	500	0.442	1105	33.9	55.8
	1000	0.268	1202	47.4	72.3
O_2	0	1.429	913	19.4	24.7
	100	1.050	934	24.1	32.9
	500	0.504	1047	40.0	61.5
	1000	0.306	1122	56.5	85.8
CO	0	1.250	1038	16.6	23.2
	100	0.916	1043	20.7	30.1
	500	0.442	1130	34.4	54.1
	1000	0.268	1231	48.7	80.6
CO_2	0	1.977	816	14.0	14.6
	100	1.447	913	18.2	22.8
	500	0.698	1156	33.9	54.9
	1000	0.423	1290	51.5	86.3
SO_2	0	2.926	607	12.1	8.4
	100	2.140	662	16.1	12.3
	500	1.033	808	31.3	30.7
	1000	0.626	867	49.2	57.6
Gases de chimenea	0	1.295	1043	15.8	22.8
	100	0.950	1068	20.4	31.3
	500	0.457	1185	34.8	65.6
	1000	0.275	1306	48.3	109.0
H_2	0	0.0899	14070	8.4	172.1
	100	0.0657	14480	10.3	219.8
	500	0.0317	14660	16.8	387.3
	1000	0.0192	15520	23.7	571.0
NH_3	0	0.771	2043	9.4	21.0
	100	0.564	2219	13.0	34.0
	500	0.272	2918	28.1	103.6
	1000	0.165	3710	47.9	222.1
Vapor de agua	100	0.598	2135	12.0	23.7
	500	0.284	2135	28.6	68.4
	1000	0.172	2483	52.4	140.7

Líquidos

	T °C	ρ kg/m^3	C_p J/kg K	$\mu \times 10^6$ kg/m s	k W/m K
Agua	0	1002	4216	1192	0.5524
	20	1000	4178	1006	0.5978
	40	995	4178	654	0.6280
	60	985	4183	471	0.6513
	80	974	4195	355	0.6687
	100	961	4216	282	0.6804
	200	867	4505	139	0.6652
	300	714	5728	96	0.5396
NH_3	20	612	4198	219	0.521
CO,	20	772	5024	70.3	0.0872
Glicerina, $C_3H_5(OH)_3$	20	1264	2381	1.49×10^6	0.2861
SO_2	20	1386	1365	290	0.1989
Freón-22, CCl_2F_2	20	1330	963	263	0.072
Etilenglicol $C_2H_4(OH)_2$	20	1116	2382	21398	0.2489
Mercurio	20	13550	139	1545	7.91

BIBLIOGRAFÍA

C. P. Kothandaraman y S. Subramanyan, ***Heat and Mass Transfer Desk Book,*** Wiley, New York (1977).

W. H. McAdams, ***Heat Transmission, 3.”*** ed., McGraw-Hill, New York (1954).

J. H. Perry, ***Chemical Engineers’ Handbook, 3.”*** ed., McGraw-Hill, New York (1950).

Plastic Desk-Top Data Bank, Cordura, 1980.

Y. S. Touloukian y colab., ***Thermophysical Properties of Matter,*** en 12 volúmenes, Plenum, New York (1970-).

ÍNDICE DE AUTORES

Achenbach, E.,153
Adiutori, E. F., 166, 188
Allen, C. A., 344
Aziz, K., 106

Baclic, B. S., 263, 280
Barrett, A. S. D., 78
Bird, R. B., 106
Boelter, L. M. K., 208, 222, 224
Botterill, J. S. M., 174, 188
Bowman, R. A., 266, 280
Brown, G. G., 120, 124, 129

Carslaw, H. S., 235
Cavasano, V., 177, 188, 280
Cecen, F., 153
Chan, R. T., 243
Charm, S. E., 106, 116
Cherry, V. H., 224
Chilton, C. H., 166, 169, 177, 188
Christiansen, E. B., 153
Colakyan, M., 217, 218, 224
Colebrook, C. F., 23, 27
Collier, J. G., 62
Crawford. M. E.. 169, 170, 188'
Cremer, H. W., 78

Dai, G. C., 106
Davies, L. M., 62
Davies, T., 78
Dodge, D. S., 97
Dullien, F. A. L., 129
Dunn, P. D., 61
Dushman, S., 68, 78

Ellis, H. B., 281
El-Sayed, M. S., 129
Ergun, S., 126, 129
Erk, S., 224

Fair, J. R., 240, 244
Ferguson, C. D., 281

Govier, G.W., 106
Griffith, D., 156
Grimmett, E. S., 346
Gringull, U., 224
Gröber, H., 208, 224
Gurney, H. P., 218, 224
Guthrie, A., 78
Gutman, I., 224
Gwyn, J. E., 242

Hagen, A, 35
Hartnett, J. P., 280
Hau, S. D., 27, 35
Hausen, H., 311. 330
Hedstrom, B. 0. A., 95
Holland, F. A., 57
Hook, J., 341
Hottel, H. C., 189
Howard, J. R., 188
Howell, J. R., 184, 189
Hurd, N. L., 268, 280

Jaeger, J. C., 235
Jakob, M., 184, 189, 279, 280, 311, 331
Johnson, H. A., 224

Kats, D. L., 27
Kays, W. M., 169, 170, 188, 266, 280
Kern, D. Q.. 280, 311, 331
Knudsen, J. G., 25
Knudsen, M., 78
Kothandaraman, C. P., 366
Kunii, D., 140, 173, 188, 303

Lemlich, R., 27, 3.5
Leva, M., 125, 129
Levenspiel, O., 49, 50, 51, 140, 173, 188, 224, 243, 281, 303, 317, 331
Loevinger, R., 78
London, A. L., 266, 280
Lurie, J., 218, 224

MacDonald, 1. F., 129
Magnusson, C., 287
Marshall, W. R., Jr., 173, 188
Martinelli, R. C., 224
Mator, J., 208, 224
McAdams, W. H., 164, 166, 168, 172, 177, 188, 189, 311
MacDaniel, J., 87
Metzner, A. B., 97
Mitchell, H. A., 31
Moody, L. F., 18, 19, 25
Montgomery, G. F., 346
Moszynski, J. R., 224
Mow, K., 129
Mueller, A. C., 260, 262, 280

Nagle, W. M., 280
Noskov, A. A., 27

Pavlov, K.F., 24, 27
Perry, J. H., 25, 27, 280, 362
Perry, R. H., 166, 169, 170, 176, 177, 188
Pettyjohn, E. S., 153
Ping, K., 33
Potter, 0. E., 347
Power, B. D., 78

Ramankov, 25
Ranz, W. E., 173, 188
Reay, D. A., 61
Rohsenow, W. M., 280

Sagara, M., 317, 331
Sarofim, A. F., 189
Sayer, M. S., 330
Schack, A., 222, 224
Schiller, L., 153
Schlichting, H.. 23. 27. 153
Schlünder, E. U., 129, 133
Schmiedel, J., 153
Schneider, P., 327

Shapiro, A. H., 49
Siegel, M., 184, 189
Skelland, A. H. P., 101, 102, 103, 106
Smith, J. M., 331
Standish, N., 128, 129
Streeter, A. H., 49
Subramanyan, S., 366
Sucec, J., 221, 223, 224

Teegarden, D., 62
Todd, J. P., 281
Touloukian, Y. S., 366
Turton, R., 45, 49, 217, 224, 259, 260, 281

Wadell, H., 153
Wakerling, R. K., 78
Welty, J. R., 164, 188, 219, 224
Wen, C.Y., 139, 140
Williams, 1. D., 129

Yarusso, B. J., 106
Yu, Y. H., 139, 140

Zhang, G. T., 27, 35

ÍNDICE ALFABÉTICO

Acuatren 36
Aerodium 153
Agua geotérmica para calentar ciudades 341
Ahorrando dinero en la universidad 234
Aislamiento de conductos de aire caliente 200
Análisis por tamizado 121
Ariete hidráulico 13
Arquímedes, número 139, 362
Balance de energía mecánica 5
    para flujo molecular 421, 43
    para lechos rellenos 127
    para newtonianos 19
Balance de fuerzas 18
Bernouilli, ecuación 5
Biot, número 204, 223, 362
Bomba de aire 14
Bombas para flujo molecular 72
Bombeo
    eficacia 7
    energía y potencia 6
Burke-Plummer, ecuación 126
Cacahuetes tostados 231, 232
Calentadores
    de agua caliente 346
        solares 340
Calentamiento
    de partículas de carbón 233
    de sólidos con un gas 348
Calor 355
    a partir de salmuera geotérmica 345
    específico 360
    generado por fricción 4
    transmisión por conducción 161
    transmisión por convección 161, 165
Casson, ecuación 93
Coeficiente de
    resistencia 150
    rozamiento 150
    transmisión de calor 166, 245, 361
        para la radiación 186
        intercambiadores de carcasa y tubo 280
Colebrook, ecuación 23
Comida china, problema 112
Conducción 161
Conductancia 65
    en flujo intermedio o deslizante 68
    en flujo laminar 66
    en flujo molecular 67
Conductividad térmica 162, 359
    tabla 162
"Congelación" de reacciones de alta temperatura 339
Contactor de lecho móvil 307
Contactor de rejillas móviles 307
Convección 161, 165

natural 174
Corazón artificial 14
Cuerpo gris 180
Cuerpo negro 178
Darcy, factor de fricción 23, 362
Datos físicos 353
De perros calientes a salchichas picantes 234
Densidad 356
Diagrama de Rouse 21
Diámetro de partículas 120
Diámetro equivalente 27, 167
Difusividad térmica 360
Dimensiones 353
Diseño de un reactor de combustión de lecho fluidizado atmosférico 35 1
Ecuación de
Casson 93
Ergun 126
Lozeny-Carman 126
Edad de la Tierra 234
Eficacia térmica para regeneradores 3 12
Ejemplos:
Calentamiento de una carga de líquido 282
Condiciones en otro sistema de vacío 82
Condiciones en un sistema de vacío en estado estacionario 79
Contar canarios al estilo italiano 9
Cultivo de tomates en ausencia 28
El gran desastre de los pisapapeles 331
Evacuación de un sistema de vacío con fugas 83
Filetes de pescado fritos muy hechos 228
Flujo de alto vacío en un tubo 78
Flujo de un plástico de Bingham desde un tanque 106
Gráficas de diseño para flujo de gases 54
Incinerador fluidizado 140
Intercambiador lecho fluidizado, etapas múltiples, contracorriente 303
Intercambiador lecho fluidizado, etapas múltiples, flujo cruzado 304
Intercambiadores de calor de lecho fluidizado 224
Nitrógeno para una planta de amoníaco 52
Orificio crítico 53
Temperatura de salida de un recuperador 281
Transporte de carbón por tubería
Tubería de rebose para una presa 29
Un experimento de laboratorio en un lecho relleno 129
Volcanes con mal comportamiento 153
Emisividad 178
tabla 180
Energía 355
cinética 3
de newtonianos 25
en lechos rellenos 128
importancia 32
geotérmica 33
interna y fricción 4
potencial 3
térmica del océano 33
Enfriamiento de pizarras gastadas 342
Enfriamiento de seres humanos 346
Erg-un, ecuación 126
Esfericidad de partículas
definición 119
tabla de valores 120
Esfera, flujo turbulento 150
Esfuerzo cortante
de plásticos Bingham 91
de plásticos generales 92
Estado fluidizado 135
Factor geométrico para la radiación 182
gráficos 185, 186
Fanning, factor de fricción 17, 23, 362
Fluido
circulante, energía cinética 25
dilatante 90
newtoniano 17
incompresible 17
energía cinética 25
flujo laminar, 23
flujo turbulento
número de Reynolds 19, 22
pérdida fricciona1 diagramas 20, 21
regímenes de flujo 22
transición de flujo 24
no newtoniano 89
clasificación 89
dependientes del tiempo 90
determinación de las propiedades de flujo 99
independientes del tiempo 89
ecuaciones flujo 3
Fluidos de la ley de potencia 92
flujo en tubos 96
gráfico de diseño 97
número de Reynolds generalizado 97
tabla de propiedades 105
Flujo
adiabático de gases 40
ecuaciones del trabajo 45
en boquillas y orificios 46
compresible de gases 39
adiabático con fricción 40
en tuberías 48
gráficos de diseño 50,51
isotermo con fricción 43
obstruido en tubos 41.44

orificios y boquillas 46
problemas 78-84
de fluidos
balance de energía mecánica 5
balance de energía total 3
ecuaciones básicas 3
incompresible 39
intermedio o de deslizamiento 63, 68
isotermo de gases 43
ecuaciones del trabajo 45
laminar 22, 23
de fluidos de ley de potencia 96
de plásticos de Bingham 94
de plásticos generales 98
en lechos rellenos 126
molecular 65
bombas 72
caudal 65
codos y válvulas
conductancia 65
fuga 71
método de cálculo 73
notación 65
puesta en régimen de un sistema de vacío 75
sistemas de tuberías 73
vilicidad de bombeo 66
turbulento 22, 23
de una esfera 150
en flujo molecular 64
en lechos rellenos 126
fluidos de ley de potencia 97
plásticos Bingham 95
y primera ley de la Termodinámica 3
trabajo 3
Fourier, número 203, 223, 362
Fracción de huecos 124
gráficos 124, 125
Fuerza 354
de rozamiento en partículas que caen 149
Fuga, caracterización 7 1
Gas
ideal, ley 356
determinación de la temperatura 197
flujo compresible 39
trabajo mecánico para bombeo 6
Gasoductos de hidrógeno 56
Graetz, número 168
Grashof, número 175, 363
Grupos adimensionales 362
Gumey-Lurie, gráficos 210, 216
Hedstrom, número 96, 363
Hidrostática 6, 8
Horno tubular 198
Hornos cerámicos 200
Incinerador de lecho fluidizado 232
Índice de comportamiento de flujo 92
de fluidos de la ley de potencia 92
de plásticos en general 92
tabla de valores 105
Índice de consistencia 92
tabla de valores 105
Intercambiadores
de calor 237
a través de una pared sin almacenamiento de calor 237, 238
compacto 238, 259
corriente de ida y vuelta 241
de bayoneta 238, 266
de carcasa y tubos 238
de contacto directo con almacenamiento de calor 240
de contacto directo sin almacenamiento de calor 238
de flujo cruzado 259
de placas espirales 238
de placas planas 238
eficacia 14
sólido-sólido de flujo en contra corriente 347
de contacto directo G/S 291
G/S eficacia 294
G/S flujo cruzado 299
G/S flujo en pistón en contracorriente 297
G/S lechos fluidizados 291
de lecho fluidizado
de etapa única 293
flujo cruzado multietapa 296
flujo en contracorriente multietapa 294
Intercambio de calor 159
sólido-sólido utilizando un tercer sólido 349
Intercambio indirecto de calor entre un líquido y un sólido 351
Intervalo de valores U en recuperadores 280
Irrigación por goteo 34
Knudsen, número 63, 363
Kozeny-Carman, ecuación 126
"Lavador" seco para gases cargados de polvo 341
Lechos
fluidizados 135
intercambiador de contacto directo 291
número de Reynolds 139
pérdidas friccionales 137
rellenos 119
caracterización 119

energía cinética 128
número de Reynolds 125
pérdida friccional 125
transferencia de calor 173
Ley de Newton 354
Líquido, trabajo mecánico para bombeo 6
Lodo, trabajo mecánico para bombeo 6
Longitud 353
de entrada para tubos 169
equivalente de tubo 24
para orificios 70
para tubos en flujo laminar 70
tabla 25
Mach, número 39, 363
Manómetro 8
Masa 354
Material viscoelástico 90
Materiales, propiedades físicas 364
Modelo de dispersión para regeneradores
anchura del frente de temperatura 316
flujo en contracorriente 321
flujo en paralelo 319
operaciones de un solo paso 318
varianza 3 17
Modelo de frente plano 308
Moody, diagrama 20
Newton, ley 354
Número de
Arquímedes 139, 362
Biot 204, 223, 362
Fourier 203, 223, 362
Graetz 168
Grashof 175, 363
Hedstrom 96, 363
Knudsen 63, 363
Mach 39, 363
Nusselt 167, 363
Prandtl 167. 363
Reynolds 19, 22, 363
para fluidos de ley de potencia 97
para lechos fluidizados 139
para partículas que caen 150
para plásticos Bingham 96
para recipientes agitados 173
Nusselt, número 167, 363
Orificio
crítico 53
flujo crítico 71
longitud equivalente de la tubería 70
o contracción 69
y flujo laminar 70
y flujo molecular 70
Partículas que caen a través de fluidos 149
gráficos 151, 152
número de Reynolds 150
velocidad terminal 150
Pasta de dientes, problemas 111, 115, 117
Pasta de hígado para emparedados 234
Pérdida de energía, ecuaciones 5, 19
Pérdida fricciona1
en tubos 17-21
para lechos rellenos 125
Peso molecular 355
Petróleo a partir de pizarras 344
Pitot, tubo 12
Placas distribuidoras obturadas 342
Plástico de Bingham 90
flujo en tubos 93
gráfico de diseño para flujo en tubo 95
número de Hedstrom 96
problema de ejemplo 106
Plásticos generales 98
Poder absorbente 178
tabla 180
Potencia 355
para fluidizar un lecho de sólidos 137
Prandtl, número 167, 363
Prefijos SI 353
Presión 355
Problemas:
Balances de energía ll
Combinación de resistencias 198
Diseño de recuperadores 283
Fluidos no newtonianos 110
Flujo incompresible en tubos 32
Flujos en sistemas de vacío 84
Intercambiadores de contacto directo sin almacenamiento 306
Lechos fluidizados
Lechos rellenos
Objetos que caen a través de un fluido 155
Regeneradores 334
Transmisión de calor en estado no estacionario 23 1
Producción de sílice muy pura 348
Producción de sílice ultrapura 145
Propiedades radiactivas térmicas 361
Pseudoplásticos 90
Quemador de lecho fluidizado 146
Radiación 161, 178
coeficiente de transmisión del calor 187
desde un cuerpo 178
entre superficies 181
factor geométrico 182
propiedades de los materiales 178, 364
pantallas 18 1
sobre un cuerpo 179
Radiador de automóvil 238
Radio hidráulico 27, 167, 168
Recuperadores de calor 237, 245

carga L más intercambiador externo 275
carga L/ flujo mezclado G 271
con cambio de fase 250
de bayoneta 266
de carcasa y tubo 25 1
de flujo cruzado y compactos 259
flujo en pistón en contracorriente 246
flujo mezclado L/ flujo en pistón G 269
intercambiadores de calor 249
Reflexión difusa 67
Regeneradores
de calor 240
de lecho fluidizado 327
operaciones de un solo paso 328
operaciones periódicas 329
de lecho relleno 310, 314, 316
modelo de dispersión 316
modelo de frente plano 3 14
operaciones en contracorriente 3 15
operaciones en paralelo 314
intercambiadores de calor 309
Regímenes de flujo 22
Reómetro
de extrusión 99, 102
para no newtonianos 99
Resistencia
de contacto 164
de transmisión de calor
combinación 19 1
en paralelo 191
en serie 191
Reynolds, número 19, 22, 363
Rouse, diagrama 21
Rugosidad de tubo 18
tabla 22
Sílice para células solares 343
Sólidos circulantes y sistemas 37
Sonda médica criogénica 60
Sonido, velocidad 40
Tablas:
Conductividades térmicas 162
Esfericidad de partículas 120
Longitud equivalente para accesorios de tubería 25
Parámetros de flujo de fluidos de ley de potencia 105
Parámetros de flujo de plásticos Bingham 104
Poder absorbente y emisividad 178
Rugosidad de un tubo limpio 22
Tamaños de tamices estándar Tyler 121
Tiempo de relajación térmica para partículas esféricas 292
Tamaño de partícula 120
Temperatura de la Tierra 200
Temperatura de un prototipo espacial 200
Trabajo 355
Transferencia de calor
en estado no estacionario 203
caso general para partículas 209-218
objetos finitos regulares 222
partículas con resistencia superficial despreciable 207
partículas con toda su resistencia en la superficie 205
sólidos semi-infinitos 219
intrusión de los efectos de radiación 223
Transmisión de calor
fluido-fluido 192, 194
sólido-sólido 242
por conducción 161
resistencia de contacto 164
por convección 161, 165
por radiación 178
resistencias 191
Transmitancia de radiación 178
Trayectoria libre media 63
Tubería
de corriente única, aspectos energéticos 3
sistemas 24
Tubo de calor 59
de agua 60
para calefacción solar 60
para intercambio a distancia 241
Tubo de Pitot 12
Tubo, rugosidad 18
Tubos, envejecimiento 27
Unidades, conversión 353
Velocidad
del sonido 40
mínima de fluidización 138
terminal 150
Venturímetro 13
Viscosidad 357
cinemática 359
de newtonianos 91
de no newtonianos 91, 92
plástica
de plásticos Bingham 91
tabla de valores 104
Viscosímetro
de espacio estrecho 100
de tubo 99, 102
para no newtonianos 99, 102
rotatorio 100
Volumen 354

UDEG-CUCEI CID
EIC-011624